

对流扩散方程在成品油顺序输送 混油分析中的应用

邓松圣^① 蒲家宁^①

(戴世强推荐, 1996 年 4 月 8 日收到, 1997 年 3 月 26 日收到修改稿)

摘 要

本文研究了对流与扩散对成品油顺序输送混油过程的影响; 推导了紊流条件下, 描述混油过程的对流占优的扩散方程; 将该方程分解为纯对流方程和纯扩散方程, 分别应用特征线法和差分法求解, 数值计算结果和实际操作经验相符, 能很好地解释混油的形成和发展。

关键词 成品油管道 顺序输送 混油 对流 扩散 紊流 数值计算

中图分类号 O29

§ 1. 引 言

在不久的将来, 我们国家的成品油管道输送业必将获得巨大发展。数种油品沿同一条管道输送的输送方式称为顺序输送, 该方式是成品油输送的重要输送方式, 它具有节省投资, 一管道多用等优点。但是两种接触油品间产生混油, 不仅存在降低油品质量的危险, 而且给操作和控制增加了难度。正确分析混油机理及确定混油浓度分布, 对顺序输送的设计与实施十分重要。

目前, 分析混油有两种方法, 一种是从实践中总结出经验公式, 另一是作了许多简化假设而得到的一维解析公式^[1]。前者适用于特定的管道系统, 后者应用方便。但是在解释混油的形成和发展等方面存在困难。成品油顺序输送的混油过程是十分复杂的过程^[2], 影响因素很多, 其中介质的对流与扩散是最基本的因素。本文推导了管内紊流边界层不同区域的对流扩散方程, 通过求数值解, 全面分析了对流与扩散过程对混油的影响。本文对最常见的工况——紊流工况和很少见的事故工况——层流工况均进行了研究。

§ 2. 混油数学模型

1. 基本方程

设将油品 A 切换到油品 B 的时刻记为初始时刻 $t=0$, 此时 A, B 油品截然分开, 坐标原点位于此时 A, B 油品交界面的中心, 管道轴线为 x 轴。为了忽略因密度差导致的分层流和因粘

① 后勤工程学院油料机械工程系, 重庆 400016

度差导致的后行油品对前行油品粘附层的冲刷作用对混油的影响, 设两种油品物性接近, 忽略入口段的影响, 流动达充分发展状态, 那么在单一油品区和混油区中油流速度分布相同. 由组分连续性方程和 Fick 扩散定律得圆柱坐标系下描述混油过程的数学模型为:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rD \frac{\partial c}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad (2.1)$$

$$t = 0, x = 0, c = c_0$$

$$t > 0, x = 0, c = 0$$

$$t = 0, x > 0, c = 1$$

$$t \geq 0, x \rightarrow +\infty, c = 1$$

$$t \geq 0, \left. \frac{\partial c}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial c}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (2.2)$$

式中, c, c_0 分别是前行油品 A 的局部相对体积浓度和初始切换时刻且 $x = 0$ 的局部相对体积浓度, R 为管内半径, D 为综合扩散系数.

式(2.1) 是典型的对流占优扩散方程.

2 紊流混油数学模型

管内紊流边界层由三层构成, 由管壁向中心依次是层流底层、缓冲层和紊流核心区, 各层的 u 和 D 不尽相同, 对流扩散方程亦不相同.

层流底层 当 $y^+ < 5$, 为层流底层, 速度表达式为(2.3) 式^[3]

$$u^+ = y^+ \quad (2.3)$$

式中

$$u^+ = \frac{u}{u^*} \quad (2.4)$$

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} \quad (2.5)$$

式中, u^* 为摩擦速度, y 为某点距管内壁距离, ν 为油流运动粘度.

在层流底层, 扩散仅为分子扩散, D 为分子扩散系数, 用 D_l 表示, 为常量, 即 $D = D_l = \text{const}$. 由式(2.1) 得层流底层的对流扩散方程为

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = D_l \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial c}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right] \quad (2.6)$$

缓冲层 当 $5 \leq y^+ \leq 30$ 时, 为缓冲层, 速度 u 和紊流动量扩率 ν_t 为^[3]

$$u = u^* (-3.05 + 5.0 \ln y^+) \quad (2.7)$$

$$\nu_t = \frac{u^* (R - r)}{5.0} - \nu \quad (2.8)$$

根据布辛涅斯柯假设^[2], $sc_t = \nu_t / D_t = 1$ (D_t 为紊流脉动扩散系数, sc_t 是紊流斯密特数), 那么缓冲层中综合扩散系数为

$$D_b = D_t + D_l = \frac{u^* (R - r)}{5.0} - \nu + D_l \quad (2.9)$$

将式(2.9) 代入式(2.1) 得缓冲层的对流扩散方程

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = D_b \left[\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{u^* (R - 2r)}{5.0} - \nu + D_l \right) \frac{\partial c}{\partial r} \right] \quad (2.10)$$

紊流核心区 当 $y^+ > 30$, 为紊流核心区, u 和 ν_t 分别为^[3]

$$u = u^* (5.5 + 2.5 \ln y^+) \tag{2.11}$$

$$v_l = \frac{u^* r (R - r)}{(2.5R)} \tag{2.12}$$

在紊流核心区, $D_l \ll D_t$, 结合布辛涅斯柯假说得紊流核心区的综合扩散系数 D_c 为

$$D_c = D_t = \frac{u^* r (R - r)}{(2.5R)} \tag{2.13}$$

将式(2.13)代入式(2.1)得紊流核心区的对流扩散方程为

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = D_c \left[\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{u^* (2R - 3r)}{2.5R} \frac{\partial c}{\partial r} \right] \tag{2.14}$$

§ 3. 数值解法

方程(2.6)、(2.10)和(2.14)均属对流占优的扩散方程, 采用数值方法求解。因为浓度分布与周向角无关, 所以将流动区域划分矩形网络 $\Delta x \times \Delta r$, 沿 x, r 和 t 的步长分别为 $\Delta x, \Delta r$ 和 Δt , 结点序号分别用 i, j 和 n 表示, 如图 1 所示。

为了减小求解过程中的数值振荡, 用分步法求解^[4,5,6]。即在任一时步 $[n \Delta t, (n + 1) \Delta t]$, 将对流扩散方程分解为纯对流方程和纯扩散方程, 然后分别用特征线法和差分法求解。

纯对流方程和相应的初始值条件为

$$\frac{1}{2} \frac{\partial c_1}{\partial t} + u \frac{\partial c_1}{\partial x} = 0 \tag{3.1}$$

$$x \in [0, +\infty), r \in [0, R)$$

$$t \in \left[n \Delta t, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right]$$

$$c_1(x, r, n \Delta t) = c(x, r, n \Delta t) \tag{3.2}$$

式中, c_1 为在任一时步 $[n \Delta t, (n + 1) \Delta t]$ 的前半时步 $[n \Delta t, (n + 1/2) \Delta t]$ 的 c 值。

纯扩散方程及其相应的边界条件为

$$\frac{1}{2} \frac{\partial c_2}{\partial t} = \text{扩散项} \tag{3.3}$$

$$c_2 \left(x, r, \left[n + \frac{1}{2} \Delta t, (n + 1) \Delta t \right] \right) = c_1 \left(x, r, \left[n + \frac{1}{2} \Delta t \right] \right) \tag{3.4}$$

$$c(x, r, (n + 1) \Delta t) = c_2(x, r, (n + 1) \Delta t) \tag{3.5}$$

式中, c_2 为在半时步 $[(n + 1/2) \Delta t, (n + 1) \Delta t]$ 内 c 之值, “扩散项”对不同流态, 以及紊流状态下不同的流动区域而不同。

下面以式(2.14)为例说明求解过程如下。

1. 特征线法

沿特征线

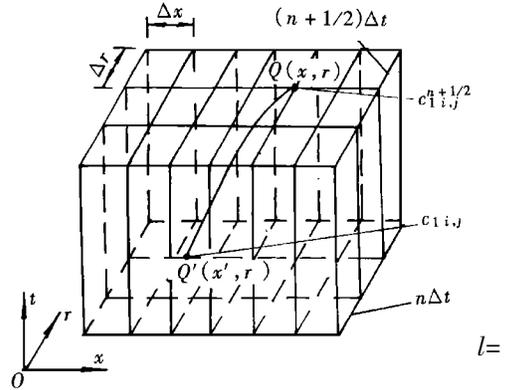


图 1

$$\frac{dx}{dt} = 2u \quad (3.6)$$

必有

$$\frac{dc_1}{dt} = 0 \quad (3.7)$$

离散式(3.6)和式(3.7)得

$$x \mid_{(n+1/2)\Delta t} = x' \mid_{n\Delta t} + u \Delta t \quad (3.8)$$

$$c_1 \left[x, r, \left[n + \frac{1}{2} \right] \Delta t \right] = c_1(x', r, n \Delta t) \quad (3.9)$$

式(3.9)也可以写成下式

$$c_1^{n+1/2} \mid_Q = c_1^n \mid_{Q'} \quad (3.10)$$

式中, Q 为 $(n+1/2)\Delta t$ 时刻网络中的任一点 (x, r) (对应结点号用 i, j 表示), Q' 为 Q 点由式(3.8)逆向推进半时步 $(1/2)\Delta t$ 所对应的点 (x', r) (对应结点号用 i', j 表示), 上标 $n+1/2$ 和 n 指对应时刻 $(n+1/2)\Delta t$ 和 $n\Delta t$ 。

图 1 表明了式(3.8)和式(3.9)表述的推进情况。一般 Q' 不在网络结点上, $c_1^n \mid_{Q'}$ 需用插值方法求得。文献[5]给出了各种插值表达式, 此处采用线性插值。式(3.10)具有绝对稳定, 显式求解的优点。通过特征线法, 将 c_1 从 $n\Delta t$ 时刻推进到 $(n+1/2)\Delta t$ 时刻。

2 隐式差分法

式(3.4)将由(3.10)式求得的 c_1 赋给 c_2 , 作为 $[(n+1/2)\Delta t, (n+1)\Delta t]$ 半时步内求式(3.3)的初值, 点 (i, j) 在 $(n+1)\Delta t$ 时刻的浓度值 $c_{2i,j}^{n+1}$ 用隐式差分求得, 再利用式(3.5)得 $c_{1i,j}^{n+1}$, 这样便完成一个时步的计算, 直到完成所有时步的运算为止。式(2.14)对应的纯扩散方程的隐式差分格式为

$$\begin{aligned} \text{纯} \quad & \left[1 + \frac{2D_c \Delta t}{\Delta r^2} + \frac{2D_c \Delta t}{\Delta x^2} \right] c_{2i,j}^{n+1} = \left[\frac{D_c \Delta t}{\Delta r^2} + \frac{u^* (2R - 3j \Delta r) \Delta t}{5.0R \Delta r} \right] c_{2i,j+1}^{n+1} \\ & + \left[\frac{D_c \Delta t}{\Delta r^2} - \frac{u^* (2R - 3j \Delta r) \Delta t}{5.0R \Delta r} \right] c_{2i,j-1}^{n+1} \\ & + \frac{D_c \Delta t}{\Delta x^2} (c_{2i+1,j}^{n+1} + c_{2i-1,j}^{n+1}) + c_{2i,j}^{n+1/2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

式(3.11)具有绝对稳定的优点。

§ 4. 边界条件处理

(1) $r = 0$

在 $r = 0$, 因为浓度分布的对称性, 必有 $\partial c / \partial r = 0$, 若用 $c_{i,0} = c_{i,1}$ 来处理, 误差大; 若直接由式(2.1)用差分方程来求解, 造成奇异现象(特别是层流工况)。因此, 采用直角坐标形式的对流扩散方程

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_c \frac{\partial c}{\partial x} = D_c \left[\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right] \quad (4.1)$$

式中, u_c 为管中心速度, D_c 为管中心 $r = \Delta r/2$ 附近的综合扩散系数, 近似处理为常量。

式(4.1)对应的纯扩散方程的隐式差分格式为

$$(3) \quad \left(1 + \frac{4D_c \Delta t}{\Delta r^2} + \frac{2D_c \Delta t}{\Delta x^2} \right) c_{2i,0}^{n+1} = \frac{D_c \Delta t}{\Delta x^2} (c_{2i+1,0}^{n+1} + c_{2i-1,0}^{n+1}) + \frac{4D_c \Delta t}{\Delta r^2} c_{2i,1}^{n+1} + c_{2i,0}^{n+1/2} \quad (4.2)$$

(2) $r = R$

在 $r = R$ 处, 考虑到壁面的非渗透性, $\partial c / \partial r = 0$, 单独建立结点 (i, m) 的浓度平衡方程式为

$$\frac{c_{i,m}^{n+1} - c_{i,m}^n}{\Delta t} = D_l \left[2 \frac{c_{i,m-1}^n - c_{i,m}^n}{\Delta r^2} - \frac{1}{R} \frac{c_{i,m-1}^n - c_{i,m}^n}{\Delta r} + \frac{c_{i+1,m}^n - 2c_{i,m}^n + c_{i-1,m}^n}{\Delta x^2} + u |_{r=R-\Delta r/4} \frac{c_{i-1,m}^n - c_{i+1,m}^n}{2\Delta x} \right] \quad (4.3)$$

式中, $m = R / \Delta r$, 为壁面结点号。

在推导式(4.3)时, 用 $r = R - \Delta r / 4$ 处的速度来近似处理对流项。式(4.3)仍用分步法求解, 其纯扩散方程的隐式差分格式从略。

(3) $r = j_t \Delta r$

在缓冲层和紊流核心区的交界点 $r = j_t \Delta r$ 处, 因临界于 u 和 D 均不相同的两个区域, 需单独建立结点浓度平衡方程式

$$\frac{c_{i,j_t}^{n+1} - c_{i,j_t}^n}{\Delta t} = D_b \frac{c_{i,j_t+1}^n - c_{i,j_t}^n}{\Delta r^2} \left[1 + \frac{1}{2j_t} + D_c \frac{c_{i,j_t-1}^n - c_{i,j_t}^n}{\Delta r^2} \left(1 + \frac{1}{2j_t} \right) + \frac{c_{i+1,j_t}^n - 2c_{i,j_t}^n + c_{i-1,j_t}^n}{\Delta x^2} \right] + u |_{r=j_t \Delta r} \frac{c_{i-1,j_t}^n - c_{i+1,j_t}^n}{2\Delta x} \quad (4.4)$$

式中, j_t 为缓冲层和紊流核心区的交界结点。

式(4.4)对应的纯扩散方程的隐式差分格式为

$$\left[1 + \frac{D_b \Delta t}{\Delta r^2} \left(1 + \frac{1}{2j_t} + \frac{D_c \Delta t}{\Delta r^2} \left(1 - \frac{1}{2j_t} \right) \right) + \frac{D_b \Delta t}{\Delta x^2} + \frac{D_c \Delta t}{\Delta x^2} \right] c_{2i,j_t}^{n+1} = \left(1 + \frac{1}{2j_t} \right) \frac{D_b \Delta t}{\Delta r^2} c_{2i,j_t+1}^{n+1} + \left(1 - \frac{1}{2j_t} \right) \frac{D_c \Delta t}{\Delta r^2} c_{2i,j_t-1}^{n+1} + \frac{1}{2} \left[\frac{D_b \Delta t}{\Delta x^2} + \frac{D_c \Delta t}{\Delta x^2} \right] (c_{2i+1,j_t}^{n+1} + c_{2i-1,j_t}^{n+1}) + c_{2i,j_t}^{n+1/2} \quad (4.5)$$

(4) $r = j_b \Delta r$

在层流底层和缓冲层的交界点 $r = j_b \Delta r$ 处, 仍需仿照 $r = j_t \Delta r$ 的情形处理, 在此从略。

当流态为层流时, 对流扩散方程与式(2.6)相同, 且在 $r = 0$ 和 $r = R$ 处的处理方法也与紊流时相类似, 只是对应的纯扩散方程的求解采用显示差分格式求解。

§ 5. 数值计算结果及其分析

1. 基本数据

取 $D_l = 1 + 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$, $\nu = 0.06 \text{cm}^2/\text{s}$, $R = 0.05 \text{m}$ 。对层流取 $m = 10$, $n = 500$ (n 为轴向结点数), $\Delta x = 0.06 \text{m}$, 计算了雷诺数 $Re = 500, 1000$ 和 2000 三种情况, 另外还计算了

$Re = 500, m = 20, n = 250$ 的情况。对紊流计算了以下几种情况: $Re = 5000, m = 30, n = 20$ 和 $50, \Delta x = 0.6m$; $Re = 10000, m = 63, n = 20, \Delta x = 0.6m$ 。

2 计算结果及其分析

在层流状态下, 在混油区某一截面上, 与管壁相邻的部分为 A 油, 在管中心部分为 B 油, 二者之间为 A、B 油的混合区域, 如图 2 所示。因为在层流状态下, 扩散主要靠分子扩散, 无论径向扩散还是轴向扩散能力均较弱, 此时两油品的混合, 主要是因为截面上的速度差, 后行油品不断向前行油品楔入, 图 3 表示了某瞬时后行油品楔入现象。

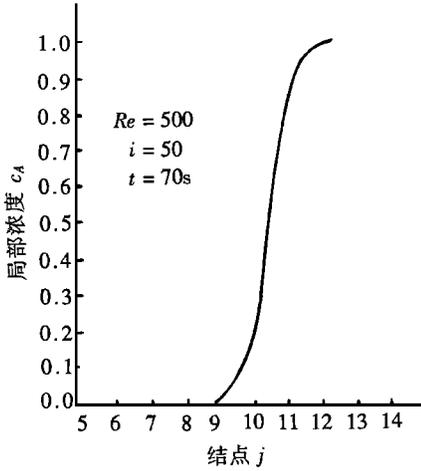


图 2

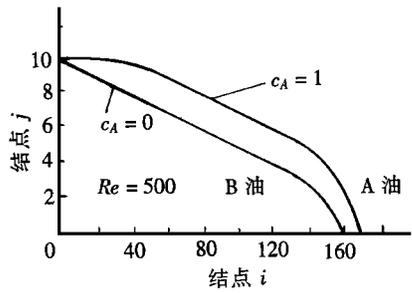


图 3

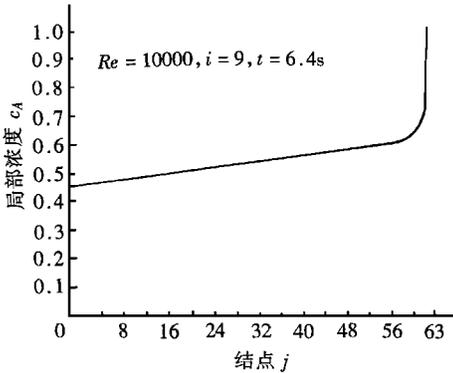


图 4

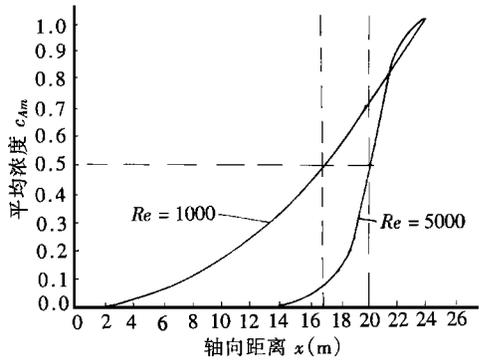


图 5

在紊流状态下, 在混油段内某一截面上, 在中央大部分区域浓度较为均匀, 仅在管壁附近浓度差别较大, A 油品浓度较高, 如图 4 所示。因为在紊流状态下, 扩散不仅依靠分子扩散, 而且还主要依靠紊流脉动扩散, 从而使径向扩散能力显著增强, 使截面浓度趋于均匀一致的能力增强。因此, 紊流核心区所在的中央区域浓度较为均匀, 而近壁附近的层流底层和缓冲层, 因速度较低, 而且扩散能力相对于紊流核心区较弱, 因此, 前行油品浓度较高, 而且变化较显著。

从图 5 可见, 当 B 油流经相同的管段时, 层流时的混油量远大于紊流时的混油量。因为在层流时, 截面速度差异大, 后行油品的楔入作用远比紊流时强烈, 事实上, 无论是层流还是紊

流, 扩散对混油的作用远小于对流作用。

紊流时, 随着 Re 增大, 紊流动量扩散能力越强, 断面速度越均匀, 后行油品的楔入作用越弱, 因此, 混油量下降, 如图 6 所示。

从成品油顺序输送实践中发现, c_m (A 油品截面平均浓度) 从 0.5 到 0.01 的长度 (混油头) 小于 0.5 到 0.99 的长度 (混油尾), 这一现象称“浓度非对称分布”现象。以前无论从理论解析解, 还是从数值解 (至今未开展这样的工作) 均无法给予正确解释, 本文首次从数值解的方法给予解释, 图 5 和图 6 体现了这一点。

以上几点均从顺序输送实践中得到验证。

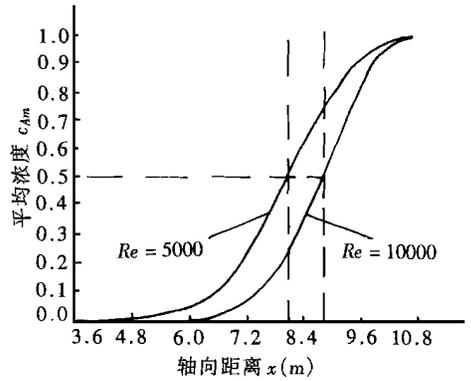


图 6

§ 6. 结 论

本文推导的二维对流扩散方程准确地描述了成品油顺序输送的混油过程, 用特征线法和差分法求解对流扩散方程十分有效, 求解结果与实际操作经验相符, 本文为准确分析混油浓度分布提供了一种方法。数值求解结果较好地解释了一维解析解不能解释的混油“浓度非对称分布”现象。

参 考 文 献

- 1 严大凡主编,《输油管道设计与管理》,石油工业出版社,北京(1986),229—231,222—224,232.
- 2 [苏] M. B. 卢里耶等著,《成品油顺序输送最优化》,石油工业出版社,北京(1989),63—65,85.
- 3 程俊国、张洪济等,《高等传热学》,重庆大学出版社,重庆(1991),170—172.
- 4 吴江航、孙毓平,数值求解对流占优问题的分步解析方法,中国科学(A)(9)(1989),957—964.
- 5 忻孝康、唐登海,二维对流扩散方程的欧拉—拉格朗日分裂格式,力学学报,21(4)(1989),403—411.
- 6 陆金甫,对流占优扩散问题的特征线法—差分法计算格式,计算物理,6(4)(1989),486—493.

Application of Convection_Diffusion Equation to the Analyses of Contamination between Batches in Multi_Products Pipeline Transport

Deng Songsheng Pu Jianing

(Department of Oil Mechanical Engineering, Chongqing College of Logistic Engineering,
Chongqing 400016, P. R. China)

Abstract

Contamination between batches in multi_products pipeline transport is studied. The influences of convection and diffusion on the contamination are studied in detail. Diffusion equations, which are mainly controlled by convection, are developed under turbulent pipe flow. The diffusion equation is separated into a pure convection equation and a pure diffusion equation which are solved by characteristics method and finite difference method respectively to obtain numerical solutions. The results of numerical computation explain the forming and developing of contamination very well.

Key words products pipeline, batching transport, contamination, convection, diffusion, numerical computation, turbulent flow