应用数学和力学，第18卷 第1期（1997年1月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

一类不确定非线性系统基于神经网络的自适应控制*

慕小武[1] 张怀宙[2]

（郑泉水推荐，1996年3月30日收到）

摘 要

本文将非线性系统的几何方法与神经网络理论相结合，并利用变结构控制思想，研究了一类不确定系统的全局跟踪问题。

关键词 神经网络 自适应控制

一、问题提法及假设

考虑非线性系统：

$$\begin{aligned} &\dot{x}=f^{\circ}(x)+f'(x)+g^{\circ}(x)u \\ &y=h(x) \end{aligned} \tag{1.1}$$

其中 $x\in R^n$ 为状态，可量测，$u\in R$ 为输入，$y\in R$为输出。h 为 R^n 上光滑函数且 $h(0)=0$. f°，g°为R^n上光滑向量场，$g^{\circ}(x)\neq 0$，$\forall x\in R^n$，$f^{\circ}(0)=0$，而f'为不确定项。

假设1.1 假定如下系统的相对阶为n

$$\begin{cases} \dot{x}=f^{\circ}(x)+g^{\circ}(x)u \\ y=h(x) \end{cases} \tag{1.2}$$

此时系统(1.2)在微分同胚$\xi=\varphi(x)=(h,\ L_fh,\ \cdots,\ L_f^{n-1}h)^T$下可化为规范型：

$$\begin{aligned} &\dot{\xi}_i=\xi_{i+1} \qquad (1\leqslant i\leqslant n-1) \\ &\dot{\xi}_n=L_f^n\cdot h+(L_g\cdot L_f^{n-1}h)u \\ &y=\xi_1 \end{aligned} \tag{1.3}$$

性质1.1 若假设1.1成立，则系统(1.1)在微分同胚$\xi=\varphi(x)$下，全局等价于

$$\begin{aligned} &\dot{\xi}_i=\xi_{i+1}+r_i(\bar{\xi}_i) \qquad (1\leqslant i\leqslant n-1) \\ &\dot{\xi}_n=L_f^h\cdot h+r_n(\bar{\xi}_i)+(L_g\cdot L_f^{n-1}h)u \\ &y=\xi_1 \end{aligned} \tag{1.4}$$

---

* 本文受国家自然科学青年基金与河南省自然科学基金资助.

1 郑州大学，郑州 450052.

2 中科院系统科学研究所，北京 100080.

的充分必要条件是$[ad_f^i \cdot g^\circ,\ f']\in\mathscr{S}^i$，$\mathscr{S}^i=\mathrm{span}(g^\circ,\ ad_f\cdot g^\circ,\ \cdots,\ ad_f^i\cdot g^\circ)$ $(i=0,\ 1,\ \cdots,\ n-2)$，其中$\bar{\xi}_i=(\xi_1,\ \cdots,\ \xi_i)$ $(1\leqslant i\leqslant n)$

对系统(1.4)中的不确定项，$r_i(1\leqslant i\leqslant n)$，我们有如下假设：

假设1.2 r_i充分光滑，$|r_i|\leqslant R_i(\xi)$，$\forall\xi\in V^c=R^n-V$，$V=\{\xi|\ \|\xi\|\leqslant K\}$，$K$为已知数，$R_i(\xi)$为$\xi$的已知函数。

我们的设计目标是在任意指定的精度范围内，使得系统(1.1)或等价地系统(1.4)的输出渐近地跟踪一已知参考模型信号$y_M(t)$，并保证闭环系统状态有界。

假设1.3 $y_M(t)$，$y_M^{(1)}(t)$，$\cdots$，$y_M^{(n)}(t)$已知且有界，并全部包含在V的一个子集中。

二、基于神经网络的全局自适应跟踪

若r_i的傅氏变换$F_i(v)=(\mathscr{F}r_i)(v)$具有紧支集，且$F_i(v)$上界已知，[9]给出了在任意指定的有界闭集$V_i=\{\bar{\xi}_i\in R^i|\ \|\bar{\xi}_i\|\leqslant K+K_0\}$上，利用高斯放射基函数网络$\hat{r}_i=\theta_i^T z_i$一致逼近$r_i$的构造性设计过程。其中$z_i$为网络隐单元的输出向量函数，由于$r_i$及其谱值均未知，$\theta_i$为网络的未知输出权重向量且满足：

$$|r_i-\hat{r}_i|\leqslant\varepsilon\qquad(\forall\bar{\xi}_i\in V_i)\tag{2.1}$$

为保证对于任意的系统的初始状态和网络初始权重，系统的输出均能渐近跟踪参考模型信号，并不发生抖动，我们定义：

$$m_i(\bar{\xi}_i)=\max\left(0,\ \mathrm{sat}\left(\frac{\|\bar{\xi}_i\|-K}{K_0}\right)\right)\qquad(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)\tag{2.2}$$

则系统(1.4)可改写为：

$$\begin{aligned}&\dot{\xi}_i=\xi_{i+1}+m_ir_i+(1-m_i)(\theta_i^Tz_i+\eta_i)\qquad(1\leqslant i\leqslant n-1)\\&\dot{\xi}_n=L_f^n\cdot h+(L_g\cdot L_f^{n-1}h)u+m_nr_n+(1-m_n)(\theta_n^Tz_n+\eta_n)\\&y=\xi_1\end{aligned}\tag{2.3}$$

其中 $\eta_i=r_i-\hat{r}_i$，由(2.1)，$|\eta_i|\leqslant\varepsilon$，$(\forall\bar{\xi}_i\in V_i\quad 1\leqslant i\leqslant n)$

令$e_i=\xi_i-u_i$，$s_i=e_i-d_i\mathrm{sat}(e_i/d_i)$ $(1\leqslant i\leqslant n)$，其中$u_1=y_M$，而$u_2$，$\cdots$，$u_n$为待定函数，其具体表达式将在下面算法中给出，$d_1$为跟踪精度，$d_2$，$\cdots$，$d_n$为小正数。

易见，若$s_1=0$，则$|e_1|=|y-y_M|<d_1$，若$s_i\neq0$ $(1\leqslant i\leqslant n)$，则：

$$\begin{aligned}\dot{s}_i=&s_{i+1}+u_{i+1}-\dot{u}_i+d_{i+1}\mathrm{sat}(e_{i+1}/d_{i+1})\\&+m_ir_i+(1-m_i)(\theta_i^Tz_i+\eta_i)\qquad(1\leqslant i\leqslant n-1)\\\dot{s}_n=&L_f^n\cdot h+(L_g\cdot L_f^{n-1}h)u-\dot{u}_n+m_nr_n+(1-m_n)(\theta_n^Tz_n+\eta_n)\end{aligned}\tag{2.4}$$

下面我们寻找控制律和调参律，使得$\lim\limits_{t\to\infty}s_i(t)=0$，为此递归定义$u_i$

$$u_1=y_M$$

$$\begin{aligned}u_2=&-s_1-(1-m_1)(\hat{\theta}_1^1)^Tz_1+\dot{y}_M\\&-[d_2+m_1R_1+(1-m_1)\varepsilon]\mathrm{sat}(e_1/d_1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_{i+1}=&-s_{i-1}-s_i-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial u_i}{\partial\xi_j}(\xi_{j+1}+(1-m_j)(\hat{\theta}_j^{i-j+1})^Tz_j)\\&-(1-m_i)(\hat{\theta}_i^1)^Tz_i+\sum_{j=1}^{i}\frac{\partial u_i}{\partial y_M^{(j-1)}}y_M^{(j)}\end{aligned}$$

$$+\sum_{k=1}^{i-1}\sum_{j=1}^{k}(1-m_j)\frac{\partial u_i}{\partial\hat{\theta}_j^{k-j+1}}s_k W_j^{k-j+1}$$

$$-\left[\varepsilon(1-m_i+\sum_{j=1}^{i-1}(1-m_j)C_i^j)+m_iR_i\right.$$

$$\left.+\sum_{j=1}^{i-1}m_jK_i^jR_j+d_{i+1}\right]\mathrm{sat}(e_i/d_i)\qquad(2\leqslant i\leqslant n-1)$$

并取适应控制律

$$u=(L_g\cdot L_f^{n-1}h)^{-1}\Big\{-L_f^n\cdot h+\sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial u_n}{\partial\xi_j}(\xi_{j+1}+(1-m_j)(\hat{\theta}_j^{n-j+1})^Tz_j$$

$$-(1-m_n)(\hat{\theta}_n^1)^Tz_n+\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial u_n}{\partial y_M^{(j-1)}}y_M^{(j)}$$

$$-\left[\varepsilon\left(1-m_n+\sum_{j=1}^{n-1}(1-m_j)C_n^j\right)+m_nR_n+\sum_{j=1}^{n-1}m_jK_n^jR_j\right]\mathrm{sat}(e_n/d_n)$$

$$+\sum_{k=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{k}(1-m_j)\frac{\partial u_n}{\partial\hat{\theta}_j^{k-j+1}}s_kW_j^{k-j+1}-s_{n-1}-s_n\Big\}$$

其中 $\left|\frac{\partial u_i}{\partial\xi_j}\right|\leqslant C_i^j(\bar{\xi}_{i-1}\in V_{i-1})$, $\left|\frac{\partial u_i}{\partial\xi_j}\right|\leqslant K_i^j\qquad(\bar{\xi}_{i-1}\in V_{i-1}^c,\ 1\leqslant j<i\leqslant n)$

$W_i^1=z_i$, $W_j^{i-j+1}=-\left(\frac{\partial u_i}{\partial\xi_j}\right)z_j$, $\hat{\theta}_j^{i-j+1}$为递归过程中的θ_j第$i-j+1$次估值。

由(2.4)知，控制律，调参律构成的闭环系统为：

$$\dot{s}_1=-s_1+s_2+(1-m_1)(\theta_1-\hat{\theta}_1^1)^Tz_1+d_2\mathrm{sat}(e_2/d_2)+m_1r_1$$
$$+(1-m_1)\eta_1-(d_2+m_1R_1+(1-m_1)\varepsilon)\mathrm{sat}(e_1/d_1)$$

$$\dot{s}_i=-s_{i-1}-s_i+s_{i+1}+\sum_{j=1}^{i}(1-m_j)(\theta_j-\hat{\theta}_j^{i-j+1})^TW_j^{i-j+1}$$

$$-\left[\varepsilon\left(1-m_i+\sum_{j=1}^{i-1}(1-m_j)C_i^j\right)+m_iR_i+\sum_{j=1}^{i-1}m_jK_i^jR_j\right.$$

$$\left.+d_{i+1}\right]\mathrm{sat}(e_i/d_i)+d_{i+1}\mathrm{sat}(e_{i+1}/d_{i+1})+m_ir_i+(1-m_i)\eta_i$$

$$-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial u_i}{\partial\xi_j}(m_jr_j+(1-m_j)\eta_i)\qquad(2\leqslant i\leqslant n-1)$$

$$\dot{s}_n=-s_{n-1}-s_n+\sum_{j=1}^{n}(1-m_j)(\theta_j-\hat{\theta}_j^{n-j+1})^TW_j^{n-j+1}$$

$$-\left[\varepsilon(1-m_n)+\varepsilon\sum_{j=1}^{n-1}(1-m_j)C_n^j+m_nR_n+\sum_{j=1}^{n-1}m_jK_n^jR_j\right]\mathrm{sat}(e_n/d_n)$$

$$+m_nr_n+(1-m_n)\eta_n-\sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial u_n}{\partial\xi_j}(m_jr_j+(1-m_j)\eta_j)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_j^{i-j+1}=-(1-m_j)s_iW_j^{i-j+1}\qquad(1\leqslant j\leqslant i\leqslant n)$$

简单运算可得

$$s_1\dot{s}_1\leqslant s_1(-s_1+s_2+(1-m_1)(\tilde{\theta}_1^1)^TW_1^1(s_1,\ y_m))$$

$$s_i\dot{s}_i\leqslant s_i(-s_{i-1}-s_i+s_{i+1}+\sum_{j=1}^{i}(1-m_j)(\tilde{\theta}_j^{i-j+1})^TW_j^{i-j+1}\qquad(2\leqslant i\leqslant n-1)$$

$$s_n\dot{s}_n\leqslant s_n(-s_{n-1}-s_n+\sum_{j=1}^{n}(1-m_j)(\tilde{\theta}_j^{n-j+1})^TW_j^{n-j+1}$$

其中$\tilde{\theta}_j^{i-j+1}=\theta_j-\hat{\theta}_j^{i-j+1}$

构造Lyapunov函数$V(s,\ \tilde{\theta})=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}s_i^2+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i}(\tilde{\theta}_j^{i-j+1})^T\tilde{\theta}_j^{i-j+1}$，则

$$\dot{V}=\sum_{i=1}^{n}s_i\dot{s}_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i}\sum_{j=1}^{i}(\tilde{\theta}_j^{i-j+1})^T\dot{\tilde{\theta}}_j^{i-j+1}\leqslant-\|s\|^2 \tag{2.5}$$

由此推出$\lim\limits_{t\to\infty}\|s(t)\|=0$，特别地$\lim\limits_{t\to\infty}s_1(t)=0$，$\therefore|y-y_M|<d_1$对任意初始条件渐近地成立.

三、结　论

由于s_1，s_2，…，s_n渐近地收敛到原点，由s_i的意义，ξ_1，…，ξ_n将最终收敛到包围y_M，u_2，…，u_n的集合，若此集合包含于V中，则随着s_2，…，s_n渐近地收敛到0，最终对任意的系统初始状态和网络初始权重，控制只依赖于高斯放射基函数网络的输出。

由以上讨论知，与[2]～[10]相比，本文提出的自适应跟踪设计方案和算法有以下特点：

（1）　模型具有广泛的不确定性，实用性更强

（2）　给出了全局自适应跟踪控制设计方案，并且此方案在增加系统关于有界干扰的鲁棒性时，不会导致控制性能的降低

（3）　由于神经网络由简单单元采用并行结构组成的特点，使其易于用具有并行特征的VLSI实现，使神经网络具有快速和高容错性的优点，从而使二节中的算法不会造成控制的滞后。

参　考　文　献

[1] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, Springer-Verlag (1989).

[2] S. S. Sastry and A. Isidori, Adaptive control of linearizable systems, *IEEE. Trans. Auto. Contr.*, 34(11) (1989).

[3] D. G Taylor, P. V. Kokotovic, R. Marino and I. Kanellakopouilos, Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics, *IEEE. Trans. Auto.*

Contr., 34(4) (1989).

[4] I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic and R. Marino, Robustness of adaptive nonlinear control under an extended matching condition, *IFAC Nonlinear Control Systems Design*, (1989).

[5] I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic and A.S. Morse, Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable system, *IEEE. Trans. Auto. Contr.*, 36(11) (1991).

[6] F. C. Chen, Back-propagation neural networks for nonlinear self tuning adaptive control, *IEEE. Contr. Syst. Mag.*, 10(3) (1990).

[7] F. C. Chen, A dead-zone approach in nonlinear adaptive control using neural networks, *Proc.* 30*th IEEE.* C. D. C. (1991).

[8] C. C. Liu, F. C. Chen, Adaptive control of nonlinear continuoustime systems using neural networks-general ralative degree and mimo cases, *Int. J. Contr.*, 58(2) (1993).

[9] R. Sanner and J. J. E. Slotine, Stable adaptive control and recursive identification using radial gaussian networks, *Proc.* 30*th IEEE.* C. D. C. (1991).

[10] J. J. E. Slotine and J. K. Hedrick, Robust input-output feedback linearization, *Int. J. Contr.*, 57(5) (1993).

[11] K. Narendra and L. Valayani, A comparison of Lyapunov and hyperstability approaches to adaptive control of continous systems, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, AC—25, (2) (1980).

Neural Network-Based Adaptive Control of a Class of Uncertain Nonlinear System

Mu Xiaowu

(*Zhengzhou University, Zhengzhou* 450052, *P. R. China*)

Zhang Huaizhou

(*Institute of Systems Science, Sinica Academic, Beijing* 100080, *P. R. China*)

Abstract

For a class of nonlinear systems which can be transformed into the canonical form, an adaptive control scheme based on Gaussian radial basis function networks was proposed in [9]. In this paper, the idea in [5,10] which was combined to discuss has adaptive control of a more general class of uncertain nonlinear systems.

Key words neural network, adaptive control