

边部注水时裂缝性油藏中水平井两相渗流

郭大立 刘慈群

(西南石油学院 四川南充 637001) (渗流流体力学研究所 河北廊坊 102801)

(1994年12月7日收到)

摘 要

本文在流线不变的假定下研究边部注水时裂缝性油藏中水平井两相渗流问题, 建立了双重孔隙介质中水平井两相流体垂直二维渗流的数学模型, 并用特征线方法进行了精确求解, 给出了裂缝系统和岩块系统中的饱和度分布以及水平井见水时间公式, 从而为边部注水开发裂缝性油藏提供了必要的理论基础和工程计算方法。

关键词 水平井 两相渗流 双重孔隙介质 边部注水 特征线方法 精确解

一、引 言

水平井是有广阔发展前景的油、气、水田开发增产新技术, 它的流体力学基础是油、水两相垂直二维渗流, 因此研究水平井两相二维渗流具有重要的理论和实际意义。直井两相一维渗流的基本理论由 Buckley 和 Leverett^[1]建立, 陈钟祥和刘慈群^[2]将其推广到了双重孔隙介质中的情形。对于一般多孔介质中水平井两相二维渗流, 刘慈群^[3]在流线不变的假定下进行研究, 得到了一些结果。本文在此基础上研究边部注水时双重孔隙介质中水平井两相二维渗流问题, 建立了其数学模型, 并用特征线方法进行了精确求解, 给出了裂缝系统和岩块系统中的饱和度分布以及水平井见水时间公式。可把本工作看作是文献[2]和[3]结果的推广和完善。

二、两相二维渗流方程组

设水平段长度为 L 的水平井, 布置在含油厚度为 h 的裂缝性油层顶部(图1)。初始时裂缝系统和岩块系统中的含水饱和度分布各为 $S_{wf0}(x, z)$ 和 $S_{wmc}(x, z)$, 从初始时刻 $t=0$ 起在 $x=x_0$ 处注入水。则不考虑毛细管力和重力作用时, 问题归结为在给定的初始和边界条件下求解下列两相二维渗流方程组。

对裂缝系统:

$$\phi_f \frac{\partial S_{wf}}{\partial t} + V_z f'_{wf}(S_{wf}) \frac{\partial S_{wf}}{\partial x} + V_z f'_{wf}(S_{wf}) \frac{\partial S_{wf}}{\partial z} = q_w \quad (2.1)$$

$$q_w = R\lambda \left[\lambda \int_0^t S_{wf}(x, z, \tau) e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau - S_{wf} \right] \quad (2.2)$$

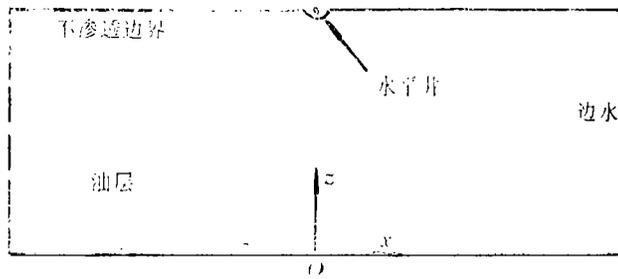


图1 水平井在裂缝性油藏中的纵剖面图

$$S_{wf} = S_{wft}(x, z, t) \stackrel{\Delta}{=} \begin{cases} S_{wfo}(x, z), & t=0 \\ 1, & x=x_e \end{cases} \quad (2.3)$$

对岩块系统:

$$\phi_m \frac{\partial S_{wm}}{\partial t} = -q_w \quad (2.4)$$

$$S_{wm} = S_{wmo}(x, z), \quad t=0 \quad (2.5)$$

其中

$$f'_{wf}(S_{wf}) = \mu / [(1-\mu)S_{wf} + \mu]^2 \quad (2.6)$$

S , ϕ 和 q 分别表示饱和度、孔隙度和吸渗强度; μ 表示水的粘度与油的粘度之比值; R 是在吸渗作用下从单位体积的岩块中最终能渗出的油量; λ 是表征吸渗衰减速度的常数; 下标 w , f 和 m 分别指该物理量是属于水的、裂缝系统的和岩块系统的; V_x , V_z 分别是液体的渗流速度在 x , z 方向的分量, 在流线不变的假定下, 当水平井流量为 Q 时, 根据势流迭加原理, 可得渗流速度为^[3]

$$V_x = -\frac{Q}{2hL} \cdot \frac{\text{sh}(\pi x/h)}{\text{ch}(\pi x/h) + \cos(\pi z/h)} \quad (2.7)$$

$$V_z = \frac{Q}{2hL} \cdot \frac{\sin(\pi z/h)}{\text{ch}(\pi x/h) + \cos(\pi z/h)} \quad (2.8)$$

三、渗流方程组的精确解

1. 裂缝系统的解

对于拟线性双曲型偏微分方程(2.1)和吸渗方程(2.2)的初、边值问题(2.3), 根据特征线理论, 易知特征线的方程为

$$\frac{dx}{dt} = \frac{V_x}{\phi_f} \cdot \frac{\mu}{[(1-\mu)S_{wf} + \mu]^2} \quad (3.1)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{V_z}{\phi_f} \cdot \frac{\mu}{[(1-\mu)S_{wf} + \mu]^2} \quad (3.2)$$

对任意给定的 x_0 , z_0 , t_0 , 这里用 $x = x(x_0, z_0, t_0; t)$ 和 $z = z(x_0, z_0, t_0; t)$ 表示经过点 $(x_0, z_0, 0)$ 或点 (x_e, z_0, t_0) 的特征线, 且记

$$S_{wf}(t) \stackrel{\Delta}{=} S_{wf}(x(x_0, z_0, t_0; t), z(x_0, z_0, t_0; t), t) \quad (3.3)$$

则 $S_{wf}(t)$ 应满足下列常微一积分方程

$$\frac{dS_{wf}(t)}{dt} = \frac{R\lambda}{\phi_f} \left[\lambda \int_0^t S_{wf}(\tau) e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau - S_{wf}(t) \right] \quad (3.4)$$

上述方程两端对 t 求导, 可化成二阶常系数齐次线性微分方程。求解即得, 沿着经过点 $(x_0, z_0, 0)$ 的特征线有

$$S_{wf}(t) = S_{wf}(x_0, z_0, 0) \frac{\phi_f + R \exp \left[-\frac{(\phi_f + R)\lambda}{\phi_f} \cdot t \right]}{\phi_f + R} \quad (3.5)$$

从而, 虚拟经过点 (x_e, z_0, t_0) 的特征线推过 $x = x_e$, 可以得到沿着经过点 $(x_0, z_0, 0)$ 或点 (x_e, z_0, t_0) 的特征线有

$$S_{wf}(t) = S_{wf}(x_0, z_0, t_0) \frac{\phi_f + R \exp \left[-\frac{(\phi_f + R)\lambda}{\phi_f} \cdot t \right]}{\phi_f + R \exp \left[-\frac{(\phi_f + R)\lambda}{\phi_f} \cdot t_0 \right]} \quad (3.6)$$

为了求出经过点 $(x_0, z_0, 0)$ 或点 (x_e, z_0, t_0) 的特征线表达式, 先来考虑首次积分

$$V_z dz - V_x dx = 0 \quad (3.7)$$

将渗流速度的表达式 (2.7) 和 (2.8) 代入上式, 积分就得到下列流线分布公式

$$c \operatorname{ctg}(\pi z/2h) = c \cdot \operatorname{th}(\pi x/2h) \quad (3.8)$$

其中

$$c = \operatorname{ctg}(\pi z_0/2h) \cdot \operatorname{cth}(\pi x_0/2h) \quad (3.9)$$

在给出了流线分布公式 (3.8) 以后, 只需来求特征线 $x = x(x_0, z_0, t_0, t)$ 的表达式。把前述式子 (2.7)、(3.6) 和 (3.8) 代入特征线方程 (3.1), 求解并整理即得经过点 $(x_0, z_0, 0)$ 或点 (x_e, z_0, t_0) 的特征线 $x = x(x_0, z_0, t_0, t)$ 的解析表达式为

$$\begin{aligned} & \ln \left[(1+c^2) \operatorname{ch} \frac{\pi x_0}{h} + (1-c^2) \right] - \ln \left[(1+c^2) \operatorname{ch} \frac{\pi x}{h} + (1-c^2) \right] \\ &= \frac{\pi Q \mu}{2h^2 L \lambda (\phi_f + R) [(1-\mu) S_{wf}(\infty) + \mu]^2} \cdot \left[\frac{(\phi_f + R)\lambda}{\phi_f} \cdot (t-t_0) \right. \\ & \quad \left. + \frac{(1-\mu) S_{wf}(\infty) + \mu}{(1-\mu) S_{wf}(x_0, z_0, t_0) + \mu} - \frac{(1-\mu) S_{wf}(\infty) + \mu}{(1-\mu) S_{wf}(t) + \mu} \right. \\ & \quad \left. + \ln \frac{(1-\mu) S_{wf}(t) + \mu}{(1-\mu) S_{wf}(x_0, z_0, t_0) + \mu} \right] \quad (3.10) \end{aligned}$$

在上式中, 令 $x=0, x_0=x_e, z_0=h, t_0=0, S_{wf}(x, z)=0$, 即得水平井见水时间公式

$$T = \frac{4h^2 L \phi_f \mu}{\pi Q} \cdot \ln \operatorname{ch} \frac{\pi x_e}{2h} \quad (3.11)$$

上式表明: 水平井见水时间 T 与油层厚度 h 的平方成正比, 与水平井水平段长度 L 成正比, 与水平井流量 Q 成反比。

2. 岩块系统的解

首先, 在方程 (2.4) 中令 $x = x_e$, 求出 $S_{wm}(x_e, z, t)$ 的表达式, 从而把方程 (2.4) 的初始问题改写成下列初、边值问题

$$S_{wm} = S_{wmi}(x, z, t) \triangleq \begin{cases} S_{wmo}(x, z), & t=0 \\ S_{wmo}(x_e, z) + \frac{R}{\phi_m} \cdot (1 - e^{-\lambda t}), & x=x_e \end{cases} \quad (3.12)$$

其次, 方程(2.4)两端对 t 积分, 利用分部积分公式, 并注意到吸渗方程(2.2), 可以推导出只含有瞬时量的吸渗强度的另一等价形式

$$q_w = \lambda \phi_m (S_{wm} - S_{wmo}) - R \lambda S_{wf} \quad (3.13)$$

最后, 把(3.5)代入上式, 并虚拟经过点 (x_e, z_0, t_0) 的特征线推过 $x=x_e$, 可得沿着经过点 $(x_0, z_0, 0)$ 或点 (x_e, z_0, t_0) 的特征线有

$$S_{wm}(t) = S_{wmi}(x_0, z_0, t_0) + S_{wf}(x_0, z_0, t_0) \cdot \frac{\phi_f R}{\phi_m} \frac{\exp\left[-\frac{(\phi_f + R)\lambda}{\phi_f} \cdot t_0\right] - \exp\left[-\frac{(\phi_f + R)\lambda}{\phi_f} \cdot t\right]}{\phi_f + R \exp\left[-\frac{(\phi_f + R)\lambda}{\phi_f} \cdot t_0\right]} \quad (3.14)$$

而特征线表达式已由(3.10)和(3.8)给出。

四、算 例

应用上面得到的结果, 对于图1的水平井模型, 取油层厚度 $h=40\text{m}$, 水平井水平段长度 $L=500\text{m}$, 水平井流量 $Q=100\text{m}^3/\text{d}$, $x_e=100\text{m}$, 裂缝系统孔隙度 $\phi_f=0.01$, 初始含水

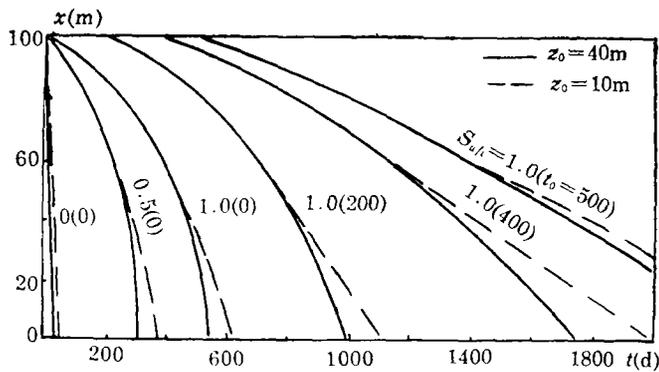


图2 沿不同流线的特征线

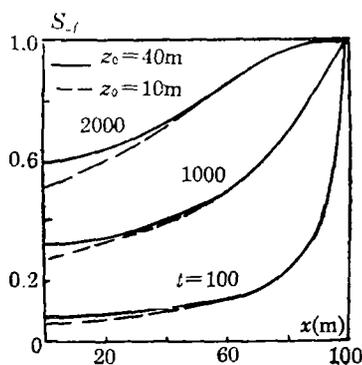


图3 裂缝系统中的饱和度发展

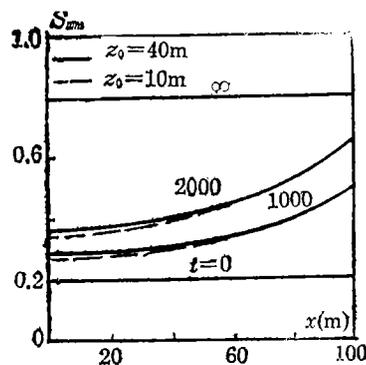


图4 岩块系统中的饱和度发展

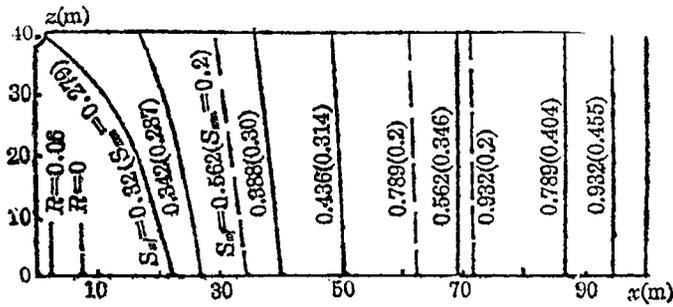


图5 $t=1000$ 天时的饱和度分布

饱和度 $S_{w,0}(x,z)=0$ ，岩块系统孔隙度 $\phi_m=0.1$ ，束缚水饱和度 $S_{wmo}(x,z)=0.2$ ， $\mu=0.1$ ， $R=0.06$ ，吸渗半衰期 $\tau^*=1000d$ ，吸渗常数 $\lambda=\ln 2/\tau^*=6.9315 \times 10^{-4}(1/d)$ ，进行了计算示例。部分结果绘于图2至图5中。

五、结 论

1. 本文建立了双重孔隙介质中水平井两相流体垂直二维渗流的数学模型，并用特征线方法进行了精确求解，给出了裂缝系统和岩块系统中的饱和度分布以及水平井见水时间公式，从而为边部注水开发裂缝性油藏提供了必要的理论基础和工程计算方法。

2. 沿每一条流线水平井两相二维渗流的基本特征与直井两相一维渗流的基本特征是类似的，但沿不同流线的饱和度发展在数值上却有差异，而且越靠近水平井，差异就越显著。裂缝系统和岩块系统中的等饱和度线将随时间不断向水平井推进，在远离水平井处呈平行推进，到达水平井附近时呈尖形突进。

3. 水平井见水时间与油层厚度的平方成正比，与水平井水平段长度成正比，与水平井流量成反比。

4. 双重孔隙介质中直井两相一维渗流和一般多孔介质中水平井两相二维渗流是本文的两个特例。采用本文的分析和计算方法，不难对前者进行精确求解，对后者进行全面研究。因此，可把本工作看作是文献[2]和[3]结果的推广和完善。

参 考 文 献

[1] S. E. Buckley and M. C. Leverett, Mechanism of fluid displacement in sands, *Trans. AIME*, (146) (1942), 107—116.
 [2] 陈钟祥、刘慧群，双重孔隙介质中二相驱替理论，*力学学报*，(2) (1980)，109—119。
 [3] 刘慧群，水平井两相渗流，*力学与实践*，(2) (1993)，23—24。

Two-Phase Flow for a Horizontal Well Penetrating a Naturally Fractured Reservoir with Edge Water Injection

Guo Dali

*(Southwest-China Petroleum Institute, Nanchong,
Sichuan 637001, P. R. China)*

Liu Ciqun

*(Institute of Porous Flow and Fluid Mechanics, Langfang,
Hebei 102801, P. R. China)*

Abstract

This paper examines the two-phase flow for a horizontal well penetrating a naturally fractured reservoir with edge water injection by means of a fixed streamline model. The mathematical model of the vertical two-dimensional flow of oil-water for a horizontal well in a medium with double-porosity is established, and whose accurate solutions are obtained by using the characteristic method. The saturation distributions in the fractured system and the matrix system as well as the formula of the time of water free production are presented. All these results provide a theoretical basis and a computing method for oil displacement by edge water from naturally fractured reservoirs.

Key words horizontal well, two-phase flow, medium with double-porosity, edge water injection, characteristic method