

文章编号: 1000\_0887(1999) 04\_0393\_05

# 陶瓷/金属功能梯度材料圆筒的热应力分析\*

吕运冰, 张开银, 肖金生, 温冬生

(武汉交通科技大学 土建系, 武汉 430063)

(王洪纲推荐)

**摘要:** 对金属功能梯度材料\_陶瓷的三层组合圆筒进行了热应力分析, 导出了定常温度分布及热应力分布的计算表达式, 并就  $ZrO_2/Ti_6Al_4V$  梯度材料的热应力进行了计算和讨论.

**关键词:** 功能梯度材料; 热应力; 圆筒

**中图分类号:** O343.7      **文献标识码:** A

## 前 言

陶瓷/金属功能梯度材料(FGM), 由于其组份的梯度分布, 其热力学及热弹性力学性能远优于单一材料. 本文在文献[1]的基础上, 采用组成及材料性能连续变化的模型, 研究了具有一定组成的 FGM 三层复合圆筒的温度分布及热应力, 得到了一组计算公式, 并就  $ZrO_2/Ti_6Al_4V$  梯度材料的热应力分布进行了具体的计算和讨论. 本文采用的模型, 是文献[1]中分层模型的推广, 便于材料的优化设计.

## 1 几何模型及材料性质

功能梯度材料圆筒模型, 可视为金属层\_梯度层\_陶瓷层材料的三层组合圆筒(见图 1 所示). 圆筒由内至外半径分别为  $R_0, R_1, R_2, R_3$ , 筒体内、外表保持定常温度  $T_0$  和  $T^*$ , 筒体内、外压  $P_0$  和  $P^*$ , 筒体两端绝热, 内层 I 为纯金属材料层, 物性参数如弹性模量  $E_1$ 、泊松比  $\mu_1$ 、导热系数  $\lambda_1$  和线膨胀系数  $\alpha_1$ ; 外层 III 为纯陶瓷材料层, 物性参数弹性模量  $E_3$ 、泊松比  $\mu_3$ 、导热系数  $\lambda_3$  和线膨胀系数  $\alpha_3$ (见表 1); 中间层为连续变化的梯度层. 实际 FGM 材料的物性参数可由下式求得

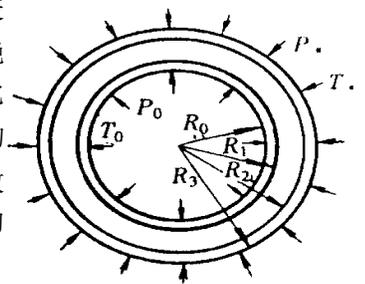


图 1 组合圆筒结构

$$\lambda_2 = \left\{ \frac{(1-q)^{1/3}}{\lambda_0} + \frac{q^{1/3}}{(1-q)^{2/3} \lambda_0 + q^{2/3} \lambda_3} \right\}^{-1}$$

\* 收稿日期: 1996\_11\_01; 修订日期: 1997\_05\_20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59405009); 武汉市青年科技晨光计划资助项目(95CGE013)

作者简介: 吕运冰(1947~), 男, 副教授.

$$E_2 = E_0(1 - q) \frac{8(1 + \mu_0)(23 + 8\mu_0)}{8(1 + \mu_0)(23 + 8\mu_0) + q(5 + \mu_0)(37 - 8\mu_0)},$$

$$\alpha_2 = \alpha_0, \mu_2 = \mu_0 \quad (1)$$

表 1 材料物性参数

材 料	$\lambda/W/(m \cdot K)$	$E/GPa$	$\alpha/K^{-1}$	$\mu$
ZrO <sub>2</sub>	2.09	153.0	$10.0 \times 10^{-6}$	1/3
Ti_6Al_4V	7.50	116.7	$9.5 \times 10^{-6}$	1/3

式中,  $q$  为材料内的气孔率,  $\lambda_a$  为空气的导热系数,  $\lambda_0$ 、 $E_0$ 、 $\alpha_0$  和  $\mu_0$  分别与 FGM 材料中金属体积的百分率  $V_1$  有关,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 &= \lambda_3 + \frac{3\lambda_3(\lambda_1 - \lambda_3)V_1}{3\lambda_3 + (\lambda_1 - \lambda_3)(1 - V_1)}, \\ E_0 &= E_3 \frac{E_3 + (E_1 - E_3)V_1^{2/3}}{E_3 + (E_1 - E_3)(V_1^{2/3} - V_1)}, \\ \alpha_0 &= \frac{\alpha_1 \frac{E_1 V_1}{2(1 - \mu_1)} + \alpha_3 \frac{E_3(1 - V_1)}{2(1 - \mu_3)}}{\frac{E_1 V_1}{2(1 - \mu_1)} + \frac{E_3(1 - V_1)}{2(1 - \mu_3)}}, \\ \mu_0 &= \mu_3(1 - V_1) + \mu_1 V_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

而 FGM 中金属的体积百分率  $V_1$  和 FGM 中的气孔率  $q$  随  $r$  的变化可表示为

$$V_1 = \left[ \frac{R_2 - r}{R_2 - R_1} \right]^m, \quad q = A \frac{r - R_1}{R_2 - R_1} \frac{R_2 - r}{R_2 - R_1} \quad (4 > A > 0), \quad ! \quad (3)$$

式中  $m$  为组分分布指数,  $A$  为气孔率系数。

## 2 稳态温度场

在轴对称稳态条件下, 第  $i$  层热传导方程为

$$\frac{d}{dr} \left[ r \lambda_i(r) \frac{dT_i}{dr} \right] = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (4)$$

式(4)的积分对 I, II, III层分别为

$$\left. \begin{aligned} T_1(r) &= \frac{C_1}{\lambda_1} \ln \frac{r}{R_0} + D_1, \\ T_2(r) &= C_2 \int_{R_1}^r \frac{1}{r \lambda_2(r)} dr + D_2, \\ T_3(r) &= \frac{C_3}{\lambda_3} \ln \frac{r}{R_2} + D_3. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

利用边界条件和各层间温度及热流相等的衔接条件得

$$\left. \begin{aligned} C_1 = C_2 = C_3 = \frac{T^* - T_0}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_1}{R_0} + \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r \lambda_2(r)} dr + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{R_3}{R_2}}, \\ D_1 = T_0, D_2 = T_0 + \frac{C_1}{\lambda} \ln \frac{R_1}{R_0}, D_3 = 6 T^* - \frac{C_3}{\lambda_3} \ln \frac{R_3}{R_2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

### 3 热应力分布

按位移解法,在轴对称问题中,  $u_i = u_i(r)$  表示第  $i$  层径向位移,线性热弹性力学的广义 Navier 方程退化为

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r u_i) \right\} = \frac{1 + \mu_i}{1 - \mu_i} \alpha_i \frac{dT_i}{dr}. \quad (7)$$

利用式(5)和式(6),式(7)的积分按 I、II、III层分别为

$$\left. \begin{aligned} u_1(r) &= 2C_1 \frac{1 + \mu_1}{1 - \mu_1} \frac{\alpha_1}{\lambda_1} \left[ \frac{r^2}{2} \ln \frac{r}{R_0} - \frac{r^2}{4} + \frac{R_0^2}{4} \right] + A_1 r + \frac{B_1}{r}, \\ u_2(r) &= \frac{C_2}{r} \int_{R_1}^r \left\{ r \int_{R_1}^r \frac{1 + \mu_2}{1 - \mu_2} \frac{\alpha_2}{\lambda_2} \frac{1}{r} dr \right\} dr + A_2 r + \frac{B_2}{r}, \\ u_3(r) &= C_3 \frac{1 + \mu_3}{1 - \mu_3} \frac{\alpha_3}{\lambda_3} \left[ \frac{r^2}{2} \ln \frac{r}{R_2} - \frac{r^2}{4} + \frac{R_2^2}{4} \right] + A_3 r + \frac{B_3}{r}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中  $A_i, B_i$  为积分常数,将式(8)代入几何方程  $\varepsilon_r = du/dr$ ,  $\varepsilon_\theta = u/r$ , 并利用物理方程

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} [\alpha_i - \mu_i (\varepsilon_\theta + \varepsilon_z)] + \alpha T_i, \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} [\alpha_i - \mu_i (\varepsilon_r + \varepsilon_z)] + \alpha T_i, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

可得

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_r)_i &= Q_i \left\{ H_i \alpha_i T_i + \frac{A_i}{1 - \mu_i} - G_i \frac{B_i}{r^2} \right\}, \\ (\sigma_\theta)_i &= Q_i \left\{ \frac{\mu_i}{1 - \mu_i} C_i W_i(r) + G_i \frac{C_i}{r^2} \int_{R_{i-1}}^r r W_i(r) dr - \right. \\ &\quad \left. H_i \alpha_i T_i + \frac{A_i}{1 - \mu_i} + G_i \frac{B_i}{r^2} \right\}, \\ (\sigma_z)_i &= \mu_i (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) - E_i \alpha T_i, \end{aligned} \right\} \quad \text{he} \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} Q_i &= \frac{E_i (1 - \mu_i)}{(1 + \mu_i)(1 - 2\mu_i)}, \\ W_i(r) &= \int_{R_{i-1}}^r \frac{1 + \mu_i}{1 - \mu_i} \frac{\alpha_i}{\lambda_i} \frac{1}{r} dr, \\ G_i &= \frac{(1 - 2\mu_i)}{(1 - \mu_i)}, H_i = \frac{(1 + \mu_i)}{(1 - \mu_i)}. \end{aligned}$$

利用边界条件和各层间应力及位移的连续条件可确定式(10)中的积分常数  $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3$  和  $B_3$ 。

### 4 模拟计算与讨论

给定组份分布指数  $m$  和气孔率系数  $A$ , 由式(3)、式(5) 和式(10) 可得到功能梯度材料内沿径向的温度分布、径向应力  $\sigma_r$ 、环向应力  $\sigma_\theta$  和轴向应力  $\sigma_z$  的分布。若梯度材料取表 1 给定的物性参数、几何尺寸 ( $R_0 = 50.0 \text{ mm}$ ,  $R_1 = 50.2 \text{ mm}$ ,  $R_2 = 51.0 \text{ mm}$ ,  $R_3 = 51.2 \text{ mm}$ )、边界温度 ( $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T^* = 100.0 \text{ }^\circ\text{C}$ )、边界压力 ( $P_0 = P^* = 0$ ) 和空气导热系数  $\lambda_a = 0.03 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。当  $m = 1.0$ ,  $A = 0.5$  时, 得到的计算结果如温度分布见图 2, 热应力分布见图 3(应力单位 MPa)。由图 3 可见,  $\sigma_\theta$  远远大于  $\sigma_r$ 。所以  $\sigma_\theta$  为控制结构破坏的一个重要参量, 是结构设计的重要因素。

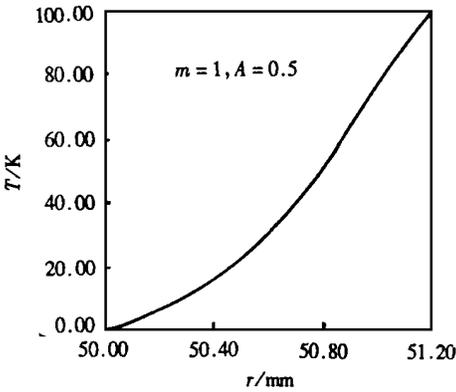


图 2 梯度材料内的温度分布

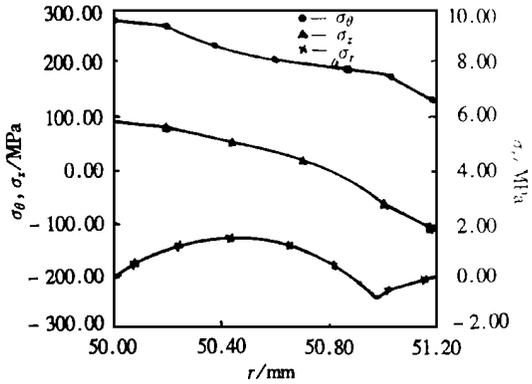


图 3 梯度材料内的热应力分布

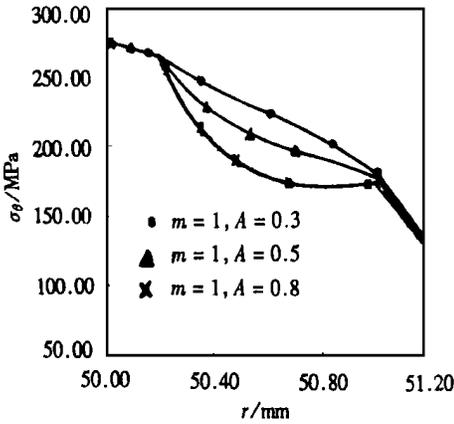


图 4 当  $m$  一定时的环向应力

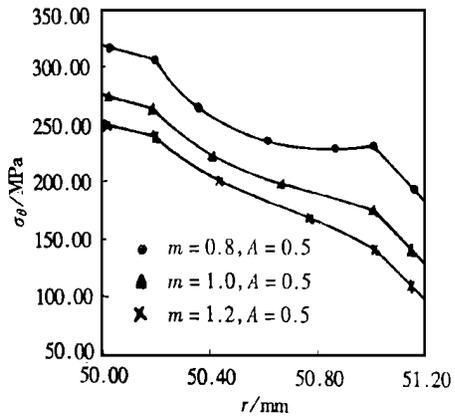


图 5 当  $A$  一定时的环向应力

在同样的条件下, 若选取不同的组份分布指数  $m$  和不同的气孔率系数  $A$  时, 功能梯度材料内任意点的环向应力  $\sigma_\theta$  的分布分别如图 4 和图 5 所示。在材料组份分布指数  $m$  一定的情况下, 随着气孔率系数  $A$  的变小, 环向应力  $\sigma_\theta$  变得更加平滑, 所以气孔率系数对功能梯度材料的热应力具有很好的平缓作用; 而当气孔率系数  $A$  一定的情况下, 随着组份分布指数  $m$  的变大, 环向应力  $\sigma_\theta$  明显变小。可见, 功能梯度材料只有在组份分布指数  $m$  和气孔率系数  $A$  取在一个合适的范围内, 才有可能得到优良的隔热性能和热应力缓和性能。如何选取恰当的  $m$  和  $A$

值,是功能梯度材料设计中仍需进一步探讨的问题<sup>[2]</sup>。

本文通过研究,得到如下结论:

1) 功能梯度材料内的环向应力  $\sigma_\theta$  远远大于径向应力  $\sigma_r$ , 所以  $\sigma_\theta$  是控制结构破坏和结构设计的控制应力;

2) 在组份分布指数  $m$  一定的情况下, 气孔率系数  $A$  越小, 对功能梯度材料的热应力具有很好的平缓作用;

3) 在气孔率系数  $A$  一定的情况下, 随着组份分布指数  $m$  的变大, 环向应力  $\sigma_\theta$  明显变小;

4) 连续模型的建立, 有利于结构优化和材料制备, 便于梯度材料的非等分分层, 减缓层间应力突变和残余应力。

### 参 考 文 献

- [1] Noda Naotake, Tsuji Tomoaki. Steady thermal stresses in a plate of functionally gradient material[J]. 日本机械学会论文集 A 编, 1991, 57(535): 625~ 631.
- [2] 王继辉, 张清杰, 邓京兰. 金属\_陶瓷梯度材料的弹性和弹塑性设计[J]. 武汉工业大学学报, 1995, 17(3): 98~ 101.

## Thermal Stresses Analysis of Ceramic/ Metal Functionally Gradient Material Cylinder

Lü Yunbing, Zhang Kaiyin, Xiao Jinsheng, Wen Dongsheng

(Department of Civil Engineering, Wuhan Transportation University, Wuhan 430063, P R China)

**Abstract:** In this paper, the composite cylinder system made of three layers: metal, functionally gradient material (FGM) and ceramics is studied. The formulas of the steady state temperature distribution and the associate thermal stress distribution in the cylinder are obtained. For  $ZrO_2/Ti_6Al_4V$  system, the distribution of steady state temperature and thermal stress are calculated and discussed.

**Key words:** functionally gradient material; thermal stress; cylinder