

# 粒子超(广义)非线性速度、时间的相对 不对称性效应和随体动力学公式\*

杨文熊

上海交通大学工程力学系, 上海 200030

(鲁传敬推荐)

**摘要:** 描述了粒子作高速运动时的超(广义)非线性速度、时间的相对不对称性效应和随体动力学诸公式。不对称性效应能解释次级宇宙线  $\mu$  介子出现寿命延长的问题; 也解释了著名的孪生子佯谬中谁年轻的争论问题。最后建立了随体的粒子动力学诸公式。

**关键词:** 超非线性速度; 相对不对称性; 孪生子佯谬;  $\mu$  介子; 随体

**分类号:** P353      **文献标识码:** A

## 引 言

人们认识自然界的规律总是从低级到高级的, 而描述事物本质的定量科学也是从线性到非线性。在 1995 年, 作者曾用 Laurent 级数把牛顿力学中的线性动量  $p_l$  展成非线性和包括所有非线性项求和的超非线性动量<sup>[1]</sup>。而这动量乃是复合向量数中向量的项<sup>[2]</sup>。作者把超非线性动量中的速度项称为“超非线性速度”(有些场合称广义非线性”或“全非线性”速度)<sup>[1]</sup>。这种速度的出现, 意味着计算粒子的动量将作最完全或最完整的修正或补偿。

由超非线性速度可研究超非线性时间和力、功能等的超非线性的诸公式。由于这些所得结果是在无任何假设条件下取得的, 因此若与近代粒子物理学的实验现象和数据作比较则显得更合理和更接近实验情况。

对超非线性速度和时间的研究表明, 它们产生了相对不对称性效应。简单地说, 即便粒子作匀高速运动, 则在静止系统和随粒子一起运动, 系统中粒子的某些物理量的效果是不同的。因此, 我们解释了高速运动衰变粒子寿命延长和在孪生子佯谬中谁年轻的争论问题。

## 1 超非线性速度

上面已经说过, 作者用 Laurent 级数把线性的动量  $p_l$  展开成超非线性动量 $p^{[1]}$ :

$$p = \text{Ad} \left[ \frac{v(t)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right] \cdot p_r \quad (1)$$

从(1)知, 不管质量为  $m$  的粒子作定常(匀)速度或非定常(变)速度运动, 粒子的质量始终不随

\* 收稿日期: 1996\_04\_20; 修订日期: 1998\_11\_20

作者简介: 杨文熊(1934-), 男, 教授

速度变化而变化。它严格遵守质量守恒定律<sup>[3]\*</sup>。对(1)的结果是[1] 已且 Laurent 级数对  $v(t)$  展开并求和的结果。这理所当然的认为  $m$  仍然是守恒的。显然,它不同于“狭义相对论”的结果。另外,我们在这里提出,本文认为光速  $c$  仅是宇宙中的一个极值速度,这真象人们认识声速是在空气动力学中一个极值速度一样。若令

$$v_n = \frac{v(t)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \xi(t)v(t), \tag{2}$$

上式中,  $v_n$  称为“超非线性速度”,  $\xi(t) = (1 - v/c)^{-\frac{1}{2}} \geq 1$  称为“超非线性补偿因子”。因而, (1) 成为

$$p = mv_n(t) = \xi(t)mv(t). \tag{3}$$

对于(2), 我们可以在以下两种意义上作更详细的考察:

1. 对(1)或(3)是求高速粒子运动时对动量的超非线性的修正或补偿。至于粒子本身的速度仍然是  $|v/c| < 1$  的。

2. 设  $u_x(t) (= dx/dt)$  是某静止坐标系  $S$  中某一粒子  $p$  在时间  $t$  并平行于  $Ox$  轴的速度。为简单起见, 其余二个分速为零:  $u_y(t) = u_z(t) = 0$ 。今选取另一运动系统  $S'$ 。它的轴  $O'x'$  平行于  $Ox$  轴。从  $S$  测量  $S'$  是以  $v(t)$  向右运动, 方向与  $u_x(t)$  相同。  $p$  在  $S'$  中的速度是  $u'_x$  (见图 1)。若我们将此情况按特殊(某一固定时间)的 Lorentz 变换计算粒子的速度时, 则按[4] 的公式有

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{dt'} = u_x \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} + \frac{u_x v}{c^2 \sqrt{1 - (v/c)^2}} \right]. \tag{4}$$

如果把  $O'$  取在粒子  $p$  上, 即在“随体 (followed body)” 情况下对系统  $S'$  显然有  $u'_x = 0$  和  $u_x = v$  (为两系统  $S$  和  $S'$  间的匀速度), 则(4)有

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = v_n, \tag{5}$$

这正是(2)的匀速情况, 而  $v_n$  是粒子  $p$  按  $S'$  中计算单位时间  $\Delta t'$  通过系统  $S$  的距离。它的物理意义是粒子  $p$  随运动系统  $S'$  相对于系统  $S$  运动的速度。即便是匀速度,  $v$  与  $v_n$  还是不同的, 这就是本文提出的超非线性速度相对不对称性效应, 它也发展了[1]。当  $|v/c| \ll 1$ , 这种差异才消失。

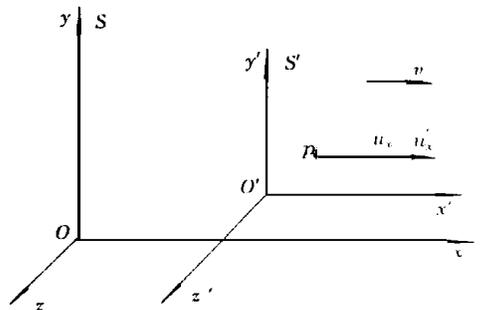


图 1 粒子的瞬时速度

## 2 超非线性时间

除了  $v_n$  以外, (5) 必需有超非线性的时间表达式。虽然在[1] 中有  $ds/dt = v$ , 但是对系统  $S'$  来说则有

\* 在修改本文前对“高速运动粒子质量的守恒性”已由作者的著作[3] 加以证明

$$\frac{ds}{dt} = \frac{v(t)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \text{且} \quad (6)$$

对上式进行积分, 则

$$\Delta s = \int_{t_1}^{t'} \frac{v(t)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} dt', \quad (7)$$

这里,  $\Delta s = s - s_1$ ,  $t'$  是运动系统  $S'$  中跟随运动粒子  $p$  的时间. 这里我们称  $t'$  为“随体时间”. 设  $t$  和  $t'$  分别是系统  $S$  和  $S'$  中的计算时间, 则有一特定关系  $t' = f(t)$  存在, 因而(7)有

$$\Delta s = \int_{t_1}^t \frac{v(t)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} f'(t) dt, \quad (8)$$

成立, 式中  $f'(t) = df(t)/dt$ . 因为粒子  $p$  不论处在任何系统, 它所经历的距离都应相同, 因此, 从(8)我们得

$$f'(t) = \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad S \quad (9)$$

如积分(9), 则

$$\text{于} \quad \Delta t' = t' - t_1 = \int_{t_1}^t \sqrt{1 - (v/c)^2} dt. \quad (10)$$

(10)是超非线性时间的表达式. 假定  $p$  作均匀运动, (10)有

$$\Delta t' = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} t, \quad (11)$$

(11)是均匀的超非线性时间. 假如我们计算粒子  $p$  经历的距离, 则

$$\Delta s = v \cdot (t - t_1) = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} (t' - t_1). \quad (12)$$

特别当粒子  $p$  有初始阶段的, 则  $t_1 = 0$ , 所以(10)有

$$t' = \int_0^t \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} dt. \quad \text{即(13)}$$

这就是对超非线性时间的另一种表达式. 由此可见也存在着超非线性时间的相对不对称效应.

### 3 高速运动衰变粒子的寿命延长和孪生子佯谬中谁年轻的问题

作为超非线性速度和时间的应用, 这里仅举些在狭义相对论中出现过的并引起物理学领域中长期争论的例子. 它们是高速运动衰变粒子的寿命延长和著名孪生子佯谬中谁年轻的问题<sup>[4]</sup>.

设一系统  $S'$  与粒子  $p$  一起以匀速  $v$  向右运动, 而坐标原点  $O'$  就是粒子  $p$ . 由粒子的衰变定律知, 在系统  $S'$  中, 粒子的衰变也符合衰变定律  $N = N_0 e^{-t'/\tau_0}$  的. 在当  $t' = t_1$  时,  $N_1 = N_0 e^{-t_1/\tau_0}$ . 在计算粒子经历时刻  $\Delta t' = t' - t_1$  后的粒子数目应为

$$N = N_1 e^{-\Delta t'/\tau_0}, \quad (14)$$

上式中  $\tau_0$  是粒子的平均寿命,  $N_1$  是  $t' = t_1$  时的粒子数,  $\Delta t'$  可按(11) 或(12) 计算. 在1963年, Frisch 和 Smith 教授在山顶和山脚下对次级宇宙线  $\mu$  介子分别测得  $N_1$  为  $568/h$ ,  $N$  为  $412/h^{1/3}$ . 作者这里用  $\tau_0 = 2.21 \times 10^{-6} \text{s}$ ,  $\Delta s = 1917 \text{m}$ ,  $v = 0.994c$  ( $c = 3 \times 10^5 \text{km/s}$ ),  $\Delta t' = 0.7107 \times 10^{-6} \text{s}$ . (14) 的结果是  $N = 412/h$  非常惊人的符合实验[5].

随粒子一起运动的随体系统  $S'$  引入的超非线性时间  $t'$  使我们在  $S'$  中按(11) 计算的  $t'$  或  $\Delta t'$  是减少的。因此, 测出的  $N$  比想象的多。从  $\mu$  介子在飞行中看其寿命延长这实在是一种“表观现象”。实际上, 粒子的平均寿命  $\tau_0$  仍然不变。从  $\mu$  介子来说, 我们已经看到  $\tau_0$  仍然是  $2.21 \times 10^{-6} \text{s}$ 。衰变粒子的  $\tau_0$  值是固有时间常数, 它通过增加速度是不会改变的<sup>[6]</sup>。

今以上述的概念应用于研究孪生子佯谬中谁年轻的问题。这个问题争论已久目前仍未解决<sup>[7]</sup>。若按随体系统  $S'$  时间则可以迎刃而解。因为若我们取随体系统  $S'$  于其中载有孪生子之一的宇宙飞船上, 不管宇宙飞船离地球时作加速运动或到达地球时作减速运动时的飞行, 飞船中的一孪生子年龄总是比呆在地球上的轻。这艘宇宙飞船中孪生子经历的时间是

$$t' - t_1 = \int_{t_1}^t \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} dt.$$

若上式积分按积分中值定理<sup>[8]</sup>取值, 我们可写成

$$t' - t_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{v(t_\mu)}{c}\right)^2} (t - t_1). \quad (15)$$

在式(14)中  $t_1 \leq t_\mu \leq t$ 。不论  $t_\mu$  为何值, (14) 总有以下不等式

$$t' - t_1 \leq t - t_1, \quad (16)$$

成立。在(16)中的等号是指飞船速度很慢,  $v/c \ll 1$ 。(16)中的  $t' - t_1$  是一孪生子呆在飞船中的时间间隔, 而  $t - t_1$  是另一孪生子留在地球上的时间间隔。由此证明, 在飞船中的孪生子确实比地球上的年轻。众所周知, 狭义相对论也是这样推论的。然而有很多学者不同意这种推论, 根据狭义相对论, 他们认为飞船虽然相对于地球作惯性飞行但同样也可有相反情况: 地球对飞船作惯性飞行其二者的物理定律都是一样的。对后者来说, 地球上所有物体的寿命都被延长, 孪生子之一当然比飞船中年轻。很遗憾, 狭义相对论就无法回答这个问题。故这是一个狭义相对论中著名的孪生子佯谬(twin paradox)。此佯谬已争论了近一个世纪<sup>[7]</sup>。如果我们按超非线性速度和时间的理论分析, 这个争论是不复存在的。因为飞船中的孪生子虽然认为地球是以高速飞离飞船, 但是地球上的另一孪生子以及所有生命体的寿命分别按随地球这个系统中的时间  $t$  为进程的。故地球上的孪生子寿命比飞船中的仍然是短的。很多的飞行试验证明了(16)是成立的。

## 4 粒子的随体动力学诸公式

在这里我们可以研究作用在粒子上的力和由此引出的功能问题。这是所谓“随体动力学公式”的诸关系式。文章[1]虽然已经建立了力和功能公式, 但现在明确的是作用在粒子上的外力  $F$  是随粒子一起使粒子作加速运动的随体力学量。作用在粒子上的外力使粒子发生动量变化, 它是

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{m}{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{3/2}} \cdot \frac{dv}{dt}, \quad (17)$$

上式已应用了(2), (3)。(17)已改进了[1]的结果。对于粒子的动能, 可按能量守恒定律  $\Delta E_k = \int F \cdot ds$  求得。如取(17)

$$\Delta E_k = \int_{v_1}^v \frac{m v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot d \left[ \frac{m v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \right] = \frac{1}{2} m \left[ \frac{v^2}{\left(\frac{v}{c}\right)^2} - \frac{v_1^2}{\left(\frac{v_1}{c}\right)^2} \right], \quad (18)$$

特别考虑到初始速度  $v_1 = 0$  时, (18) 便成为

$$E_k = \frac{1}{2} m \frac{v^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad \text{命延} \quad (19)$$

(19) 与文献[1]中的表示式相同。众所周知, 狭义相对论也有运能的表示式:

$$E_k = mc^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right], \quad (20)$$

但当在相同的物理条件下计算  $\mu$  介子的动能时, 两者(19)和(20)相差颇大。从[1]知, (19)的  $E_k = 4.25\text{GeV}$ , 而按(20)的  $E_k = 0.85\text{GeV}$ 。从[9]探测证明“ $\mu$ 介子的能量至少大于几个京电子伏, 它才可以穿过大气层到达海平面”。前者正落在[9]的范围中。

## 5 结 论

1. 超非线性速度是指在系统  $S'$  中以单位超非线性时间里粒子走过系统  $S$  中的距离。上述都是指系统  $S'$  对系统  $S$ 。

2. 按  $v_n$  和  $t'$ , 我们正确地解释了高速运动的粒子必然会延长寿命和在宇宙飞船中孪生子的确年轻的问题。

3. 描述粒子高速运动的坐标系(包括时间)应固定在粒子上则可避免一些假象, 才能得出符合实际的随体粒子的动力学诸公式。

## 参 考 文 献

- [1] 杨文熊. 广义非线性、非定常力学理论及在粒子物理学中应用[J]. 应用数学和力学, 1995, 16(1): 23 ~ 32
- [2] 杨文熊. 幂向量、复合向量数及其函数理论[J]. 应用数学和力学, 1996, 17(2): 133~ 138
- [3] 杨文熊. 高速运动粒子质量的守恒性[J]. 应用数学和力学, 1998, 19(8): 725~ 729
- [4] Rosser W G V. An Introduction to the Theory of Relativity [M]. 1964, 87~ 98
- [5] Frisch D H, Smith J H. Measurement of the relativistic time\_dilation using Mu\_mesons[J]. Am J Phys, 1963, 31: 342~ 355
- [6] 杨福家. 原子物理学[M] (二版). 北京: 高等教育出版社, 1990, 440~ 444
- [7] Kittel C, Knight W D, Ruderman M A. Mechanics, Berkeley Physics Course vi [M]. McGraw\_Hill, 1973
- [8] 郝凤岐. 积分中值定理[A], 中国大百科全书, 数学[M]. 上海: 中国大百科全书出版社, 1985, 857
- [9] 高能物理研究所宇宙线室, 空间物理研究所宇宙线室. 宇宙线物理学[A], 物理学词典(下册)[M]. 北京: 科学出版社, 1988, 9\_17~ 9\_18

# Relative Nonsymmetry Effects of the Super(Generalized) Nonlinear Velocity, Time of a Particle and Its Kinetic Formulae for Followed Body

Yang Wenxiong

Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, P R China

**Abstract:** In the paper, it has been described the relative nonsymmetry effects of the super (generalized) nonlinear velocity, time of a particle and its kinetic formulae for the followed body when it moves with high velocity. The nonsymmetry effects can explain the problem appearing in the extension of the life time for the secondary cosmic ray,  $\mu$  mesons; they also can explain the controversial problem who is more young in the famous twin paradox. Finally, the followed body kinetic formulae for the particle have been founded.

**Key words:** super nonlinear velocity; relative nonsymmetry; twin paradox;  $\mu$  meson; followed body