

文章编号: 1000_0887(1999) 04_0418_09

夏季东亚副热带反气旋进退活动的 非线性机理讨论*

张 韧, 史汉生, 沙文钰

(空军气象学院, 南京 211101)

(林建忠推荐)

摘要: 采用三维强迫耗散非线性动力学模式, 结合夏季东亚副热带地区实际的环流结构和天气特征, 对东亚上空副热带反气旋的活动进行了研究和探讨, 导出了系统稳定性的位涡拟能判据并据此进行了分析和讨论。所得判据可为分析和预报夏季东亚上空副热带高压的进退变化及相应的东亚天气提供参考依据。

关键词: 副热带反气旋; 位涡拟能; 稳定性判据

中图分类号: P433; O354 **文献标识码:** A

引 言

东亚副热带反气旋(即东亚副热带高压)是夏季影响东亚地区天气的重要天气系统, 它的进退活动和位置变化往往决定着这些地区的降水丰欠和气候凉爽。历史上江淮等东亚地区的干旱及洪涝灾害多是由东亚副热带反气旋的活动异常引起的。

对东亚副热带反气旋的研究由来已久, 但针对副高中短期活动的具体预报判据或指标的研究却并不多见。最近的一些研究^[1,2,3]相继揭示出了东亚地区环流结构和配置的差异以及周围天气系统的活动和异常对东亚副热带反气旋活动的制约作用。上述研究均强调了夏季东亚大陆季风雨带(梅雨带)和西太平洋_南海季风槽雨带的对流性降水以及菲律宾附近积云对流异常等热力强迫作用对东亚副热带反气旋进退变化的影响和反馈作用。我们^[4]也从扰动能量耗散和产生的角度对此问题进行过研究, 得到了一些结果。本文拟从涡度的角度出发, 进一步研究和探讨东亚副热带反气旋发展与衰减、稳定与撤退等系统稳定性问题并导出预报和估算这些变化的扰动位涡拟能判据。

1 动力模式和数学推导

1.1 模式方程组

以 25°N 为模式研究的中心纬度, 南海_西太平洋季风槽雨带(南雨带)和东亚大陆季风雨带(北雨带)分别为南、北边界, 在 500 hPa 层上以这特定的东亚副热带纬带范围作为模式研究

* 收稿日期: 1996_07_22; 修订日期: 1997_05_22

基金项目: 空军基础理论资助课题

作者简介: 张韧(1963~), 男, 副教授。

区域。类似文献[4]的处理,引入垂直两层模式差分离散化后的包含热力强迫(已用积云对流参数化^[5]处理)和水平涡动耗散作用的三维非线性动力模式:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + u_1 \frac{\partial}{\partial x} \right\} \cdot \text{强迫项} \left\{ \beta - \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right\} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + J(\phi_1, \dots^2 \phi_1) = -\frac{f_0 \omega_2}{2 \Delta p} + K_h \dots^4 \phi_1, \quad (1)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + u_3 \frac{\partial}{\partial x} \right\} \dots^2 \phi_3 + \left\{ \beta - \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \right\} \frac{\partial \phi_3}{\partial x} + J(\phi_3, \dots^2 \phi_3) = \frac{f_0 \omega_2}{2 \Delta p} + K_h \dots^4 \phi_3, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi_1 - \phi_3) + \frac{1}{2}(u_1 + u_3) \frac{\partial}{\partial x}(\phi_1 - \phi_3) - \frac{1}{2}(u_1 - u_3) \frac{\partial}{\partial x}(\phi_1 + \phi_3) + \frac{1}{2}J(\phi_1 + \phi_3, \phi_1 - \phi_3) = -\frac{2 \Delta p}{f_0}(\sigma_s - \lambda \Pi^*)_2 \omega_2, \quad (3)$$

式中 ϕ 为扰动流函数, $u_1 = u_1(y)$, $u_3 = u_3(y)$, $(\sigma_s - \lambda \Pi^*)_2 = (\sigma_s - \lambda \Pi^*)_2(y)$, $\lambda = \frac{RL}{2 \Delta p C_{pp}}(q_{es1} - q_{es3})$, Π^* 为量纲一的加热幅度参数, K_h 为水平涡动扩散系数, $\Delta p = 200 \text{ hPa}$ 为垂直差分步长, σ_s 为静力稳定度参数, q_{es} 为平均饱和比湿, 脚标“1, 2, 3”分别代表 700, 500, 300 hPa 层次序号, 其余符号皆为气象上常用的。边界条件: y 方向以南、北雨带为边界取固壁条件, x 方向则满足周期边值条件。

1.2 扰动位涡拟能的平衡方程

针对建立的模式方程组,引入反映涡旋系统旋转能力大小的位涡拟能,位涡拟能的平衡方程可表示为:

$$\frac{dM}{dt} = -K_h D M + P M, \quad (4)$$

$$\text{其中 } M = \frac{1}{2} \langle |\dots^2 \phi_1|^2 + |\dots^2 \phi_3|^2 \rangle + \frac{1}{4} \left[\frac{f_0}{\Delta p} \right]^2 \langle \sigma(y) |\dots^2(\phi_1 - \phi_3)|^2 \rangle,$$

称 M 为总扰动位涡拟能。 M 的第一、二两项分别为模式区域($L_x \times [-L, L]$)的 700 hPa 层和 300 hPa 层的总扰动涡度拟能,它反映了该层次上涡旋系统的强弱程度。由于东亚副热带高压属于动力型高压,故对应于 500 hPa 层的东亚副热带反气旋系统,其 700 hPa 层应为负涡度($\zeta_1 = \dots^2 \phi_1 < 0$)的反气旋系统(东亚副高),300 hPa 层则应为正涡度($\zeta_3 = \dots^2 \phi_3 > 0$)的气旋系统(如太平洋中部槽 TUTT 的西伸部份),且两者的涡度绝对值($|\zeta_1|$, $|\zeta_3|$)越大,其相应的涡度拟能 $|\dots^2 \phi_1|^2$, $|\dots^2 \phi_3|^2$ 亦越大,则 500 hPa 层的副热带反气旋越强盛。 M 的第三项为 700 hPa 与 300 hPa 层次间的涡旋动能,它也反映了该层次区域涡旋运动的强弱,实际上代表了 500 hPa 层副热带涡旋系统的强弱。

$D M = \langle |\dots^3 \phi_1|^2 + |\dots^3 \phi_3|^2 \rangle$ 为总扰动位涡拟能的耗散项,主要是由于涡动扩散作用所致。

$$P M = \left\langle \left[\beta - \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right] \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \dots^2 \phi_1 \right\rangle + \left\langle \left[\beta - \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \right] \frac{\partial \phi_3}{\partial x} \dots^2 \phi_3 \right\rangle - \frac{1}{4} \left[\frac{f_0}{\Delta p} \right]^2 \langle \sigma(y) \times \left[u_3 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - u_1 \frac{\partial \phi_3}{\partial x} \right] \dots^2(\phi_1 - \phi_3) \rangle - \frac{1}{8} \left[\frac{f_0}{\Delta p} \right]^2 \langle \sigma(y) \cdot J(\phi_1 + \phi_3, \phi_1 - \phi_3) \times \dots^2(\phi_1 - \phi_3) \rangle$$

为总扰动位涡拟能产生项。

$$\text{式中 } \langle \cdot \rangle = \iint_{\Omega} \int_{\Omega} \cdot J dx dy, \quad \Omega = L_x \times [-L, L], \quad L_x \text{ 为 } x \text{ 方向的一个波长, } L \text{ 为 } y \text{ 方向的固壁}$$

半径, $\sigma(y) = 1/(\sigma_s - \lambda_1^*)_2(y)$ 为 500 hPa 层的层结热力经向分布函数。

由平衡方程(4)知, 若位涡拟能的产生大于其耗散时 ($P_M > K_h D_M$), 则 $dM/dt > 0$, 总扰动位涡拟能随时间增长, 系统的整体旋转性加强, 对应于夏季东亚的特定环境, 可反映东亚副热带反气旋系统的发展增强和稳恒维持。反之, 则 $dM/dt < 0$, 可反映东亚副热带反气旋系统减弱衰亡, 退出东亚上空。通过分析和研究 M 随时间的长消情况以及对应的物理机制和天气条件, 找出其系统稳定性的判据, 我们即可据此分析和预测东亚副热带反气旋的活动及相应的东亚天气。

通过沿经向积分将南、北两侧雨带的热力作用耦合起来, 再设立波解, 则将稳定性问题转化为复函数特征值及微分不等式问题。

$$\text{记 } P_M = P_M^* + P_M^{**}, P_M^{**} = -\frac{1}{8} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 \int \sigma(\psi) J(\phi_1 + \phi_3, \phi_1 - \phi_3) \cdot \sigma^2(\phi_1 - \phi_3) dy,$$

有估计式:

$$1) \text{ 若 } \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3, \text{ 无经向热力差异时, 则 } P_M^{**} \equiv 0;$$

$$2) \text{ 有经向热力差异时, 则}$$

$$|P_M^{**}| \leq \frac{1}{8} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 \max(|\sigma_1^1 - \sigma_2^1|, |\sigma_3^1 - \sigma_2^1|) \cdot \langle |J(\phi_1 + \phi_3, \phi_1 - \phi_3)| \times |\sigma^2(\phi_1 - \phi_3)| \rangle.$$

下面分两步对位涡拟能产生项 P_M^* 和 P_M^{**} 分别进行处理, 先考虑一些辅助特征值问题, 继而用一个嵌入定理来处理 P_M^{**} , 利用这些结果推得一微分不等式, 然后用变分原理得到一系列较为细致的估计, 最后给出系统非线性稳定性的位涡拟能判据及总扰动位涡拟能的衰减估计。

1.3 辅助特征值问题

$$a) K_{h,M}^* = \max(P_M^*/D_M)$$

考虑特征值问题: $1/\mu = P_M^*/D_M \Rightarrow$ 变分问题

$$\delta(D_M - \mu P_M^*) = 0, \quad (5)$$

其中 δ 为变分符号。

记 $\phi_1 = \sigma(y)(u_3 - u_1)$, 则可以得到相应于变分问题(5)的 Euler-Lagrange 方程为:

$$2 \cdot \sigma^6 \phi_1 + \left\{ -u_1^{(4)} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - 2u_1^{(3)} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial y} - \frac{1}{4} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 \left[G_\sigma \frac{\partial}{\partial x} \sigma^2 \phi_3 + y G_\sigma'' \frac{\partial \phi_3}{\partial x} + 2G_\sigma' \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x \partial y} \right] \right\} = 0, \quad (6a)$$

$$2 \cdot \sigma^6 \phi_3 + \left\{ -u_3^{(4)} \frac{\partial \phi_3}{\partial x} - 2u_3^{(3)} \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x \partial y} + \frac{1}{4} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 \left[G_\sigma \frac{\partial}{\partial x} \sigma^2 \phi_1 + 3G_\sigma'' \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + 2G_\sigma' \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x \partial y} \right] \right\} = 0 \quad (6b)$$

设波动解 $\phi_1 = \varphi_1(y) \exp\{ik(x - ct)\}$, $\phi_3 = \varphi_3(y) \exp\{ik(x - ct)\}$, 代入(6a)、(6b)式得:

$$\varphi_1^{(6)} - 3k^2 \varphi_1^{(4)} - k^6 \varphi_1 + k^4 \left\{ 3\varphi_1'' - \frac{1}{2} i k^{-3} u_1^{(4)} \varphi_1 - i k u_1^{(3)} k^{-3} \varphi_1' - \frac{1}{8} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 [ik \{ G_\sigma(\varphi_3 - k^2 \varphi_3) + G_\sigma'' \varphi_3 + 2G_\sigma' \varphi_3' \}] \right\} = 0, \quad (7a)$$

$$0 \quad \varphi_3^{(6)} - 3k^2 \varphi_3^{(4)} - k^6 \varphi_3 + k^4 \left\{ 3 \varphi_3'' - \frac{1}{2} i \mu k^{-3} u_3^{(4)} \varphi_3 - i \mu u_3^{(3)} k^{-3} \varphi_3' + \right. \\ \left. \frac{1}{8} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 i k \mu G_\sigma (\varphi_1'' - k^2 \varphi_1) + G_\sigma'' \varphi_1 + 2G_\sigma' \varphi_1' \right\} = 0 \quad (7b)$$

下面用两种不同的方法来估计特征值 $1/\mu$; 方法 I: 作变换

$$\varphi_1 = \exp \left\{ \frac{i \mu u_1^{(2)}}{6k^3} \right\} \Phi_1, \quad \varphi_3 = \exp \left\{ \frac{i \mu u_3^{(2)}}{6k^3} \right\} \Phi_3, \quad \psi_3$$

代入(7a)、(7b)式, 然后作如下运算:

$$\int_{-L}^L (7a) \cdot \Phi_1^* \cdot \exp \left\{ \frac{-i \mu u_1''}{6k^3} \right\} dy + \int_{-L}^L (7b) \cdot \Phi_3^* \cdot \exp \left\{ \frac{-i \mu u_3''}{6k^3} \right\} dy$$

推得

$$- \sum_{j=1,3} (I_{3,j}^2 + 3k^2 I_{2,j}^2 + 3k^4 W_{1,j}^2 + k^6 I_{0,j}^2) + \frac{\mu^2}{12k^2} \int_{-L}^L [(u_1^{(3)})^2 |\Phi_1|^2 + (u_3^{(3)})^2 |\Phi_3|^2] dy + \mu (\varphi_1, \varphi_3, G_\sigma) = 0, \quad (8)$$

其中,

$$I(\varphi_1, \varphi_3, G_\sigma) = - \frac{1}{8} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 k i \int_{-L}^L [(G_\sigma \varphi_3)'' \Phi_1^* - k^2 \varphi_3 \Phi_1^* - (G_\sigma \varphi_1) \Phi_3^* + k^2 \varphi_1 \Phi_3^*] dy \quad (9)$$

$$\text{经计算, } I(\varphi_1, \varphi_3, G_\sigma) = \frac{1}{4} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 k \left[\int_{-L}^L 3 G_\sigma J_m(\varphi_3 \Phi_1^*) dy - k^2 \int_{-L}^L J_m(\varphi_3 \Phi_1^*) dy \right] \quad (10)$$

利用等参不等式^[6,7]:

$$I_{1,j}^2 \geq \lambda_1^2 I_{0,j}^2, \quad I_{2,j}^2 \geq \lambda_2^2 I_{1,j}^2, \quad I_{3,j}^2 \geq \lambda_3^2 I_{0,j}^2, \quad j = 1, 3, \quad (11)$$

其中

$$I_{i,j}^2 = \int_{-L}^L \left| \frac{d^i \Phi}{dy^i} \right|^2 dy, \quad W_{i,j}^2 = \int_{-L}^L \left| \frac{d^i \Phi}{dy^i} \right|^2 dy, \quad i = 0, 1, 2, 3; j = 1, 3, \\ \lambda_1^2 = \frac{\pi^2}{4L^2}, \quad \lambda_2^2 = \frac{\pi^2}{L^2}, \quad \lambda_3^2 = \left(\frac{2 \cdot 365}{L} \right)^4 \quad 1$$

可得出下列估计式:

$$\frac{1}{\mu} = \left\{ 12k^2 I(\varphi_1, \varphi_3, G_\sigma) \pm \left[144k^4 I^2(\varphi_1, \varphi_3, G_\sigma) + 48\mu^2 \sum_{j=1,3} (I_{3,j}^2 + 3k^2 I_{2,j}^2 + 3k^4 W_{1,j}^2 + k^6 I_{0,j}^2) \left\{ \int_{-L}^L (u_1^{(3)})^2 |\Phi_1|^2 + (u_3^{(3)})^2 |\Phi_3|^2 dy \right\} \right]^{1/2} \right\} \\ 24k^2 \sum_{j=1,3} (I_{3,j}^2 + 3k^2 I_{2,j}^2 + 3k^4 W_{1,j}^2 + k^6 I_{0,j}^2), \\ \frac{1}{\mu} \leq \xi(k) + \sqrt{\xi^2(k) + \eta(k)} \stackrel{\text{det}}{=} K_{h,M,1}^* \quad (12)$$

其中

$$\xi(k) = \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 k |G_\sigma|_{\max} \left\{ 32(\lambda_2^2 + 3k^2)^{1/2} \cdot (3k^4 \lambda_1^2 + k^6)^{1/2} + \right. \\ \left. + \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right)^2 k^3 \left[16(\lambda_2^2 \lambda_3^2 + 3k^2 \lambda_3^2 + 3k^4 \lambda_1^2 + k^6) \right] \right\}$$

$$\eta(k) = \max[\max |u_1^{(3)}|^2, \max |u_3^{(3)}|^2] / 12k^2 (\lambda_2^2 \lambda_3^2 + 3k^2 \lambda_3^2 + 3k^4 \lambda_1^2 + k^6) \cdot$$

方法 II, 作演算:

$$\int_{-L}^L (7a) \varphi_1^*(y) dy + \int_{-L}^L (7b) \varphi_3^*(y) dy$$

推得

$$- \sum_{j=1,3} (I_{3,j}^2 + 3k^2 I_{2,j}^2 + 3k^4 I_{1,j}^2 + k^6 I_{0,j}^2) + k\mu \int_{-L}^L [u_1^\ominus I_m(\dot{\varphi}_1 \varphi_1^*) + u_3^\ominus I_m(\dot{\varphi}_3 \varphi_3^*)] dy + W(\varphi_1, \varphi_3, G_\sigma) = 0$$

由此推得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} &= \frac{k \int_{-L}^L [u_1^\ominus I_m(\dot{\varphi}_1 \varphi_1^*) + u_3^\ominus I_m(\dot{\varphi}_3 \varphi_3^*)] dy + I(\varphi_1, \varphi_3, G_\sigma)}{\sum_{j=1,3} (I_{3,j}^2 + 3k^2 I_{2,j}^2 + 3k^4 I_{1,j}^2 + k^6 I_{0,j}^2)} \leq \\ &2\xi(k) + \frac{k \cdot \max(|u_1^\ominus|_{\max}, |u_3^\ominus|_{\max}) \cdot (I_{0,1} I_{1,1} + I_{0,3} I_{1,3})}{\sum_{j=1,3} (I_{3,j}^2 + 3k^2 I_{2,j}^2 + 3k^4 I_{1,j}^2 + k^6 I_{0,j}^2)} \leq \\ &2\xi(k) + \frac{k \cdot \max(|u_1^\ominus|_{\max}, |u_3^\ominus|_{\max})}{2(\lambda_3^2 + 3k^4)^{1/2} (k^6 + 3k^2 \lambda_3^2)^{1/2}} \stackrel{\text{def}}{=} 2\xi(k) + \theta(k), \end{aligned}$$

即得估计式

$$\frac{1}{\mu} \leq 2\xi(k) + \theta(k) \stackrel{\text{def}}{=} K_{h,M}^*, 2 \quad (13)$$

综合(12)、(13)式,得到:

$$K_{h,M}^* \leq \min[K_{h,M,1}^*, K_{h,M,2}^*] \quad (14)$$

b) $\lambda_M = \max(\mathcal{E}, D_M)$

其中 $\mathcal{E} = \langle |\cdot|^2(\varphi_1 + \varphi_3)|^2 + |\cdot|^2(\varphi_1 - \varphi_3)|^2 \rangle + \|D^3(\varphi_1 + \varphi_3)\|_{L_2}^2 + \|D^3(\varphi_1 - \varphi_3)\|_{L_2}^2$,

这里 $\|\cdot\|_{L_2}$ 为 L^2 模, $\|D^3\Phi\|_{L_2}^2 = \langle \left| \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3} \right|^2 + \left| \frac{\partial^3 \Phi}{\partial y^3} \right|^2 + \left| \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^2 \partial y} \right|^2 + \left| \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x \partial y^2} \right|^2 \rangle$.

考虑特征值问题:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{\mathcal{E}}{D_M} \Rightarrow \delta(D_M - \mu \mathcal{E}) = 0, \quad (15)$$

δ : 变分符号. (15)式对应的 Euler-Lagrange 方程为:

$$\begin{aligned} &|\cdot|^6(\varphi_1 + \varphi_3) - 2\mu \left[|\cdot|^2(\varphi_1 + \varphi_3) + \frac{\partial^6}{\partial x^6}(\varphi_1 + \varphi_3) + \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2}(\varphi_1 + \varphi_3) + \right. \\ &\left. \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4}(\varphi_1 + \varphi_3) + \frac{\partial^6}{\partial y^6}(\varphi_1 + \varphi_3) \right] = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

应用(13)式类似的估计法可以估计出:

$$\lambda_M \leq 2 + \frac{\max(2 + k^4, 2k^2)}{\min(3k^4 + \lambda_3^2, k^6 + 3k^2 \lambda_3^2)} \quad (17)$$

c) $\lambda_M = \max(M, D_M)$

考虑特征值问题:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{M}{D_M} \Rightarrow \delta(D_M - \mu M) = 0 \quad (18)$$

其对应的 Euler-Lagrange 方程为:

$$|\cdot|^6 \varphi_1 + \mu \left\{ |\cdot|^4 \varphi_1 - \frac{1}{4} \left[\frac{f_0}{\Delta p} \right]^2 \left[\sigma(y) |\cdot|^2(\varphi_1 - \varphi_3) + \sigma'(y) \frac{\partial}{\partial y}(\varphi_1 - \varphi_3) \right] \right\} = 0, \quad (19a)$$

$$\sigma^6 \phi_3 + \mathbf{K} \left\{ \sigma^4 \phi_3 - \frac{1}{4} \left[\frac{f_0}{\Delta p} \right]^2 \left[\frac{4}{k^6} \sigma^2 (\phi_3 - \phi_1) + \sigma'(y) \frac{\partial}{\partial y} (\phi_3 - \phi_1) \right] \right\} = 0 \quad (19b)$$

由(19a)~(19b)式得到:

$$\sigma^6 (\phi_1 - \phi_3) + \mathbf{K} \left\{ \sigma^4 (\phi_1 - \phi_3) - \frac{1}{2} \left[\frac{f_0}{\Delta p} \right]^2 \times \left[\sigma(y) \sigma^2 (\phi_1 - \phi_3) + \sigma'(y) \frac{\partial}{\partial y} (\phi_1 - \phi_3) \right] \right\} = 0$$

类似(13)式的推导,得到:

$$\lambda_M \leq \frac{1}{\lambda_1^2 + k^2} + \frac{|\sigma(y)|_{\max} \cdot (I_{0,j}^2 + I_{1,j}^2)}{I_{3,j}^2 + 3k^2 I_{2,j}^2 + 3k^4 I_{1,j}^2 + k^6 I_{0,j}^2} \leq \frac{1}{\lambda_1^2 + k^2} + \frac{|\sigma(y)|_{\max}}{(\lambda_3^2 + 3k^4)^{1/2} (3k^2 \lambda_3^2 + k^6)^{1/2}} \quad (20)$$

1.4 嵌入不等式及 P_M^{**} 的估计

定理^[6,7](Joseph, 1973) 假设 $f(x, y)$ 是一个光滑函数, 且 $f|_{y=\pm L} = 0$, 在 x 方向以 $2\pi/k$ 为周期, 则:

$$\langle f^4 \rangle \equiv \int_{-L}^L \int_0^{2\pi/k} 2f^4 dx dy \leq \frac{1}{2} \left\{ \frac{2kL}{\pi\Lambda^{1/2}} + 1 \right\} \langle f^2 \rangle \langle |f'|^2 \rangle, \quad (21)$$

其中 $\Lambda = 1/(4k^2 L^2 + \pi^2)$, 据此嵌入不等式(21), P_M^{**} 可得到如下估计式:

$$|P_M^{**}| \leq \frac{\sqrt{3}}{4} \left[\frac{f_0}{\Delta p} \frac{1}{\sqrt{\sigma_2}} \max \left[\left| \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1} \right|, \left| \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{\sigma_3} \right| \right] \right] \left\{ \frac{2kL}{\pi\Lambda^{1/2}} + 1 \right\}^{1/2} \cdot M^{1/2} \quad (22)$$

1.5 位涡拟能稳定性判据及其相应的衰减估计

综合 1.3, 1.4 可得以位涡拟能为正定量(或数学上称之为的 Liapunov 函数), 当下列不等式成立时,

$$K_h > \min(K_{h,M,1}^*, K_{h,M,2}^*) \stackrel{\text{def}}{=} K_{h,M}^* \quad (23a)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\sigma_2}} \max \left[\left| \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{\sigma_3} \right|, \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1} \right| \right] \leq \frac{4}{3} \sqrt{3} \lambda_M \left\{ \frac{2kL}{\pi\Lambda^{1/2}} + 1 \right\}^{-1/2} \times \quad !$$

$$\frac{K_h - K_{h,M}^*}{M(0)^{1/2}} \cdot \frac{\Delta p}{f_0}, \quad (23b)$$

其中 $K_{h,M,1}^*$, $K_{h,M,2}^*$, λ_M 分别由(12)式、(13)式及(17)式给出, $M(0)$ 为单位质量初始扰动位涡拟能。

则有下面的微分不等式成立:

$$\left(\frac{dM}{dt} \right) \leq \left\{ - (K_h - K_{h,M}^*) M + \frac{\sqrt{3}}{4} \left[\frac{f_0}{\Delta p} \right] \frac{1}{\sqrt{\sigma_2}} \max \left[\left| \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1} \right|, \left| \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{\sigma_3} \right| \right] \times \left[\frac{2kL}{\pi\Lambda^{1/2}} + 1 \right]^{1/2} \lambda_M M^{3/2} \right\} \lambda_M, \quad (24a)$$

$$M|_{t=0} = M(0) \quad (24b)$$

由上式可解得扰动位涡拟能的衰减估计:

$$\frac{M(t)}{[K_h - K_{h,M}^* - F(k)M^{1/2}(t)]^2} \leq \frac{M(0)}{[K_h - K_{h,M}^* - F(k)M^{1/2}(0)]^2} \times$$

$$\exp\left\{-\frac{K_h - K_{h,M}^*}{\lambda_M} t\right\}, \quad (25)$$

$$F(k) = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{f_0}{\Delta p} \right) \frac{1}{\sqrt{\sigma_2}} \max\left(\left| \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1} \right|, \left| \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{\sigma_3} \right| \right) \left\{ \frac{2kL}{\pi \sigma_1^{1/2}} + 1 \right\}^{1/2} \lambda_M$$

(23a)、(23b) 两式称之为涡旋系统稳定衰减的位涡拟能判据, 判据成立时, 涡旋系统的衰减情况由(25)式给出。

2 分析和讨论

由(23)、(12)、(13)、(17)等式知道, 制约和影响涡旋系统稳定性涡度拟能判据的因子有 u_1^{\ominus} , u_3^{\ominus} , $(u_3 - u_1)$, σ_1 , σ_2 , σ_3 以及 k, L 。其中 $u_1^{\ominus} = \partial^3 u_1 / \partial y^3$, $u_3^{\ominus} = \partial^3 u_3 / \partial y^3$ 和 $(u_3 - u_1)$ 分别反映了东亚副热带 25°N 区域上空高(300 hPa)、低(700 hPa)层纬向基流的南北切变和垂直切变对 500 hPa 层东亚副热带涡旋系统稳定性的影响。

$$\sigma_1 = \frac{1}{(\sigma_s - \lambda \Pi^*)_2(y_1)}, \quad \sigma_2 = \frac{1}{(\sigma_s - \lambda \Pi^*)_2(y_2)}, \quad \sigma_3 = \frac{1}{(\sigma_s - \lambda \Pi^*)_2(y_3)}$$

分别代表了南海-西太平洋季风槽雨带 (y_1)、25°N 附近东亚副热带区域 (y_2)、以及东亚大陆季风雨带 (y_3) 500 hPa 层次上的层结稳定性和热力状况对该层次上的东亚副热带涡旋系统稳定性的影响。 $k = 2\pi/L_x$ 表明了不同的纬向波长 (L_x) 天气系统在东亚副热带区域的稳定性情况。 L 表现了南北雨带之间间距的远近对东亚副热带系统稳定性可能产生的影响。

若上述因子的综合作用满足位涡拟能判据(23a)、(23b)式, 则系统稳定, 其扰动位涡拟能 M 以(25)式随时间呈指数衰减, 此时的涡旋天气系统减弱消退。反之, 则系统不稳定, 其扰动位涡拟能随时间指数增长, 此时的涡旋天气系统增长发展。

综合所推得的位涡拟能判据(23)式对上述各影响因子的物理机制和天气意义进行分析和计算, 可得以下结果:

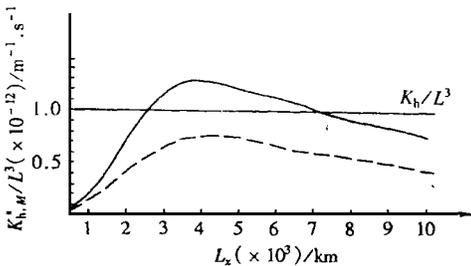


图1 位涡拟能第一判据计算结果分布, 临界值 K_h/L_3 之上为不稳定区域, 之下为稳定区域

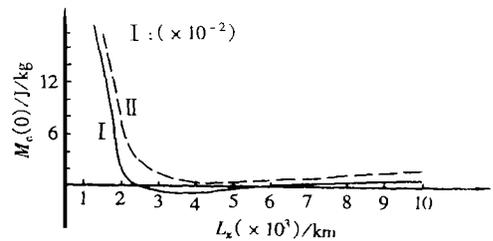


图2 位涡拟能第二判据中临界初始扰动位涡拟能值 $M_c(0)$ 的计算结果分布, 临界值 $M_c(0)$ 之上为不稳定区域, 之下为稳定区域

1) 对于模式所取的东亚副热带 500 hPa 层次区域内的微小尺度系统 ($k \rightarrow \infty$), 其位涡拟能判据表明是稳定的, 它们的总扰动位涡拟能 M 随时间指数衰减, 即小尺度的短波天气系统不易在东亚副热带区域发展或维持。对于东亚副热带模式区域内的超长波天气系统 ($k \rightarrow 0$), 若其初始扰动位涡拟能 $M(0)$ 充分小, 或者经向热力差异微小时, 则该超长波系统仍为稳

定,其位涡拟能等旋转特性随时间衰减,此时该行星尺度的涡旋不易维持和发展。

2) 计算表明,东亚副热带模式区域内 500 hPa 层上“最不稳定”的涡旋天气系统尺度范围约为 300 0~ 500 0 km,即系统不稳定时,该尺度范围的涡旋天气系统的总扰动位涡拟能随时间增长最快,易有涡旋系统迅速发展起来,或原有的涡旋系统很快得以增强和稳恒维持,若系统稳定时,该尺度范围内的天气系统总扰动位涡拟能衰减最慢,表现为已有的涡旋系统缓慢衰减,尚可维持一段时间,如图 1、图 2 中 300 0~ 500 0 km 波域所示。

夏季东亚副热带地区上述尺度范围的持续性气旋系统并不多见,而夏季西太平洋副高等东亚副热带反气旋系统的纬向尺度属此“最不稳定”范围,且多持续维持存在,故在系统不稳定状况下,它们常西伸北挺至东亚上空形成强盛恒稳的东亚副热带反气旋,而在系统稳定情况下,它们并不马上消亡,而是逐渐减弱东退。因此东亚副热带反气旋的强弱进退等活动可以用系统稳定性的位涡拟能判据进行估计和预测。

3) 东亚大陆季风雨带或南海_西太平洋季风槽雨带对流降水强盛,热力强迫显著,而南、北雨带之间的中心为 25°N 的副热带纬带区域无降水或热力效应微弱,与南、北雨带之间的热力差异显著时,则两雨带之间的 500 hPa 层上东亚副热带区域的系统将趋于不稳定,此时该区域内的涡旋天气系统总扰动位涡拟能将随时间增长,尤以占尺度优势的东亚副热带反气旋等系统的位涡拟能发展增长最快(如图 1、图 2 中实线所示),表现为此时东亚副高稳定强盛地维持于东亚上空,所对应的则是晴朗炎热、持续干旱的天气。即南、北雨带的持续强盛对流降水及其经向的显著热力差异是促使东亚副热带涡旋系统发展和增强,利于东亚副热带反气旋稳恒和强盛的重要因素,反之,东亚副热带区域的系统将趋于稳定,此时该区域内的涡旋天气系统总扰动位涡拟能将随时间衰减,而 300 0~ 500 0 km 纬向尺度范围的东亚副热带反气旋等系统的位涡拟能衰减相对较慢(如图 1、图 2 中虚线所示)。

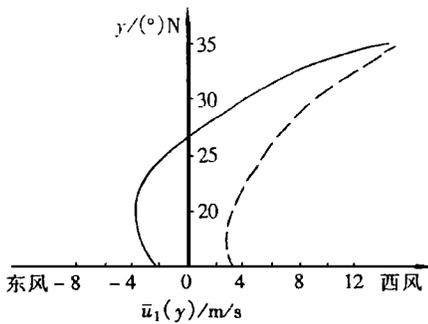


图 3 夏季东亚副热带地区 700 hPa 层纬向基本气流平均分布

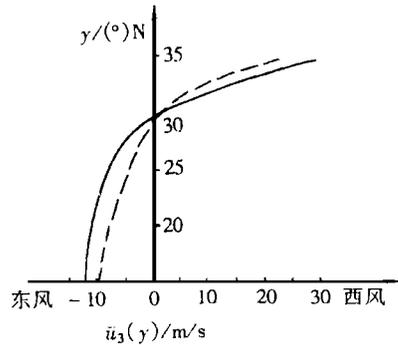


图 4 夏季东亚副热带地区 300 hPa 层纬向基本气流平均分布

4) 当东亚副热带地区低层的西南季风活跃,其北侧有季风低压形成或发展,而高层的青藏高压增强东伸、热带东风强劲时,则高、低层纬向基流的南北切变增大,且高层(热带东风)与低层(西南季风)之间的纬向基流垂直切变亦最大,此时的环流结构和配置(如图 3、图 4 虚线所示)利于 500 hPa 层的东亚副热带涡旋系统的不稳定增强发展,也是利于引导西太平洋副高西伸北进至东亚大陆,利于东亚副热带反气旋加强维持的最佳环流条件。当西太平洋副高西伸至东亚大陆,东亚副热带区域中、低层为偏东风,若此时高层有太平洋中部槽(TUTT)的槽底亦向东亚上空西伸,高层为 TUTT 槽前的偏西风气流时,亦利于 500 hPa 层东亚副热带反气旋

的维持和发展。

若高(青藏高压)、低(西太副高) 层的副热带反气旋系统进一步相向靠拢, 两高压趋于上、下重迭, 低层转为偏东气流, 高层仍为东风时(如图 3、图 4 实线所示), 或西太副高东退, 青藏高压西撤, 高层热带东风减弱时, 则高、低层的纬向基流切变均已减弱, 此时东亚副热带模式区域内系统趋于稳定, 涡旋系统的总扰动位涡拟能等旋转特性衰退减弱, 这也是促使西太副高退出东亚大陆, 导致东亚副热带反气旋系统减弱消亡, 难以继续维持的最佳环流配置条件。

5) 在同等条件下, 若南或北雨带位置分别偏南、偏北, 两者间距较大时, 则两雨带之间的 500 hPa 层上东亚副热带区域内的天气系统易趋于不稳定, 天气尺度的涡旋系统易得以发展和维持。此时西太平洋副高易西伸至东亚上空形成强稳的东亚副热带反气旋。反之, 则东亚副热带系统趋于稳定, 东亚副热带反气旋不易较好地发展和维持。

上述基于位涡拟能判据的理论分析和讨论与诊断分析和天气事实基本相符, 所取模式也大致反映了夏季东亚地区的环流结构和天气特征, 故利用研究所得位涡拟能判据进行动力分析和诊断计算, 可为预报和分析夏季东亚副高的活动及相应的东亚天气提供一定的参考依据。

参 考 文 献

- [1] 喻世华, 王绍龙. 西太平洋副热带高压中期进退的环流机制[J]. 海洋学报, 1989, 11(3): 372~ 377.
- [2] 喻世华, 杨维武. 副热带季风环流圈特征及其在东亚夏季环流中的作用[J]. 应用气象学报, 1991, 2(3): 242~ 247.
- [3] 黄荣辉, 李维京. 夏季热带西太平洋上空热源异常对东亚上空副热带高压的影响及物理机制[J]. 大气科学, 特刊, 1989, 107~ 116.
- [4] 张韧, 史汉生. 西太平洋副热带高压非线性稳定性问题研究[J]. 大气科学, 1995, 19(6): 687~ 700.
- [5] Jule G Charney, Arnt Eliassen. On the growth of the hurricane depression[J]. J Atm o Sci, 1964, 21(1): 68~ 75.
- [6] Adelina Georgescu. Hydrodynamic Stability Theory [M]. London: Martinus Nijhoff Publishers, 1985.
- [7] Daniel D Joseph. Stability of Fluid Motions, I [M]. New York: Springer-Verlag, 1976.

A Discussion of Non-Linear Mechanism on Subtropical Anticyclone's Extending/ Shrinking Over East Asia in Summer

Zhang Ren, Shi Hanshen, Sha Wenyu

(Air Force Institute of Meteorology, Nanjing 211101, P R China)

Abstract: Based on the actual circulation structure as well as weather characters over East Asia subtropical region in summer, by using three-dimension non-linear forced/ dissipated dynamic model, the activities of subtropical anticyclone over East Asia have been studied and discussed. The potential enstrophy criteria of system stability have been derived and also been analysed. The criterion can provide useful reference for analysing and predicting subtropical anticyclone's extending/shrinking as well as corresponding weather over East Asia in summer.

Key words: subtropical anticyclone; potential enstrophy; stability criterion