应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

含主应力轴旋转的土体一般应力应变关系

刘元雪[①] 郑颖人[①] 陈正汉[①]

(1996 年 8 月 12 日收到)

摘 要

本文利用矩阵理论, 分析了使主应力轴产生旋转的应力增量特性, 并将一般应力增量分解为与应力共主轴部分及使之产生旋转部分• 据此, 将含主应力轴旋转的复杂三维问题简化为三维应力应变共轴问题和三主值不变绕某一主轴旋转问题的结合, 大大简化了分析的难度• 文中还结合有关模型给出了一般三维问题的具体计算方法•

关键词 矩阵理论 主应力轴旋转 应力增量分解 应力应变关系 土体
中图分类号 TU45

§1. 前 言

目前土体应力应变关系的研究一般局限于主应力轴偏转可忽略情况下(只考虑主应力的大小, 不考虑主应力轴方向的变化)• 在这种情况下, 应力增量、应变增量、应力及应变的主轴是一致• 有关实验及工程实践表明: 存在主应力轴旋转时, 会产生明显的塑性变形, 并导致应力应变不共主轴•

首先有必要探讨为什么土体主应力轴旋转会导致应力应变不共主轴• 弹性力学中也存在主应力轴旋转问题, 但它不会导致不共主轴现象• 原因是弹性应变增量的大小、方向只与应力增量一一对应(二者方向一致, 大小成比例) , 故其应力应变主轴的旋转是同步的• 然而土体变形受应力历史的影响(其应变增量的大小、方向不仅与应力增量的大小、方向有关, 而且受应力大小、方向的影响)• 故应变增量随应力增量的旋转存在滞后现象, 从而导致应力应变不共主轴•

土体在应力应变共主轴情况下的应力应变关系研究较多, 关于纯主应力轴旋转的研究也有一些(主要集中于二维)• 因而有必要将二维的研究综合成一般情况(既存在旋转, 也存在主应力大小变化) , 并将其推广至三维•

§2. 应力增量的分解

主应力大小的变化与主应力轴方向旋转是两种不同应力增量作用的结果, 故有必要研究

① 后勤工程学院建筑工程系, 重庆 400041

这两类增量的特性•

2.1 二维应力增量的分解

令应力 σ 的主值分别为 σ_1, σ_2, 对应的主向为 N_1, N_2, 则:

$$\sigma = (N_1 \quad N_2)\begin{pmatrix}\sigma_1 & 0\\ 0 & \sigma_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}N_1\\ N_2\end{pmatrix} = T_1 \Lambda T_1^T \tag{2.1}$$

不失一般性, 令 N_1 与 X 轴夹角为θ, 则:

$$T_1 = \begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}, \quad T_1^T = \begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix} \tag{2.2}$$

Ⅰ) 主轴方向不变, 主值大小变化的应力增量 $\boldsymbol{d}\sigma_c$ 特性

这种情况下式(2.1)中 T_1, T_1^T 为常数阵, 而 σ_1, σ_2 变化, 则:

$$\boldsymbol{d}\sigma_c = d(T_1\Lambda T_1^T) = T_1(d\Lambda)T_1^T = T_1\begin{pmatrix}d\sigma_1 & 0\\ 0 & d\sigma_2\end{pmatrix}T_1^T \tag{2.3}$$

上式表明 $\boldsymbol{d}\sigma_c$ 特征为: 在主应力坐标系下, 它的正对角线元素不为零, 而副对角线元素为零•

Ⅱ) 主值不变使主应力轴产生旋转的应力增量 $\boldsymbol{d}\sigma_c$ 特征

此时式(2.1)中对角线阵 Λ 为常数阵, 而 T_1, T_1^T 发生变化, 则

$$\boldsymbol{d}\sigma_r = d(T_1\Lambda T_1^T) = dT_1\Lambda T_1^T + T_1\Lambda dT_1^T \tag{2.4}$$

分别对式(2.2)微分

$$dT_1 = \begin{pmatrix}-\sin\theta & -\cos\theta\\ \cos\theta & -\sin\theta\end{pmatrix}d\theta, \quad dT_1^T = (dT_1)^T = \begin{bmatrix}-\sin\theta & \cos\theta\\ -\cos\theta & -\sin\theta\end{bmatrix}d\theta \tag{2.5}$$

结合式(2.2)、(2.5)得:

$$T_1^T dT_1 = \begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}d\theta, \quad dT_1^T T_1 = \begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}d\theta \tag{2.6}$$

$$d\sigma_r^T = (dT_1\Lambda T_1^T)^T + (T_1\Lambda dT_1^T)^T = T_1\Lambda dT_1^T + dT_1\Lambda T_1^T = d\sigma_r \tag{2.7}$$

即 $\boldsymbol{d}\sigma_r$ 也为对称张量•

将 $\boldsymbol{d}\sigma_r$ 从一般坐标系转换至主应力空间:

$$\begin{aligned}T_1^T d\sigma_r T_1 &= T_1^T(dT_1\Lambda T_1^T + T_1\Lambda dT_1^T)T_1 = (T_1^T dT_1)\Lambda(T_1^T T_1) + (T_1^T T_1)\Lambda(dT_1^T T_1)\\ &= \begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}d\theta\begin{pmatrix}\sigma_1 & 0\\ 0 & \sigma_2\end{pmatrix}I + I\begin{pmatrix}\sigma_1 & 0\\ 0 & \sigma_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}d\theta\\ &= d\theta\left[\begin{pmatrix}0 & -\sigma_2\\ \sigma_1 & 0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0 & \sigma_1\\ -\sigma_2 & 0\end{pmatrix}\right]\\ &= \begin{pmatrix}0 & d\theta(\sigma_1-\sigma_2)\\ d\theta(\sigma_1-\sigma_2) & 0\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{2.8}$$

上述推导中利用了 T_1 为正交矩阵性质

$$T_1T_1^T = T_1^T T_1 = I \tag{2.9}$$

$$\boldsymbol{d}\sigma_r = T_1\begin{pmatrix}0 & d\theta(\sigma_1-\sigma_2)\\ d\theta(\sigma_1-\sigma_2) & 0\end{pmatrix}T_1^T \tag{2.10}$$

上式表明使主应力轴产生旋转的应力增量特征为: 在主应力空间中, 其正对角线元素为零, 副对角线元素相等, 且主应力轴旋转角为该元素除以两主应力之差•

Ⅲ) 应力增量分解

根据 $\boldsymbol{d}\sigma_c$, $\boldsymbol{d}\sigma_r$ 在主应力空间中的特征, 可以将任意应力增量 $\boldsymbol{d}\sigma$ 进行分解•

先对任意应力增量 $\boldsymbol{d}\sigma$ 进行坐标变换• 令:

$$\boldsymbol{B} = T_1^T \boldsymbol{d}\sigma T_1$$

$$\boldsymbol{B}^T = (T_1^T \boldsymbol{d}\sigma T_1)^T = T_1^T \boldsymbol{d}\sigma^T (T_1^T)^T = T_1^T \boldsymbol{d}\sigma T_1 = \boldsymbol{B} \tag{2.11}$$

即 $\boldsymbol{B}$ 亦为对称张量, 故令:

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \\ K_2 & K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & K_2 \\ K_2 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{d}\sigma &= T_1 \boldsymbol{B} T_1^T \\ &= T_1 \begin{pmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_3 \end{pmatrix} T_1^T + T_1 \begin{pmatrix} 0 & K_2 \\ K_2 & 0 \end{pmatrix} T_1^T \\ &= \boldsymbol{d}\sigma_c + \boldsymbol{d}\sigma_r \end{aligned} \tag{2.13}$$

根据 $\boldsymbol{d}\sigma_c$, $\boldsymbol{d}\sigma_r$ 的特征式(2. 3)、(2. 10), 得:

$$\boldsymbol{d}\sigma_1 = K_1, \quad \boldsymbol{d}\sigma_2 = K_3, \quad d\theta = K_2/(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{2.14}$$

显然式(2. 13) 将任一应力增量分解为一共轴增量 $\boldsymbol{d}\sigma_c$ 与一旋转分量 $\boldsymbol{d}\sigma_r$ 与一旋转分量 $\boldsymbol{d}\sigma_c$ 是可行的, 也是唯一的•

2.2 三维应力增量分解

同理, 可将三维一般应力增量进行分解•

令应力 σ 的三主值为 σ_1, σ_2, σ_3, 对应的单位主向为 N_1, N_2, N_3•

$$\begin{aligned} \sigma &= (N_1 \quad N_2 \quad N_3) \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} \\ &= T \Lambda_1 T^T \end{aligned} \tag{2.15}$$

任一应力增量 $\boldsymbol{d}\sigma$ 转换至主应力空间必有如下形式:

$$T^T \boldsymbol{d}\sigma T = \begin{pmatrix} M_1 & A_1 & C_1 \\ A_1 & M_2 & B_1 \\ C_1 & B_1 & M_3 \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

则应力增量的共轴部分、旋转部分分别为:

$$\boldsymbol{d}\sigma_c = T \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix} T^T \tag{2.17}$$

$$\boldsymbol{d}\sigma_1 = M_1, \quad \boldsymbol{d}\sigma_2 = M_2, \quad \boldsymbol{d}\sigma_3 = M_3 \tag{2.18}$$

$$\boldsymbol{d}\sigma_{r_1} = T \begin{pmatrix} 0 & A_1 & 0 \\ A_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} T^T \tag{2.19}$$

$\boldsymbol{d}\sigma_{r_1}$ 表示绕第三主轴旋转, 旋转角为:

$$d\theta_1 = A_1/(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{2.20}$$

$$\boldsymbol{d}\sigma_{r_2} = T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 \\ 0 & B_1 & 0 \end{pmatrix} T^T \tag{2.21}$$

$d\sigma_{r_2}$ 表示绕第一主轴旋转, 旋转角为:

$$d\theta_2 = B_1/(\sigma_2 - \sigma_3) \tag{2.22}$$

$$d\sigma_{r_3} = T\begin{bmatrix} 0 & 0 & C_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ C_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} T^T \tag{2.23}$$

$d\sigma_{r_3}$ 表示绕第二主轴旋转, 旋转角为:

$$d\theta_3 = C_1/(\sigma_1 - \sigma_3) \tag{2.24}$$

式(2.17)~(2.24)将一般应力增量分解为共主轴部分及绕某一主轴旋转部分• 这样我们可以综合三维共轴结果及绕某一主轴旋转理论来研究一般三维问题•

§ 3. 土体应力应变关系的一般模式

前面已将一般应力增量分解为共轴分量与旋转分量, 因而应变增量是二者作用结果的叠加• 根据弹塑性理论, 将应变增量分为弹性与塑性两部分, 不考虑弹塑耦性合• 这样弹性变形部分根据广义虎克定律计算• 塑性变形则按分解结果, 采用合适模型分别算出共轴塑性应变分量和旋转应变分量•

3.1 三维一般情况

根据式(2.17)~(2.24)的分解结果, 需计算弹性分量、三维共轴塑性分量及绕三个主轴的旋转塑性分量•

3.1.1 弹性分量计算

假定土体弹性变形符合广义虎克定律, 其弹性模量为 E、泊淞比为 μ, 则弹性变形分量 $d\varepsilon$ 为:

$$d\varepsilon^e = [C_e]\,d\sigma = \frac{1}{E}\begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{bmatrix} d\sigma \tag{3.1}$$

3.1.2 塑性变形的共轴部分

土的三维模型中能较好地反映土体基本力学性质的, 是土的多重屈服面模型• 文[6]中提出的三重屈服面模型的计算结果和多种应力路径实验较为吻合• 它采用的是主应力空间表述方式, 应用于此非常方便•

模型介绍如下:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^p = {} & A_i\sigma_1^2 + B_i\sigma_2^2 + C_i\sigma_3^2 + D_i\sigma_1\sigma_2 + E_i\sigma_2\sigma_3 \\ & + F_i\sigma_1\sigma_3 + R_i\sigma_1 + S_i\sigma_2 + T_i\sigma_3 + P_i \end{aligned} \tag{3.2}$$

ε_i^p 表示三个塑性应变主值•

$A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i, R_i, S_i, T_i, P_i$ 由单轴压缩、挤长实验、三向等压实验结果拟合•

式(3.2)写成增量矩阵形式为:

$$d\varepsilon_c^p = [C_p]\,d\sigma_c \tag{3.3}$$

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_{c_1}^p \\ d\varepsilon_{c_2}^p \\ d\varepsilon_{c_3}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2A_1\sigma_1 + D_1\sigma_2 + F_1\sigma_3 + R_1 & 2B_1\sigma_2 + D_1\sigma_1 + E_1\sigma_3 + S_1 \\ 2A_2\sigma_1 + D_2\sigma_2 + F_2\sigma_3 + R_2 & 2B_2\sigma_2 + D_2\sigma_1 + E_2\sigma_3 + S_2 \\ 2A_3\sigma_1 + D_3\sigma_2 + F_3\sigma_3 + R_3 & 2B_3\sigma_2 + D_3\sigma_1 + E_3\sigma_3 + S_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2C_1\sigma_3+E_1\sigma_2+F_1\sigma_1+R_1 \\ 2C_2\sigma_3+E_2\sigma_2+F_2\sigma_1+R_2 \\ 2C_3\sigma_3+E_3\sigma_2+F_3\sigma_1+R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

表 示

将共轴塑性应变增量转换到一般应力空间:

$$\boldsymbol{d}\varepsilon_c^p = T\Lambda_c T^T = T\begin{pmatrix} d\varepsilon_{c_1}^p & 0 & 0 \\ 0 & d\varepsilon_{c_2}^p & 0 \\ 0 & 0 & d\varepsilon_{c_3}^p \end{pmatrix} T^T \tag{3.5}$$

3.1.3 旋转引起的塑性变形

根据应力增量分解结果, 只需研究三主值不变绕一主轴旋转时土体的变形特性, 即可推广至三维一般情况• 文[7] 提出的模型可以较好地预测土体绕某一主轴旋转时土体的应力应变关系•

该模型基于应力球张量与偏张量存在交叉影响而提出:

$$\boldsymbol{d}\varepsilon^p = \left(\frac{1}{3}A\boldsymbol{I} + B\boldsymbol{n}\right)F(\sigma_m+\sigma_m)\,d\sigma_m + \left(\frac{1}{3}C\boldsymbol{I}+D\boldsymbol{n}\right)\sigma_m\boldsymbol{n}^a\boldsymbol{dr} \tag{3.6}$$

当只产生主应力轴旋转时:

$$d\sigma_m = 0,\quad \boldsymbol{dr} = \boldsymbol{d}\sigma/\sigma_m \tag{3.7}$$

$$\boldsymbol{d}\varepsilon^p = \left(\frac{1}{3}C\boldsymbol{I}+D\boldsymbol{n}\right)\sigma_m\boldsymbol{n}^a\boldsymbol{dr} \tag{3.8}$$

式中:

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_m = (\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3,\ \boldsymbol{r} = \sigma/\sigma_m - I \\ &\boldsymbol{n} = \boldsymbol{r}/(\boldsymbol{rr})^{0.5},\ \hat{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{dr}/(\boldsymbol{drdr})^{0.5} \\ &\boldsymbol{n} = \boldsymbol{n}/3+2\hat{\boldsymbol{n}}/3 \\ &\alpha = \cos^{-1}\sum(r_{ij}^{n+1}-r_{ij}^{n})/(r_{ij}^{n}-r_{ij}^{n-1})/\left[\sum(r_{ij}^{n+1}-r_{ij}^{n})^2\sum(r_{ij}^{n}-r_{ij}^{n-1})^2\right]^{0.5} \\ &n_{ij}^{\alpha} = \cos(\alpha/3) \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

C、D 为塑性系数, 见文献[7]•

对于各旋转应力增量引起的塑性变形为:

Ⅰ) 式(2.19)、(2.20) 表示的绕第三主应力轴旋转的应力增量

引起的塑性变形为:

$$\boldsymbol{dr}_1 = \boldsymbol{d}\sigma_{r_1}/\sigma_m = \frac{A_1}{\sigma_m}T\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}T^T$$

$$= \frac{d\theta_1(\sigma_1-\sigma_2)}{\sigma_m}TE_1T^T \tag{3.10}$$

代入式(3.8):

$$\boldsymbol{d}\varepsilon_{r_1}^p = (C\boldsymbol{I}/3+D\boldsymbol{n})\sigma_m\boldsymbol{n}^\alpha d\theta_1(\sigma_1-\sigma_2)(TE_1T^T)/\sigma_m$$

$$= d\theta_1(\sigma_1-\sigma_2)(C\boldsymbol{I}/3+D\boldsymbol{n})\boldsymbol{n}^\alpha(TE_1T^T) \tag{3.11}$$

Ⅱ) 同理可得绕第| 、二主轴旋转引起的塑性应变增量

$$\boldsymbol{dr}_2 = \boldsymbol{d}\sigma_{r_2}/\sigma_m = \frac{d\theta_2(\sigma_2-\sigma_3)}{\sigma_m}TE_2T^T \tag{3.12}$$

$$d\varepsilon^p_{r_2} = d\theta_2(\sigma_2 - \sigma_3)(C\boldsymbol{I}/3 + D\boldsymbol{n})\boldsymbol{n}^\alpha(TE_2T^T) \tag{3.13}$$

$$d\boldsymbol{r}_3 = d\sigma_{r_3}/\sigma_m = \frac{d\theta_3(\sigma_1 - \sigma_3)}{\sigma_m}TE_3T^T \tag{3.14}$$

$$d\varepsilon^p_{r_3} = d\theta_3(\sigma_1 - \sigma_3)(C\boldsymbol{I}/3 + D\boldsymbol{n})\boldsymbol{n}^\alpha(TE_3T^T) \tag{3.15}$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\cdot \tag{3.16}$$

3.1.4 总应变增量

由分解式知,总应变增量应为弹性分量、塑性共轴分量与旋转分量叠加而得:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p_c + d\varepsilon^p_{r_1} + d\varepsilon^p_{r_2} + d\varepsilon^p_{r_3} \tag{3.17}$$

3.1.5 应力轴旋转引起的非共轴性

当存在主应力轴旋转时,应力增量、应变增量、应力、应变等主轴方向存在差异,最引人注目的是应力与应变主轴的差异•

与式(2.15)一样可求得应变的三个单位主向:$N_{1\varepsilon}$, $N_{2\varepsilon}$, $N_{3\varepsilon}$, 那么应变第一主轴与应力第一主轴的夹角 θ_1 即为向量 N_1 与 $N_{1\varepsilon}$夹角:

$$N_{1\varepsilon}\cdot N_1 = |N_{1\varepsilon}|\cdot|N_1|\cdot\cos\theta_1 = \cos\theta_1$$

$$\theta_1 = \arccos(N_{1\varepsilon}\cdot N_1) \tag{3.18}$$

同理求得 N_2 与 $N_{2\varepsilon}$, N_3 与 $N_{3\varepsilon}$的夹角θ_2, θ_3:

$$\theta_2 = \arccos(N_{2\varepsilon}\cdot N_2) \tag{3.19}$$

$$\theta_3 = \arccos(N_{3\varepsilon}\cdot N_3) \tag{3.20}$$

3.2 三维特殊问题

工程实际中有些问题没有式(3.17)计算的那么复杂• 有些问题不涉及主应力轴旋转,那么其应变增量只需计算式(3.17)中的前两项• 有些不涉及主值的变化,只存在纯主应力轴旋转,那么它不需要计算第二项,可根据它是绕哪些主轴旋转,而对后三项进行取舍•

3.3 二维问题

某些情况下,可以将一个三维问题简化为二维进行计算• 此时应力增量分解见式(2.13)、(2.14),其引起的应变增量计算模式同3.1节• 共轴塑性变形可引用文献[5]中提出的双屈服面模型进行计算,旋转部分引起的塑性变形可采用文献[3]中提出的模型进行分析•

§4. 结 论

本文借助矩阵理论,对应力增量特征进行深入分析,从一种新的角度研究了土体的一般应力应变关系• 为解决含主应力轴旋转的复杂三维问题提出了一条新途径•

Ⅰ) 分析了使主应力轴产生旋转的应力增量特性• 推导了二维、三维一般应力增量分解为与应力共主轴部分及使之产生旋转部分的公式•

Ⅱ) 在应力增量分解的基础上,将一个复杂的三维含主应力轴旋转问题简化为三维共轴问题和主值不变绕一主轴旋转问题的结合,大大地减小了分析的难度•

Ⅲ) 为了使本方法更具通用性,有必要进行三维共轴模型及主值不变绕一主轴旋转模型的研究与验证工作•

参 考 文 献

1 郑颖人、龚晓南,《岩土塑性力学基础》, 中国建筑工业出版社, 北京 (1990).

2 殷宗泽, 一个土体的双屈服面应力—应变模型, 岩土工程学报, **10**(4) (1988), 64—71.

3 H. Matasuoka et al., A constitutive model for sands and clay evaluating principal stress rotation, Soils and Foundations, **27**(4) (1987), 73—88.

4 F. Miaru, S. Toki, et al., Deformation prodiction for anisotropic sand during the rotation of principal stress axes, Soils and Foundations, **26**(3) (1986), 42—56.

5 沈珠江, 土体应力应变分析的一种新模型,《第五届土力学及基础工程会议论文选集》, 中国建筑工业出版社, 北京(1987), 101—105.

6 郑颖人、严德俊, 基于试验拟合的土的多重屈服面模型,《第五届全国岩土力学数值分析与解析方法讨论会议文集》(郑颖人主编), 武汉测绘大学出版社, 武汉(1994), 9—14.

7 陈生水、沈珠江、郦能惠, 复杂应力路径下无粘性土的弹塑性数值模拟, 岩土工作学报, **17**(2) (1995), 20—28.

The General Stress Strain Relation of Soils Involving the Rotation of Principal Stress Axes

Liu Yuanxue Zheng Yingren Chen Zhenghan

(Dept. of Architectural Engineering., Logistical University, Chongqing 400041, P. R. China)

Abstract

In the light of matrix theory, the character of stress increment which causes the rotation of principal stress axes is analysed and the general stress increment is decomposed into two parts: coaxial part and rotational part. Based on these, the complex three dimension (3- D) problem involving the rotation of principal stress axes is simplified to the combination of the 3- D coaxial model and the theory about pure rotation of principal stress axes that is only around one principal stress axes. The difficulty of analysis is reduced significantly. The concrete calculating method of general 3- D problems is provided and other applications are also presented.

Key words matrix theory, principal stress axes rotation, decomposition of stress increment, stress strain relation, soils