文章编号: 1000_0887(1999) 05_0499_05

粒子超非线性的总能和 de Broglie 波的理论*

杨文熊, 杨长俊

(上海交通大学, 上海 200030)

(何福保推荐)

摘要: 用 Laurent 级数对高速运动粒子的速度(~ c) 展开并取得总能量表达式• 总能包含静能和动能二项• 由能量_动量的关系得到了 de Broglie 波的理论, 其中相速度仍是小于光速 c 的结论•

关 键 词: 超非线性总能; 动能; 静能; 动量; de Broglie 波
中图分类号: P353 文献标识码: A

引 言

对近光速运动的粒子, 其非定常动量已被[1]用 Laurent 级数对 $|\boldsymbol{v}/\mathrm{c}|<1$ 展开并求和而得

$$\boldsymbol{P}=m\left(\frac{\boldsymbol{v}(t)}{\sqrt{1-(v/\mathrm{c})^2}}\right), \qquad \text{ns} \tag{1}$$

在[2]中称 $\boldsymbol{v}(t)/\sqrt{1-(v/\mathrm{c})^2}$ 为"超非线性速度", 因而 $\boldsymbol{P}$ 可称为"超非线性的动量"• 在这里, 能量亦仿照[1]对 $|\boldsymbol{v}/\mathrm{c}|<1$ 在级数展开时采用了"幂向量"理论[3], 从而取得了标量, 这就是本文要提出的超非线性的总能• 从研究表明, 超非线性总能是由静能和超非线性的动能组成• 作为应用, 总能是 de Broglie 波理论的基础• 超非线性的总能可证明 de Broglie 波的相速仍处在小于光速的范围内• 用狭义相对论的总能推导 de Broglie 波的相速处处超光速的, 特别是当粒子的速度为零时, 粒子的相速度竟为无限大值[4,5]•

另外, 应引起读者注意的是, 超非线性总能之所以不同于狭义相对论的总能, 是因为在总能中的动能项两者是不相同的• [1]或[2]已在计算 μ 介子穿越大气层时具有的能量值正好处在测量值的范围内, 而狭义相对论的能量值却在测量值的范围外, 两者相差达几倍之多•

1 超非线性的总能 $\varphi(=E_T)$

设粒子在作近光速运动时, 其无量纲的速度 $|\boldsymbol{v}/\mathrm{c}|<1$ 用 Laurent 级数展开得

$$L=\varphi\left(\frac{v}{\mathrm{c}}\right)+\boldsymbol{K}\phi\left(\frac{v}{\mathrm{c}}\right), \tag{2}$$

式中, $\boldsymbol{K}\phi(v/\mathrm{c})$ 为粒子的动量, $\boldsymbol{K}$ 为单位向量$(=\boldsymbol{v}/v)$, $\phi=mc(v/\mathrm{c})[1-v^2/\mathrm{c}^2]^{-1/2}$ 是动量的模[1]• 按[3]的展开, φ 可有 Laurent 的幂级数:

* 收稿日期: 1996_10_18; 修订日期: 1998_10_25
作者简介: 杨文熊(1934~), 男, 教授.

$$\varphi\left(\frac{v}{c}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{2n}\left(\frac{v}{c}\right)^{2n}, \tag{3}$$

式中, α_{2n} 为待定系数• 当 $|v/c| < 1$ 时, (3) 可展成如下的形式:

$$\varphi\left(\frac{v}{c}\right) = \alpha_0 + \alpha_2\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \alpha_4\left(\frac{v}{c}\right)^4 + \cdots \tag{4}$$

这里可先确定 α_2• 由牛顿力学知, $\alpha_2(v/c)^2$ 应是粒子在低速度时的动能项, 因而得

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}mc^2, \tag{5}$$

式中, m 为粒子的质量• 从量纲分析知, α_2 必是能量量纲, 则 α_0, α_4, …都应是以 mc^2 型的能量量纲• 又从(4) 知, 当粒子静态时, $\varphi(0) = \alpha_0$• 可以看到, $\alpha_0 \sim mc^2$, 这正是静能 $E_0 = mc^2$ 并为 Einstein 首先发现的, 它也出现在[1] 中• 由此, (4) 可写成

$$\varphi\left(\frac{v}{c}\right) = mc^2\sum_{n=0}^{\infty}\gamma_{2n}\left(\frac{v}{c}\right)^{2n}. \tag{6}$$

从以上分析知, $\gamma_0 = 1$, $\gamma_2 = 1/2$• 若要知道全部的系数 γ_{2n} 必须从功_能守恒定律出发• [1] 和[2] 已找到了粒子从静止开始时的动能项:

$$E_k = \int_c \boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}S = \frac{1}{2}mc^2\frac{\left(\frac{v}{c}\right)^2}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}, \tag{7}$$

式中, $\boldsymbol{F}$ 是作用在粒子上的外力, S 是粒子的移动距离• 上式若按级数展开便得

$$E_k = \frac{1}{2}mc^2\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \frac{1}{2}mc^2\left(\frac{v}{c}\right)^4 + \cdots \tag{8}$$

式中, $\frac{1}{2}mc^2(v/c)^2 = \frac{1}{2}mv^2$, 显然是当后面所有项 $(v/c)^4 \ll 1$, $(v/c)^6 \ll 1$, …被忽略时成为牛顿力学的动能项• 但是当粒子作近光速运动时, 这些项都出现高阶的非线性动能效应而不可能被忽略• (7) 或(8) 代表了所有的(包括无穷项在内) 高阶非线性动能项之和, 故这里为了与一般的非线性效应区别, 称它为"超非线性动能"• 这样, 粒子的超非线性总能应是

$$E_T = \varphi = mc^2 + \frac{1}{2}mc^2\frac{\left(\frac{v}{c}\right)^2}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = mc^2\left(\frac{1-\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\right). \tag{9}$$

顺便指出, 狭义相对论也有它的总能表达式 $E_{TR} = mc^2 \Big/ \left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{1/2}$ [4], 然而经研究始终有:

$$E_T \geqslant E_{TR} \tag{10}$$

成立• [1] 或[2] 已从 μ 介子穿过大气层时所需的能量比较就证明了(10) •

2 de Broglie 波的理论

众所周知, de Broglie 波是描写波粒二象性的理论• 已证明一切粒子运动都带有粒子性和波动性的"波粒二象性"• 粒子性体现在粒子的总能 E_T 和动量 P; 波动性则体现在频率 ν 和波长 λ 上• de Broglie 的功绩是确定 $P = h/\lambda$ 并与 $E_T = h\nu$ 的关系• 按照狭义相对论的推导, de Broglie 波的群速等于粒子的运动速度, 而波的相速度却是处处超光速的• 后者明显地背离了狭义相对论自身的假定, 陷入了矛盾之中• 超非线性理论可以克服上述的矛盾• 以下分

为二个部分研究•

1) de Broglie 波的群速 v_g

按 de Broglie 的研究, 认为粒子以速度 $\boldsymbol{v}(t)$ 运动的总能 E_{T} 和动量 P 分别是

$$\left.\begin{array}{l} E_{\mathrm{T}} = h\nu, \\ P 待定 \frac{h}{\lambda}, \end{array}\right\} \tag{11}$$

因而粒子波的超非线性群速按定义有

$$\frac{v_g(t)}{\sqrt{1-\alpha\left(\frac{v_g}{c}\right)^2}} = \frac{d\nu}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{d(h\nu)}{d\left(4\frac{h}{\lambda}\mathrm{V}\right)} = \frac{dE_{\mathrm{T}}}{dP}, \tag{12}$$

式中, h 为 Plank 常数, ν 和 λ 分别为粒子的频率和波长• 按(1) 和(9) 得出能量 _动量的关系式:

$$E_{\mathrm{T}} = mc^2 + \frac{P^2}{2m}, \tag{13}$$

由上式可直接写出能量_动量不变式:

$$E_{\mathrm{T}} - \frac{P^2}{2m} = mc^2 = 常数• \tag{14}$$

为了比较, 我们亦可写出狭义相对论的能量_动量不变式[5]:

$$E_{\mathrm{TR}}^2 - P^2c^2 = m^2c^4 = 常数• \tag{15}$$

上式中的 m 为静止时的粒子质量• 把(13) 代入(12) 中, 立刻得出

$$\frac{v_g}{\sqrt{1-\left(\frac{v_g}{c}\right)^2}} = \frac{d\left(mc^2 + \frac{P^2}{2m}\right)}{dP} = \frac{P}{m} = \frac{v(t)\quad n}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}• \tag{16}$$

6

所以同样有

$$v_g = v(t), \tag{17}$$

成立• 结论是群速 $v_g(t)$ 等于粒子的运动速度 $v(t)$•

2) de Broglie 波的相速度 v_P

按粒子的相速度定义是 $v_p = \lambda\nu$, 然而波的超非线性的相速度应是前式的超非线性修正值:

$$\frac{v_p}{\sqrt{1-\left(\frac{v_p}{c}\right)^2}} = \lambda\nu, \tag{18}$$

c

再按(11) 得 $v_p \Big\backslash \sqrt{1-\left(\frac{v_p}{c}\right)^2} = E_{\mathrm{T}}/P$, 但是又按(13)($E_{\mathrm{T}} = mc^2 + P^2/2m$) 故上式写成

$$\frac{v_p(t)}{\sqrt{17-\left(\frac{v_p}{c}\right)^2}} = \frac{v(t)}{2\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} + \frac{c^2}{v(t)}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = K, \tag{19}$$

样

式中, $K = v(t)/2\sqrt{1-(v/c)^2} + (c^2/v(t))\sqrt{1-(v/c)^2}$, 则上式解出 $v_p(t)$ 是

$$\frac{v_p(t)}{c} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{c}{K}\right)^2}} \leqslant 1• \tag{20}$$

(20) 表示粒子的相速 $v_p \leqslant c$, 这就是说 $v_p(t)$ 永远小于光速 c 的• 若把 K 的表达式代入(3.10)中, 经过计算得

$$\frac{v_p(t)}{c}=\frac{1-\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2}{\sqrt{1-\frac{3}{4}\left(\frac{v}{c}\right)^4}}\leqslant 1 \quad \left(\frac{v}{c}\leqslant 1\right), \tag{21}$$

(21) 可用图 1 表示• 狭义相对论也有表示粒子的相速度公式, 但是它得[4,5]:

$$\frac{v_p}{c}=\frac{c}{v}\geqslant 1 \quad \left(\frac{v}{c}\leqslant 1\right), \tag{22}$$

(21) 与 (22) 是截然不同的, 而且 (22) 只能是匀速的情况下取得的• $v_p \geqslant c$ 是背离了狭义相对论自身特别强调的基本假设[5]• 这里为了与 (21) 作比较, (22) 也可用图 1 表示•

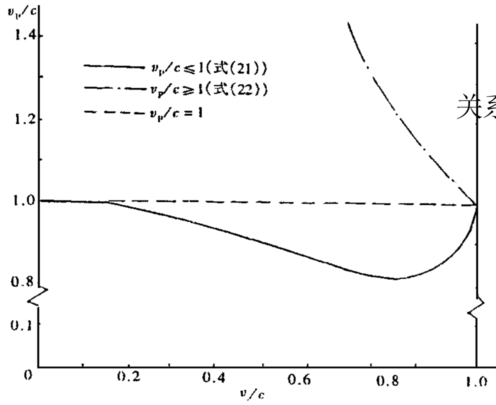

图 1 v_p/c-v/c 的诸关系

从 (21) 知, 当 $v/c = 0$, $v_p/c = 1$; 而 $v/c = 1$, $v_p/c = 1$• 特别在当 $v/c = 0.81$ 时

$$\frac{v_p}{c}=\left(\frac{v_p}{c}\right)_{v\,\min}=0.81 \quad \left(\frac{v}{c}=0.81\right), \tag{23}$$

即当 $v/c = 0.81$ 时 v_p/c 达最小值并且是 0.81 (图 1)• 顺便指出, (22) 在当 $v/c = 0$, 即粒子静止时, $v_p/c = \infty$; 而 (21) 在 $v/c = 0$ 时, $v_p/c = 1$ (图 1)• 由狭义相对论确定的 v_p 是处处超光速的, 故它是违背了本身的基本假设•

3 几点结论

根据本文的研究, 现在可作以下结论:

1) 由超非线性速度或速度的补赏取得了粒子的总能量, 它是

$$E_T = mc^2 + \frac{1}{2}mc^2\frac{\left(\frac{v}{c}\right)^2}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = mc^2\,\frac{1-\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \tag{24}$$

2) 由粒子的总能确定了 de Broglie 波的群速和相速, 它们分别是

$$v_g = v(t); \quad v_p(t) = c\,\frac{1-\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2}{\sqrt{1-\frac{3}{4}\left(\frac{v}{c}\right)^4}} \leqslant c \quad (v(t)\leqslant c) \tag{25}$$

3) 超非线性理论与狭义相对论总能的比较是不同的• 由于总能的差异, 引起了对 de Broglie 波的相速不同• 超非线性理论的相速处处小于光速 c; 而狭义相对论的相速却处处是超光速的, 它违背了自己最基本的假定•

参 考 文 献

[1] 杨文熊. 广义非线性、非定常力学理论及在粒子物理学中的应用[J]. 应用数学和力学, 1995, **16**(1): 23~32.

[2] 杨文熊. 粒子超(广义)非线性速度、时间的相对不对称效应和随体动力学关系式[J]. 应用数学和

力学, 1999, **20**(3): 263~ 268.
[3] 杨文熊. 幂向量, 复合向量数及其函数理论[J]. 应用数学和力学, 1996, **17**(2): 133~ 138.
[4] Rosser W G V. An Introduction to the Theory of Relativity [M]. London: Butter_worths, 1964.
[5] 仉光炯, 李洪芳. 近代物理[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1979.

Super Nonlinear Total Energy of a Particle and the Theory of de Broglie Wave

Yang Wenxiong, Yang Changjun
(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, P R China)

Abstract: By using Laurent series, the velocity (~ c) is expanded and then the total energy expression of a particle moving with high velocity is obtained. The total energy contains two parts: the rest energy and the kinetic energy. Also in this paper the theory of the de Broglie wave from the relation of the energy_momentum is obtained in which the phase velocity is still less than the velocity of light c.

Key words: super nonlinear total energy; kinetic energy; rest energy; momentum; de Broglie wave