应用数学和力学, 第 19 卷 第 7 期(1998 年 7 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

对广义强非线性拟变分包含带有误差的近似点算法*

〰协平[①]

(1997 年 2 月 24 日收到)

摘　要

本文研究了一类广义强非线性拟变分包含• 在 Hilbert 空间内利用与极大单调映象相联系的预解算子的性质, 对广义强非线性拟变分包含建立了解的存在性定理和建议了一个新的寻求近似解的带有误差的近似总算法, 证明了近似解序列强收敛于精确解• 作为特例, 在此领域内的某些已知结果也被讨论•

关键词　广义强非线性拟变分包含　带有误差的近似点算法
中图分类号　O177, O176

§1. 引　　言

设 H 是具有范数 $\|\cdot\|$ 和内积 $\langle\cdot,\cdot\rangle$ 的 Hilbert 空间, $C(H)$ 表 H 的一切非空紧子集的族• 令 $T, A: H\to C(H)$ 是集值映象, $g: H\to H$ 是单值映象和 $\varphi: H\times H\to \mathbb{R}\cup\{+\infty\}$ 使得对每一固定的 $y\in H$, $\varphi(\cdot, y): H\to \mathbb{R}\cup\{+\infty\}$ 是 H 上的真凸下半连续函数且对每一 $y\in H$, $g(H)\cap \mathrm{dom}\,\partial\varphi(\cdot, y)\neq\varnothing$• 则寻求 $x\in H$, $u\in T(x)$ 和 $v\in A(x)$ 使得 $g(x)\in \mathrm{dom}\,\partial\varphi(\cdot, x)$ 和

$$\langle u-v, y-g(x)\rangle \geqslant \varphi(g(x), x)-\varphi(y, x)\qquad(\forall y\in H)\tag{1.1}$$

的问题称为广义强非线性拟变分包含(GSNQVI(T, A, g, φ))• 此问题由 Ding[1] 引入和研究•

特殊情形:

(1) 如果对一切 $y\in H$, $\varphi(x, y)=\varphi(x)$ 和 T 和 A 都是单值映象, 则问题(1.1)化归由 Hassouni 和 Moudafi[2] 研究的问题(1.1)•

(2) 如果 K 是 H 的一给定闭凸子集和 $\varphi=I_K$ 是 K 的指标函数,

$$I_K(x)=\begin{cases}0 & (\text{如果 } x\in K)\\ +\infty & (\text{否则})\end{cases}$$

则问题(1.1)化归广义强非线性变分不等式问题, 即寻求 $x\in H$, $u\in T(x)$ 和 $v\in A(x)$ 使得 $g(x)\in K$ 和

$$\langle u-v, y-g(x)\rangle \geqslant 0\qquad(\forall y\in K)\tag{1.2}$$

---

* 四川省教委自然科学基金资助项目

① 四川师范大学数学系, 成都 610066

(3) 如果 $K: H \to 2^H$ 是一集值映象使得每一 $K(x)$ 是 H 的闭凸子集(或 $K(x) = m(x) + K$, 其中 $m: H \to H$ 和 K 是 H 的闭凸子集) 且对每一固定的 $y \in H$, $\varphi(\cdot, y) = I_{K(y)}(\cdot)$ 是 $K(y)$ 的指标函数,

$$I_{K(y)}(x) = \begin{cases} 0 & (\text{如果 } x \in K(y)) \\ +\infty & (\text{否则}) \end{cases}$$

则问题(1.1)化归广义强非线性拟变分不等式问题, 即寻求 $x \in H$, $u \in T(x)$ 和 $v \in A(x)$ 使得 $g(x) \in K(x)$ 和

$$\langle u - v, y - g(x) \rangle \geqslant 0 \quad (\forall y \in K(x)) \tag{1.3}$$

我们观察到问题(1.1)是变分不等式,变分包含和补问题的各种推广类中的最一般和统一的形式, 例如见[2~ 14]•

本文目的是对 GSNQVI(T, A, g, φ)(1.1)建立解的存在定理和发展一个求近似解的带误差的新的近似点算法• 算法的收敛准则也被讨论•

§2. 预 备 知 识

为了证明我们的主要定理, 我们需要下列概念和结果, 见 Pascali 和 Sburian[12]•

定义 2.1 设 X 是具有对偶空间 X^* 的 Banach 空间, $\varphi: X \to R \cup \{+\infty\}$ 是真泛函• 称 φ 在点 $x \in X$ 是次可微的如果存在 $f^* \in X^*$ 使得

$$\varphi(y) - \varphi(x) \geqslant \langle f^*, y - x \rangle \quad (\forall y \in X)$$

其中, f^* 是 φ 在 x 的次梯度• 用 $\partial\varphi(x)$ 表 φ 在 x 的一切次梯度的集• 称由下式定义的映象 $\partial\varphi: X \to 2^{X^*}$:

$$\partial\varphi(x) = \{f^* \in X^*: \varphi(y) - \varphi(x) \geqslant \langle f^*, y - x \rangle, \forall y \in X\}$$

为 φ 的次微分•

定义 2.2 令 H 是 Hilbert 空间和 $G: H \to 2^H$ 是极大单调映象• 对任意固定的 $\rho > 0$, 称由下式定义的映 $J_\rho^G: H \to H$:

$$J_\rho^G(x) = (I + \rho G)^{-1}(x) \quad (\forall x \in H)$$

为 G 的预解算子, 其中 I 是 H 上的恒等映象•

引理 2.1 设 X 是具有严格凸范数的自反 Banach 空间和 $\varphi: X \to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ 是真凸下半连续函数• 则 $\partial\varphi: X \to 2^{X^*}$ 是极大单调映象

引理 2.2 设 $G: H \to 2^H$ 是极大单调映象• 则 G 的预解算子 $J_\rho^G: H \to H$ 是非扩张的, 即对一切 $x, y \in H$,

$$\| J_\rho^G(x) - J_\rho^G(y) \| \leqslant \| x - y \|$$

定义 2.3 称映象 $g: H \to H$ 是

(1) γ_强单调的如果存在常数 $\gamma > 0$ 使得

$$\langle g(x) - g(y), x - y \rangle \geqslant \gamma \| x - y \|^2 \quad (\forall x, y \in H);$$

(2) σ_Lipschitz 连续的如果存在常数 $\sigma \geqslant 0$ 使得

$$\| g(x) - g(y) \| \leqslant \sigma \| x - y \| \quad (\forall x, y \in H)$$

定义 2.4 设 $\Phi, \Psi: [0, \infty) \to [0, \infty)$ 是实函数• 称集值映象 $T: H \to C(H)$ 是

(1) Ψ_强单调的如果

$$\langle u - v, x - y \rangle \geqslant \Psi(\|x - y\|)\|x - y\|^2 \quad (\forall x, y \in H, u \in T(x) \text{ 和 } v \in T(y));$$

(2) Φ_Lipschitz 连续的如果

$$D(T(x), T(y)) \leqslant \Phi(\|x - y\|)\|x - y\| \quad (\forall x, y \in H)$$

其中, $D(\cdot, \cdot)$ 是 $C(H)$ 上的 Hausdorff 距离•

§ 3. 主 要 结 果

我们首先转换问题(1.1)为一个不动点问题•

定理 1.1 (x^*, u^*, v^*) 是问题(1.1) 的解当且仅当(x^*, u^*, v^*) 满足下面关系式

$$g(x^*) = J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x^*)}(g(x^*) - \rho(u^* - v^*)) \tag{3.1}$$

其中, $u^* \in T(x^*)$, $v^* \in A(x^*)$, $\rho > 0$ 是一常数, $J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x^*)} = (I + \rho\partial\varphi(\cdot, x^*))^{-1}$ 是 $\partial\varphi(\cdot, x^*)$ 的预解算子和 I 是H 上的恒等映象•

证明 设(x^*, u^*, v^*) 满足(3.1), 即

$$g(x^*) = J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x^*)}(g(x^*) - \rho(u^* - v^*))$$

由 $J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x^*)}$ 的定义, 此等式成立当且仅当

$$v^* - u^* \in \partial\varphi(\cdot, x^*)g(x^*)$$

由次微分$\partial\varphi(\cdot, x^*)$的定义, 此关系成立当且仅当

$$\varphi(y, x^*) - \varphi(g(x^*), x^*) \geqslant \langle v^* - u^*, y - g(x^*)\rangle \quad (\forall y \in H)$$

因此, (x^*, u^*, v^*) 是 GSNQVI(T, A, g, φ) 的解, 即

$$\langle u^* - v^*, y - g(x^*)\rangle \geqslant \varphi(g(x^*), x^*) - \gamma(y, x^*) \quad (\forall y \in H)$$

注 3.1 由定理 3.1 知广义强非线性拟变分包含(1.1)等价于不动点问题(3.1)• 方程(3.1)能被改写为

$$x = x - g(x) + J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x)}[g(x) - \rho(u - v)] \tag{3.2}$$

此不动点陈述能建议下面带有误差的近似点算法•

算法 3.1 对任意给定的 $x_0 \in H$, $u_0 \in T(x_0)$ 和 $v_0 \in A(x_0)$, 令

$$x_1 = x_0 - g(x_0) + J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_0)}[g(x_0) - \rho(u_0 - v_0)] + e_0$$

因为 $T(x_1), A(x_1) \in C(H)$, 存在 $u_1 \in T(x_1)$ 和 $v_1 \in A(x_1)$ 使得

$$\|u_0 - u_1\| \leqslant D(T(x_0), T(x_1)), \qquad \|v_0 - v_1\| \leqslant D(A(x_0), A(x_1))$$

令

$$x_2 = x_1 - g(x_1) + J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_1)}(g(x_1) - \rho(u_1 - v_1)) + e_1$$

继续此方法, 我们能定义序列$\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$, $\{u_n\}_{n=0}^{\infty}$ 和$\{v_n\}_{n=0}^{\infty}$ 如下: 对一切 $n \geqslant 0$,

$$x_{n+1} = x_n - g(x_n) + J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x_n) - \rho(u_n - v_n)) + e_n,$$

其中, $u_n \in T(x_n)$, $v_n \in A(x_n)$ 使得

$$\|u_n - u_{n+1}\| \leqslant D(T(x_n), T(x_{n+1})),$$

$$\|v_n - v_{n+1}\| \leqslant D(A(x_n), A(x_{n+1})),$$

$\rho > 0$ 是常数和 $e_n \in H$, $\forall n \geqslant 0$ 是考虑计算近似点时可能不精确而产生的误差•

现在我们证明 GSNQVI(T, A, g, φ)(1.1)解的存在性和算法(3.1)的收敛性•

定理 3.2 设 $T: H \to C(H)$ 是 Ψ_强单调和 Φ_Lipschitz 连续的, $A: H \to C(H)$ 是

Γ_Lipshitz 连续的, $g: H \to H$ 是 λ_强单调和 σ– Lipschitz 连续的和 $\varphi: H \times H \to IR \cup \{+\infty\}$ 使得对每一固定的 $y \in H$, $\varphi(\cdot, y)$ 是 H 上的真凸下半连续函数, $g(H) \cap \mathrm{dom}\partial\varphi(\cdot, y) \neq \emptyset$ 和对每一 $x, y, z \in H$,

$$\| J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x)}(z) - J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, y)}(z) \| \leqslant \mu \| x - y \| \tag{3.3}$$

假设存在常数 $\rho > 0$ 和 $h \in [0, 1)$ 使得对一切 $t \in [0, \infty)$,

$$\left.\begin{array}{l} k = 2\sqrt{1 - 2\lambda + \sigma^2} + \mu < h, \quad k + \rho\Gamma(t) < h \\ 0 < \sqrt{1 - 2\rho\Psi(t) + \rho^2\Phi^2(t)} < h - k - \rho\Gamma(t) \\ \lim\limits_{t\to 0^+} \Phi(t) < \infty, \quad \lim\limits_{t\to 0^+} \Gamma(t) < \infty \\ \lim\limits_{k\to\infty} \| e_k \| = 0, \quad \sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{\| e_k - e_{k+1} \|}{h^k} < \infty \end{array}\right\} \tag{3.4}$$

则由算法 3.1 定义的带有误差的迭代序列 $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$, $\{u_n\}_{n=0}^{\infty}$ 和 $\{v_n\}_{n=0}^{\infty}$ 分别强收敛于 x^*, u^* 和 v^* 且 (x^*, u^*, v^*) 是 GSNQVI(T, A, g, φ) (1.1) 的解•

证明 由算法 3.1, 引理 2.2 和条件(3.3), 有

$$\begin{aligned} \| x_{n+1} - x_n \| \leqslant\ & \| x_n - g(x_n) + J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x_n) - \rho(u_n - v_n)) + e_n - (x_{n-1} \\ & - g(x_{n-1}) + J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_{n-1})}(g(x_{n-1}) - \rho(u_{n-1} - v_{n-1})) + e_{n-1}) \| \\ \leqslant\ & \| x_n - x_{n-1} - (g(x_n) - g(x_{n-1})) \| \\ & + \| J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x_n) - \rho(u_n - v_n)) - J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x_{n-1}) \\ & - \rho(u_{n+1} - v_{n-1})) \| + \| J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x_{n-1}) - \rho(u_{n-1} - v_{n-1})) \\ & - J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_{n-1})}(g(x_{n-1}) - \rho(u_{n-1} - v_{n-1})) \| + \| e_n - e_{n-1} \| \\ \leqslant\ & 2\| x_n - x_{n-1} - (g(x_n) - g(x_{n-1})) \| + \| x_n - x_{n-1} \\ & - \rho(u_n - u_{n-1}) \| + \rho \| v_n - v_{n-1} \| + \mu \| x_n - x_{n-1} \| \\ & + \| e_n - e_{n-1} \| \end{aligned}$$

因为 g 是 λ_强单调和 σ_Lipschitz 连续的, 由应用 Noor[9] 的技巧, 我们有

$$\| x_n - x_{n-1} - (g(x_n) - g(x_{n-1})) \| \leqslant \sqrt{1 - 2\lambda + \sigma^2}\, \| x_n - x_{n-1} \| \bullet$$

因为 T 是 Ψ_强单调和 Φ_Lipschitz 连续的和 A 是 Γ_Lipschitz 连续的, 我们有

$$\begin{aligned} \| x_n - x_{n-1} - \rho(u_n - u_{n-1}) \| \leqslant\ & \sqrt{1 - 2\rho\Psi(\| x_n - x_{n-1} \|) + \rho^2\Phi^2(\| x_n - x_{n-1} \|)} \\ & \bullet \| x_n - x_{n-1} \| \end{aligned}$$

$$\| v_n - v_{n-1} \| \leqslant D(A(x_n), A(x_{n-1})) \leqslant \Gamma(\| x_n - x_{n-1} \|)\, \| x_n - x_{n-1} \|$$

由(3.4) 推得

$$\begin{aligned} \| x_{n+1} - x_n \| \leqslant\ & [2\sqrt{1 - 2\lambda + \sigma^2} + \sqrt{1 - 2\rho\Psi(\| x_n - x_{n-1} \|) + \rho^2\Phi^2(\| x_n - x_{n-1}) \|} \\ & + \rho\Gamma(\| x_n - x_{n-1} \|) + \mu]\, \| x_n - x_{n-1} \| + \| e_n - e_{n-1} \| \\ =\ & [k + \sqrt{1 - 2\rho\Psi(\| x_n - x_{n-1} \|) + \rho^2\Phi^2(\| x_n - x_{n-1} \|)} \\ & + \rho\Gamma(\| x_n - x_{n-1} \|)]\, \| x_n - x_{n-1} \| + \| e_n - e_{n-1} \| \\ \leqslant\ & h \| x_n - x_{n-1} \| + \| e_n - e_{n-1} \| \\ \leqslant\ & h^n \| x_1 - x_0 \| + \sum_{k=1}^{n} h^{n-k}\varepsilon_k \end{aligned}$$

其中, $\varepsilon_k = \| e_k - e_{k-1} \|$, 由此推得对任何 $m > n > 0$, 有

$$\|x_m - x_n\| \leqslant \sum_{j=n}^{m-1} \|x_{j+1} - x_j\| \leqslant \sum_{j=n}^{m-1} h^j \|x_0 - x_1\| + \sum_{j=n}^{m-1}\Big[\sum_{k=1}^{j} h^{j-k}\varepsilon_k$$

因为 $h \in [0, 1)$ 和由(3.4), $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_k}{h^k} < \infty$, 我们得到 $\lim_{n\to\infty} \|x_m - x_n\| = 0$ 且因此 $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ 是 Cauchy 序列• 令 $x_n \to x^*$, $n \to \infty$• 因 T 是 Φ_Lipschitz 连续的和 A 是 Γ_Lipschitz 连续的, 我们有

$$\|u_{n+1} - u_n\| \leqslant D(T(x_{n+1}), T(x_n)) \leqslant \Phi(\|x_{n+1} - x_n\|)\|x_{n+1} - x_n\|$$

$$\|v_{n+1} - v_n\| \leqslant D(A(x_{n+1}), A(x_n)) \leqslant \Gamma(\|x_{n+1} - x_n\|)\|x_{n+1} - x_n\|$$

由条件(3.4)推得 $\{u_n\}_{n=0}^{\infty}$ 和 $\{v_n\}_{n=1}^{\infty}$ 也是 Cauchy 序列• 令 $u_n \to u^*$ 和 $v_n \to v^*$• 由引理 2.2, 条件(3.3) 和 g 的 Lipschitz 连续性我们得到

$$\begin{aligned}
&\|J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x_n) - \rho(u_n - v_n)) - J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x^*)}(g(x^*) - \rho(u^* - v^*))\| \\
&\leqslant \|J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x_n) - \rho(u_n - v_n)) - J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x^*) - \rho(u^* - v^*))\| \\
&\quad + \|J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x^*) - \rho(u^* - v^*)) - J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x^*)}(g(x^*) - \rho(u^* - v^*))\| \\
&\leqslant \|g(x_n) - g(x^*)\| + \rho\|u_n - u^*\| + \rho\|u_n - v^*\| + \mu\|x_n - x^*\| \to 0, \\
&\qquad n \to \infty
\end{aligned}$$

因为

$$x_{n+1} = x_n - g(x_n) + J_\rho^{\partial\varphi(\cdot, x_n)}(g(x_n) - \rho(u_n - v_n)) + e_n$$

在上面等式中令 $n \to \infty$, 我们得到

$$g(x^*) = J_\rho^{\partial(\cdot, x^*)}(g(x^*) - \rho(u^* - v^*))$$

由定理 3.1 知(x^*, u^*, v^*)是 GSNQVI(T, A, g, φ)(1.1)的解•

系 3.1 设 $T: H \to C(H)$ 是 α_强单调和 β_Lipschitz 连续的, $A: H \to C(H)$ 是 γ_Lipschitz 连续的, $g: H \to H$ 是 λ_强单调和 σ_Lipschitz 连续的和 $\varphi: H \times H \to IR \cup \{+\infty\}$ 使得对每一固定 $y \in H$, $\varphi(\cdot, y)$ 是 H 上的真凸下半连续函数, $g(H) \cap \mathrm{dom}\partial\varphi(\cdot, y) \neq \emptyset$ 和对每一 $x, y, z \in H$, 定理 3.2 的条件(3.3) 成立• 假设存在常数 $\rho > 0$ 使得

$$\left.\begin{aligned}
&k = 2\sqrt{1 - 2\lambda + \sigma^2} + \mu < 1, \quad \alpha > \gamma(1 - k) + \sqrt{(\beta^2 - \gamma^2)k(2 - k)} \\
&\left|\rho - \frac{\alpha + \gamma(k - 1)}{\beta^2 - \gamma^2}\right| < \frac{\sqrt{(\alpha + \gamma(k - 1))^2 - (\beta^2 - \gamma^2)k(2 - k)}}{\beta^2 - \gamma^2}
\end{aligned}\right\} \qquad (3.5)$$

则由具有 $e_n = 0$, $\forall n \geqslant 0$ 的算法 3.1 定义的迭代序列 $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$, $\{u_n\}_{n=0}^{\infty}$ 和 $\{v_n\}_{n=0}^{\infty}$ 分别强收敛于 x^*, u^* 和 v^* 且(x^*, u^*, v^*) 是 GSNQVI(T, A, g, φ)(1.1) 的解•

证明 对一切 $t \in [0, \infty)$, 令 $\Psi(t) = \alpha$, $\Phi(t) = \beta$ 和 $\Gamma(t) = \gamma$• 注意到 $e_n = 0$, $\forall n \geqslant 0$, 容易检验条件(3.5) 蕴含定理 3.2 的条件(3.4) 成立• 因此结论由定理 3.2 推得•

注 3.2 如果 $\varphi(x, y) = I_{K(y)}(x)$ 对一切$(x, y) \in H \times H$ 成立其中 $K: H \to H$ 使得每一 $K(y)$ 是 H 的一闭凸子集, 则系 3.1 化归 Ding[5] 的定理 3.3 的一改进变形• 我们强调在定理 3.2 和系 3.1 中对 T 和 A 的 Lipschitz 连续性假设比在[2~5, 7~11, 13, 14] 中所作的假设更弱• 因此定理 3.2 和系 3.1 是不同于在[1~11, 13, 14] 中结果的新结果•

参 考 文 献

1 X. P. Ding, Perturbed proximal point algorithm for generalized quasivariational inclusions, J. Math. Anal. Appl., **210**(1) (1997), 88—101.

2 A. Hassouni and A. Moudafi, A perturbed algorithm for variational inclusions, J. Math. Anal. Appl., **185**(3) (1994), 706—721.
3 D. Chan and J. S. Pang, The generalized quasivariational inequalities, Math. Oper. Res., **7**(2) (1982), 211—222.
4 X. P. Ding, Generalized strongly nonlinear quasivariational inequalities, J. Math. Anal. Appl., **173**(2) (1993), 577—587.
5 X. P. Ding, A new class of generalized strongly nonlinear qusasivariational inequalities and quasi-complementarity problems, Indian J. Pure Appl. Math., **25**(10) (1994), 1115—1128.
6 X. P. Ding and E. Tarafdar, Monotone generalized variational inequalities and generalized complementarity problems, J. Optim. Theory Appl., **88**(1) (1996), 107—122.
7 S. C. Fang and E. L. Peterson, Generalized variational inequalities, J. Optim. Theory Appl., **38** (2) (1982), 363—383.
8 P. T. Harker and J. S. Pang, Finite_dimensional variational inequality and nonlinear complementarity problems: A survey of theory, algorithm and applications, Math. Program, **48** (1990), 161—220.
9 M. A. Noor, An iterative scheme for a class of quasivariational inequalities, J. Math. Anal. Appl., **110** (1985), 462—468.
10 M. A. Noor, Generalized multivalued quasivariational inequalities, Computers Math. Applic., **31** (12) (1996), 1—13.
11 M. A. Noor, K. I. Noor and T. M. Rassias, Some aspects of variational inequalities, J. Comput. Appl. Math., **47**(2) (1993), 285—312.
12 D. Pascali and S. Sburlan, Nonlinear Mappings of Monotone Type, Sijthoff and Noordhoff Inter. Pub. Romania (1978).
13 R. Saigal, Extension of the generalized complementarity problem, Math. Oper. Res., **1**(2) (1976), 260—266.
14 L. Zeng, Iterative algorithm for finding approximate solutions to completely generalized strongly nonlinear quasivariational inequalities, J. Math. Anal. Appl., **201**(1) (1996), 180—194.

Proximal Point Algorithm with Errors for Generalized Strongly Nonlinear Quasivariational Inclusions

Ding Xieping
(Department of Mathematics, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, P. R. China)

Abstract

In this paper, a class of generalized strongly nonlinear quasivariational inclusions are studied. By using the properties of the resolvent operator associated with a maximal monotone mapping in Hilbert space, an existence theorem of solutions for generalized strongly nonlinear quasivariational inclusion and is established a new proximal point algorithm with errors is suggested for finding approximate solutions which strongly converge to the exact solution of the generalized strongly nonlinear quasivariational inclusion. As special cases, some known results in this field are also discussed.

Key words generalized stongly nonlinear quasivariational inclusion, proximal point algorithm with errors