应用数学和力学,第 20 卷 第 2 期(1999 年 2 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

论文编号: 1000_0887(1999) 02_0187_191

一般非线性离散时间系统的输出调节

李铁成[1], 王照林[2], 李俊峰[2]

[1] 清华大学 应用数学系,北京 100084; [2] 清华大学 工程力学系,北京 100084

(刘曾荣推荐)

摘要: 本文用中心流形理论及动力系统方法,得到了一般非线性离散时间系统的输出调节问题可解性的充分必要条件 该工作推广了 Isidori 和 Byrnes 关于仿射非线性连续时间系统所得到的相应结论

关键词: 离散时间系统; 输出调节; 中心流形; 指数稳定; _极限集
分类号: O231 文献标识码: A

引 言

调节问题不仅是系统控制理论中的一个重要的问题,也是应用性较强的一类问题,它与机器人控制、卫星导航等关系密切,因此近 20 多年来受到人们极大的关注 Isidori 和 Byrnes[1] 研究了仿射非线性连续时间系统的状态反馈调节问题和误差反馈调节问题,得到了这些问题可解性的充分必要条件 他们的结果标志着非线性控制理论发展的重要进步 文献[2] 将[1] 的关于状态反馈调节问题可解性的充分性结果推广到非线性离散时间系统 本文将[1] 的状态反馈调节问题和误差反馈调节问题可解性的充分必要性结论,推广到一般非线性离散时间系统

1 符号和问题的陈述

考虑如下非线性离散时间系统

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), v(k)), \tag{1 1a}$$

$$v(k+1) = s(v(k)), \tag{1 1b}$$

$$e(k) = h(x(k), u(k), v(k)), \tag{1 1c}$$

其中 x R^n, u R^m, v R^s, e R^p 分别为状态向量, 控制向量, 扰动向量, 跟踪误差向量; $f(x, u, v)$, $s(v)$, $h(x, u, v)$ 分别为定义在 R^n R^m R^s, R^s, R^n R^m R^s 中原点邻域 X U V, V, X U V 的光滑映射; 且 $f(0, 0, 0) = 0$, $s(0) = 0$, $h(0, 0, 0) = 0$

所谓状态反馈调节问题(简记 SFRP), 就是设计一个如下形式的反馈律

$$u(k) = \quad (x(k), v(k)), \tag{1 2}$$

其中 (,) 是定义在原点的某个邻域 X_1 V_1 X V 上的 C^r(r 2) 映射, 且 $(0, 0) = 0$, 使之满足下述两条:

来稿日期: 1996_12_15; 修订日期: 1998_09_21
作者简介: 李铁成(1961~), 男, 副教授

(S_1)　系统

$$x(k+1) = f(x(k),\quad (x(k),0),0) \tag{1 3}$$

的平衡解 $x = 0$ 是指数稳定的;

(R_1)　存在原点的某个邻域 $X_2\quad V_2\quad X_1\quad V_1$, 使得系统

$$x(k+1) = f(x(k),\quad (x(k),v(k)),v(k)), \tag{1 4a}$$

$$v(k+1) = s(v(k)) \tag{1 4b}$$

的初始条件 $(x(0),v(0))\quad X_2\quad V_2$ 的解, 满足

$$\lim_{k\quad +} h(x(k),\quad (x(k),v(k)),v(k)) = 0 \tag{1 5}$$

所谓误差反馈调节问题(简记 EFRP), 就是设计一个如下形式的反馈律

$$u(k) = \quad (z(k)), \tag{1 6a}$$

$$z(k+1) = \quad (z(k),e(k)), \tag{1 6b}$$

其中 $(\ ),\ (\ ,\ )$ 是分别定义在 R, $R\quad R^p$ 中原点的某个邻域 Z_1, $Z_1\quad E_1$ 上的 $C^r(r\quad 2)$ 映射, 且 $(0) = 0,\ (0,0) = 0$, 使之满足下述两条:

(S_2)　系统

$$x(k+1) = f(x(k),\quad (z(k)),0), \tag{1 7a}$$

$$z(k+1) = \quad (z(k),h(x(k),\quad (z(k)),0)) \tag{1 7b}$$

的平衡解 $x = 0$, $z = 0$ 是指数稳定的;

(R_2)　存在原点的某个邻域 $X_2\quad V_2\quad Z_2\quad X\quad V_1\quad Z_1$, 使得系统

$$x(k+1) = f(x(k),\quad (z(k)),v(k)), \tag{1 8a}$$

$$v(k+1) = s(v(k)), \tag{1 8b}$$

$$z(k+1) = \quad (z(k),h(x(k),\quad (z(k)),v(k))) \tag{1 8c}$$

的初始条件 $(x(0),v(0),z(0))\quad X_2\quad V_2\quad Z_2$ 的解, 满足

$$\lim_{k\quad +} h(x(k),\quad (z(k)),v(k)) = 0 \tag{1 9}$$

2　通常假设和主要结果

记　$A = \dfrac{f}{x}(0,0,0)$, $B = \dfrac{f}{u}(0,0,0)$, $P = \dfrac{f}{v}(0,0,0)$, $C = \dfrac{h}{x}(0,0,0)$,

$Q = \dfrac{h}{v}(0,0,0)$, $S = \dfrac{s}{v}(0)$,

假设

(H_1)　系统 $v(k+1) = s(v(k))$ 的平衡解 $v = 0$ 是稳定的(Lyapunov 意义下), 且 S 的特征根的模皆为 1

(H_2)　存在矩阵 H, 使得 $A + BH$ 的特征根的模皆小于 1

(H_3)　存在矩阵 G_1, G_2, 使得

$$浉\begin{bmatrix} A - G_1C & P - G_1Q \\ - G_2C & S - G_1Q \end{bmatrix}$$

的特征根的模皆小于 1

定理 2 1　在(H_1)和(H_2)假设下, 状态反馈调节问题可解的充分必要条件是存在原点的某个邻域 $V^0\quad V$ 及 V^0 上定义的 $C^r(r\quad 2)$ 映射 $x = \quad (v)$, $u = c(v)$, $(0) = 0$, $c(0) = 0$, 使得

$$(s(v)) = f((v), c(v), v), \qquad v \quad V^0, \tag{2 1a}$$
$$h((v), c(v), v) = 0, \qquad v \quad {}_{v^0 \ V^0} (v^0), \tag{2 1b}$$

其中 (v^0) 是系统 $v(k+1) = s(v(k))$ 过点 $v(0) = v^0$ 解的 _极限集

定理2 2 在(H_1)、(H_2)和(H_3)假设下,状态反馈调节问题可解的充分必要条件是误差反馈调节问题可解

3 定 理 证 明

由(H_1)假设知,存在原点邻域 V^* V, 使得 ${}_{v \ V^*} (v) \quad V$

定理2 1的证明 必要性 令 $u(k) = (x(k), v(k))$ 是SFRP的解 由(H_1)及(S_1)知,存在原点邻域 V^0 V^* V_2 及 V^0上的 $C^r(r \quad 2)$ 映射 $x = (v)$, 使得$\{((v), v) \mid v \quad V^0\}$是(1 4)的中心流形 令

$$c(v) = ((v), v), \qquad v \quad V^0, \tag{3 1}$$

则有 $(0) = 0, c(0) = 0$ 及(3 1a) 对 v ${}_{v^0 \ V^0} (v^0)$, 即存在 v^0 V^0 及$\{k_n \quad +\}$,使得系统 $v(k+1) = s(v(k))$ 以 v^0 为初始的解 $v(k)$ 满足 $\lim_{n \ +} v(k_n) = v$ 由 h, , 的连续性,有

$$h((v), c(v), v) = h((v), ((v), v), v) = \lim_{n \ +} h((v(k_n)), ((v(k_n)), v(k_n)), v(k_n)) \tag{3 2}$$

而$\{k_n \quad +\}$ 且$((v(k)), v(k))$ 是(1 4)的解, 故由(R_1)知

$$\lim_{n \ +} h((v(k_n)), ((v(k_n)), v(k_n)), v(k_n)) = 0 \tag{3 3}$$

由此即得(2 1b)

充分性 令

$$(x, v) = c(v) + H(x - (v)), \qquad (x, v) \quad X \quad V^0, \tag{3 4}$$

由(H_2)即得(S_1) 由(H_1)、(S_1)、(2 1a)及 的定义,可知$\{((v), v) \mid v \quad V^0\}$是(1 4)的中心流形,平衡解 $x = 0, v = 0$ 是稳定的 因此存在数 $L_1 > 0, L_2 > 0, 0 < \quad < 1$, 使得(2 4)的初始条件 $(x(0), v(0)) \quad X_2 \quad V_2$ 的解满足

$$\begin{aligned} &| h(x(k), (x(k), v(k)), v(k)) - h((v(k)), ((v(k)), v(k)), v(k)) | \\ &\quad L_1 | x(k) - (v(k)) | \\ &\quad L_1 L_2 {}^k | x(0) - (v(0)) |, \qquad k \quad N \end{aligned} \tag{3 5}$$

现证

$$\lim_{k \ +} h((v(k)), ((v(k)), v(k)), v(k)) = 0 \tag{3 6}$$

若不然,则存在 ${}_0 > 0$, 及$\{k_n \quad +\}$,使得

$$| h((v(k_n)), ((v(k_n)), v(k_n)), v(k_n)) | \quad {}_0, \qquad n \quad N \tag{3 7}$$

而$\{v(k_n)\}$有界,故有收敛子列,不妨设

$$\lim_{n \ +} v(k_n) = v \qquad (v(0))$$

由(3 7)及 h, , 的连续性,有

$$| h((v), ((v), v), v) | \quad {}_0 \tag{3 8}$$

即

$$| h(\ (v), c(v), v) | \quad 0, \tag{3 9}$$

其中 $v \quad (v(0)) \quad _{v^0} \; _{V^0} \quad (v^0)$

但(3 9)与(2 1b)矛盾 因此(3 6)成立,从而(R_1)成立 到此定理2 1证毕

定理2 2的证明 必要性 令 $u(k) = \ (z(k)), z(k+1) = \ (z(k), e(k))$ 是EFRP的解 由(H_1)、(S_2)知,存在原点邻域 $V^0 \quad V^* \quad V_2$ 及 V^0 上的 $C^r(r \quad 2)$ 映射 $x = \ (v)$, $z = \ (v)$, 使得$\{(\ (v), v, \ (v)) | v \quad V^0$ 是(2 8)的中心流形 令

$$c(v) = \ (\ (v)), \quad v \quad V^0, \tag{3 10}$$

则有 $c(0) = 0$及(2 1a) 仿定理2 1的必要性证明,由(R_2)可得(2 1b) 此时再利用定理3 1的充分性结论即知SFRP可解

充分性 由定理2 1的必要性结论知,存在原点的某个邻域 $V^0 \quad V$ 及 V^0 上定义的 $C^r(r \quad 2)$ 的映射 $x = \ (v)$, $u = c(v)$, $(0) = 0$, $c(0) = 0$, 使得(2 1)成立 对$(z_1, z_2) \quad X_1 \quad V$, 令

$$(z_1, z_2) = c(z_2) + H(z_1 - \ (z_2)), \tag{3 11a}$$

$$_1(z_1, z_2, e) = f(z_1, \ (z_1, z_2), z_2) - G_1[h(z_1, \ (z_1, z_2), z_2) - e], \tag{3 11b}$$

$$_2(z_1, z_2, e) = s(z_2) - G_2[h(z_1, \ (z_1, z_2), z_2) - e] \tag{3 11c}$$

直接计算可知,系统

$$x(k+1) = f(x(k), \ (z_1(k), z_2(k)), 0), \tag{3 12 a}$$

$$z_1(k+1) = \ _1(z_1(k), z_2(k), h(x(k), \ (z_1(k), z_2(k)), 0)), \tag{3 12b}$$

$$z_2(k+1) = \ _2(z_1(k), z_2(k), h(x(k), \ (z_1(k), z_2(k)), 0)) \tag{3 12c}$$

在(0, 0, 0)处的Jacobi矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & BH & BK \\ G_1C & A + BH - G_1C & P + BK - G_1Q \\ G_2C & - G_2C & S - G_2Q \end{bmatrix}, \tag{3 13}$$

其中 $K = \frac{c}{v}(0) - H \frac{}{v}(0)$, 而(3 13)矩阵相似于

$$\begin{bmatrix} A + BH & * & * \\ 0 & A - G_1C & P - G_1Q \\ 0 & - G_2C & S - G_2Q \end{bmatrix} \tag{3 14}$$

因此由(H_2)、(H_3)即得(S_2) 由(H_1)、(S_2)、(2 1a)用 $_1$, $_2$ 的定义, 可知$\{(\ (v), v, \ (v)) | v \quad V^0\}$ 是系统(3 15)的中心流形

$$x(k+1) = f(x(k), \ (z_1(k), z_2(k)), v(k)), \tag{3 15 a}$$

$$v(k+1) = s(v(k)), \tag{3 15b}$$

$$z(k+1) = \ (z(k), h(x(k), \ (z(k)), v(k))), \tag{3 15c}$$

其中 $z = \mathrm{col}(z_1, z_2)$, $= \mathrm{col}(\ _1, \ _2)$ 仿定理2 1充分性的证明,由(2 1)可得到(R_2) 到此定理3 2证毕

参 考 文 献

[1] Isidori A, Byrnes C I. Output regulation of nonlinear systems[J]. IEEE Trans Automat Control, 1990, **35**(2): 131~140

[2] Castillo B. Gennao S Di, Monaco S, Normand_Cyrot D. Nonlinear regulation for a class of discrete_time systmes[J]. Systems &Control Letters, 1993, **20**(1): 57~ 65

[3] Carr J. Applications of the Center Manifold Theory [M]. New York: Springer_Verlag, 1981

[4] Guckenheimer J, Holmes P J. Nonlinear Oscillations Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields [M]. New York: Springer_Verlag, 1983

[5] Wiggins S. Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos [M]. New York: Springer_Verlag, 1990

Output Regulation of the General Nonlinear Discrete_Time System

Li Tiecheng[1], Wang Zhaolin[2], Li Junfeng[2]

[1]Department of Applied Mathematics, Tsinghua University, Beijing 100084, P R China;

[2]Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, P R China

Abstract: With the use of centre manifold and dynamic system theory, the necessary and sufficient conditions are obtained for the solvabilities of the output regulator problems for the general nonlinear discrete_time system. This work generalizes and refines the corresponding results by Isidori and Byrnes on the affine nonlinear continuous_time system.

Key words: discrete_time system; output regulation; centre manifold; exponential stability; X_limit set