应用数学和力学，第16卷 第3期（1995年3月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

泛系预测观与流体暴转*

欧阳首承

（成都气象学院，成都 610041）

（吴学谋推荐，1994年1月2日收到）

摘 要

本文试用泛系观探讨流体在旋转与辐合运动中的暴转（blow-uP）与暴转后的特征。发现运动流体具有逆向转化性，逆时针旋转可暴转为顺时针旋转，反之亦然；辐合可暴转为辐散，但辐散会连续地消亡。预测应正视这种机理，天气预测不能只作为传统的Cauchy问题，传统的预报模式有待置疑。

关键词 泛系 预测 暴转 奇异性 断裂

一、引言·泛系预测观

泛系理论是侧重广义的系统、广义的关系或它们的种种复合而融哲理、数理、技理于一体的多层网络型跨学科的研究。从泛系观来看[1]，万事万物，百科千题，自成泛系，又互成泛系，自成泛系五互(互联互转互导互生互克)，又互成泛系五互，自成泛系泛导(广义微积、广义变变关系或其运转)，自成泛导泛系，又互成泛系泛导或泛导泛系。所有预测均是预测未来事物的泛系（泛系五互，泛系泛导、泛导泛系），而且是在泛系相对论的模式中进行的：

广义主体，广义环境，广义中介⟶广义观测：未来的广义客体或其某种泛系缩影。

已知事物⟶已知与待知事物的某种共性泛系，不变泛系或泛对称——对待知事物某些本质信息的泛系显生⟶预测。

具体分析中往往通过多次模型的缩扩、扬弃、转化来找到泛对称中介而实现预测，但要特别注意避免模拟佯谬，并参照诸如下列泛系理法：**泛系结合法**（宏观微观再宏观、整体局部再整体、定性定量再定性、实践认识再实践、认识实践再认识、原型模型再原型，等等）；**二十字原则**（宏微局整远近纵横兼顾，多元综合协同优化发展）；**泛系八悟法**（按二十字原则显生广义的表里、变变、机理、集散、观控、生克、供求、充要因缘或或它们的某种复合）；**泛导法**（原型⟶泛系建模、泛导、泛对称⟶泛系转化、泛系显生⟶对原型显生）。

---

*15年来，郑光理（成都气象学院）、胡滕章（渝州大学）、徐蜀进（成都气象学院）、吴勇（四川涪陵地区国土局）、肖天贵、李超、袁东升、王增武、朱克云、巩远发（成都气象学院）、仇理(四川省气象局)、彭贵康（四川雅安气象局）和成都气象学院历届20余名学生先后参加本文观点的实践、应用和衍生性工作。

关键是要扬留原型针对性、关键性、本质性的八悟信息或泛系信息．预测分析过程可概括为：

原型⟶物理模型⟶契理模型⟶算法模型⟶程序⟶机器的截断、舍入与特定的执行．

一般而言，是层层有缩扩、扬弃、模拟，但并不有某种八悟绝对的传递性．若物理、数学模型基本反映原型本质，但算法模型的进一步扬弃则可能只保留了相对局部的，各分系统、子过程、片段连续过程或低阶泛导连续过程的信息本质，而在宏观上、整体上、关键的某阶泛导的不连续性及其转化上，以及某些其它参变量的泛导上失落了本质，则算法模型及其机器实现或模拟而用于理论与预测就应大打问号[2]．

从泛系结合法与泛系预测观及结合我们15年来大量实践和部分应用来看，除第一线工作者外，学术界无意中忽视了运动流体中的一个重要进程：

原型⟶物理、数理模型⟶算法模型、时间积分遇到空间导数奇异性⟶传统的积分格式失效⟶Richardson'积分失败'；但为了应用又利用各种假定⟶连续意义的消长平衡⟶守恒格式⟶计算不稳定⟶平滑等技术措施⟶限制奇异性暴转⟶预测结果是初始场的延续⟶不能预测新生系统或系统的突变⟶灾害天气的预测失误；

理论研究中：原型⟶物理、数理模型⟶（有意无意的连续性局部近似，忽视演化整体性性突变和逆向暴转奇异性的八悟本质扬留）⟶变量代换、坐标变换（如地形坐标的引入，将边界不连续性转为方程的非线项）、空间转换、谱截断、级数展开、渐近展开⟶算法模型⟶各种新概念、新问题⟶其解决与否均与原型本质无必然的联系．

A. Dauglas (1952) 证明Navior-Stockes方程型的简化方程Cauchy问题的局部存在定理时[5]，已发现只有得到未知函数及其空间导数对时间一致的先验上界估计时，其连续解的存在域方能延拓到随时间趋于无穷．遗憾的是，未引起相应的重视．

为此，我们结合实践针对原方程空间导数在时间演化上的奇异性特征及其转变所隐含的物理意义进行了直接的讨论．结果发现：流体演化中有个逆向暴转过程，例如逆时针旋转可暴转为顺时针旋转，反之亦然；辐合会暴转为辐散，但辐散则随时间连续地消亡．从而描述了运动生生不息的整体性演化特征．

这样，对于运动流体的预测，如只作为数学上的初值问题，还没有体现原方程（数理模型）所描述问题的实质，至少还差一个时间上的转变条件．作为转变条件，除了流体本身之外，还涉及外界条件转变的预测．于是运动流体预测（包括天气的预测）应当是牵动整个自然界预测的问题．

纵观运动流体的Euler语制方程的空间导数，可分为两种形式，一为描述辐合（散）的散度，如$u_x=\dfrac{\partial u}{\partial x}$，$v_y=\dfrac{\partial v}{\partial y}$等的'对应'微商；另一为描述旋转的交叉微商，如$u_y=\dfrac{\partial u}{\partial y}$，$v_x=\dfrac{\partial v}{\partial x}$等．考虑到大规模运动（例如，大气、海洋）主要为旋转运动，为此，我们先讨论旋转运动的特征，之后给出辐合运动的暴转形式．

二、旋转运动的暴转与暴转后的旋转

旋转流体的初值问题，可描述为

$$\begin{cases}(\Delta\psi)_t=J(\Delta\psi,\psi) & (2.1a)\\ (\Delta\psi)|_{t=0}=\Delta\psi_0 & (2.1b)\end{cases}$$

式中 $\psi(t,x,y)$ 为流函数，$u=-\dfrac{\partial\psi}{\partial y}=-\psi_y$，$v=\dfrac{\partial\psi}{\partial x}=\psi_x$，分别为流函数决定的风速分量；$J(\quad)$为 Jacobi 算符；$\Delta\psi=\nabla^2\psi=\zeta$ 为垂直方向上的涡度。(2.1)是二维旋转流体的 Cauchy 问题。

考虑到原方程(N-S方程)是源于连续介质流体力学，所以可假定$\psi_0(x, y)$在$-\infty<x, y<\infty$上连续可微，且

$$|\psi_0(x, y)|\leqslant k, \ k=\text{const} \tag{2.2}$$

再假定$\psi(t, x, y)$对$t\in[0, T]$，$x,y\in[0,L]$一致连续，并取

$$\left.\begin{aligned}&x\text{或}y=0, \ \Delta\psi(t,0,y)=\Delta\psi(t,x,0)=1\\ &x\text{或}y=L, \ \Delta\psi(t,x,L)=\Delta\psi(t,L,y)=\Delta\psi_L\end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

不失运动的一般性，或显化随时间演化的暴转问题，取

$$\psi(t,x,y)=A(t)\Psi(x,y), \ \psi_0(0,x,y)=A(0)\Psi(x,y) \tag{2.4}$$

$A(t)$对$t\in[0,T]$为正值。(2.4)代入(2.1a)，经演算有

$$\Delta\Psi\frac{dA}{dt}=A^2[\Psi_y(\Delta\Psi)_x-\Psi_x(\Delta\Psi)_y] \tag{2.5}$$

式中下标为偏导数记号。(2.5)中[ ]内两项实质相同，故讨论第一项即可，并为书写方便，取$\dfrac{dA}{dt}=\dot{A}$，则

$$\Delta\Psi\dot{A}=A^2\Psi_y(\Delta\Psi)_x \tag{2.6}$$

取[3]

$$\begin{cases}\dfrac{\dot{A}}{A^2}=-\lambda & (2.7a)\\ (\Delta\Psi)_x+\dfrac{\lambda}{\Psi_y}\Delta\Psi=0 & (2.7b)\end{cases}$$

其中 λ是常数，于是由(2.7a)可求得

$$A=\frac{A_0}{1+\lambda A_0 t} \tag{2.8}$$

(2.8)当$t=t_c$，即

$$1+\lambda A_0 t_c=0 \tag{2.9}$$

时发生暴转，故

$$\lambda=-1/A_0 t_c \tag{2.10}$$

若以$\Delta\Psi$乘(2.8)式，则有

$$\Delta\psi=A(t)\Delta\Psi(x, y)=\frac{A_0\Delta\Psi}{1+\lambda A_0 t}=\frac{\Delta\Psi_0}{1-t/t_c} \tag{2.11}$$

由(2.11)可知，若 $\Delta\psi_0>0$，初值为逆时针旋转，随时间演化可因$t\gtreqless t_c$而不同，即

$t<t_c$，运动为逆时针旋转的延续；

$t=t_c$，运动发生暴转；

$t>t_c$，运动逆向暴转为顺时针旋转，即由初始的 $\Delta\psi>0$，暴转为 $\Delta\psi<0$。

若$\Delta\psi_0<0$，初始值为顺时针旋转时，当$t>t_c$，则顺时针旋转为逆时针旋转。

显然，若限制暴转，则导致的一个重要问题是限制了正、反旋转的相互转变或辐合逆向转变为辐散，而不能揭示运动的总体演化特征。正如目前计算流体力学中经常使用的守恒格式，理论分析中运用的正交展开，渐近展开中消除Seculer term等作法，实质上是弃化了原方程Cauchy问题随时间演化的奇异性及其逆向暴转的特征。

如按[4]的平流定性分析，可假定流函数的空间量是连续有界的，即 $|\Psi_y|=|U(x,\ y)|\leqslant|c_1|$，$|\Psi_x|=|V(x,y)|\leqslant|c_2|$，$\forall x,y\in(-\infty,\infty)$，但不等于$\psi_y=-u(t,x,y)$，$\psi_x=v(t,x,y)$是连续有界。于是，若$(\Delta\Psi)_x$与$\Psi_y$同号或(2.5)中的第二项$(\Delta\Psi)_y$与$\Psi_x$异号（注意(2.5)的第二项为负)，则由(2.7b)有

$$(\Delta\Psi)_x+\frac{\lambda}{|c_1|}\Delta\Psi=0,\quad(\Delta\Psi)_y+\frac{\lambda}{|c_2|}\Delta\Psi=0 \tag{2.12a}$$

若$(\Delta\Psi)_x$与Ψ_y异号或$(\Delta\Psi)_y$与Ψ_x同号，有

$$(\Delta\Psi)_x-\frac{\lambda}{|c_1|}\Delta\Psi=0,\quad(\Delta\Psi)_y-\frac{\lambda}{|c_2|}\Delta\Psi=0 \tag{2.12b}$$

于是(2.12a、b)为空间函数的线性微分方程，由边值条件，有

$$\lambda=\mp\frac{|c_i|}{L}\ln\Delta\Psi_L \tag{2.13}$$

上式'－'，'＋'分别对应于(2.12a)，(2.12b)。综合定性分析(2.5)，

1\. 若Ψ_y(或c_1)>0，$(\Delta\Psi)_x>0$；Ψ_y(或c_1)<0，$(\Delta\Psi)_x<0$；

Ψ_x(或c_2)>0，$(\Delta\Psi)_y<0$；Ψ_x(或c_2)<0，$(\Delta\Psi)_y>0$

则有

$$\Delta\psi(t,x,y)=\frac{\Delta\psi_0(0,x,y)}{1-\left(\frac{|c_i|}{L}\ln\Delta\Psi_L\right)A_0t}\qquad(i=1,2) \tag{2.14a}$$

2\. 若Ψ_y(或c_1)<0，$(\Delta\Psi)_x>0$；Ψ_y(或c_1)>0，$(\Delta\Psi)_x<0$；

Ψ_x(或c_2)<0，$(\Delta\Psi)_y<0$；Ψ_x(或c_2)>0，$(\Delta\Psi)_y>0$

则有

$$\Delta\psi(t,x,y)=\frac{\Delta\psi_0(0,x,y)}{1+\left(\frac{|c_i|}{L}\ln\Delta\Psi_L\right)A_0t}\qquad(i=1,2) \tag{2.14b}$$

(2.14a) 所描述的逆向暴转，正好出现在涡旋移动方向上，逆时针旋转的前部与顺时针旋转的后部，这与天气图上的云、雨发生的槽前、脊后 过 渡带是吻合的（图1的虚线部分），即降雨出现在运动大气的'断裂'带上；(2.14b) 的随时间连续地减弱，表明晴好天气出现在槽后、脊前的连续带上（图2的斜实线部分）。图1～2中圆形为正涡旋，以逆时针箭头表示，椭圆形为负涡旋，以顺时针箭 头 表 示。$u=-\psi_y>0$为西风，$v=\psi_x>0$为南风，均表示涡旋的移动方向；对于东风、北风而言，相应图形相反（图略）。图中虚线内为运动流体的不连续'断裂'带，而实线阴影部位为连续带。

上述平流定性分析表明，不仅与实际运动大气是吻合的，也 与 天气学原理[4]："沿气流方向相对涡度平流减小（槽前、脊后），即有正的涡度平流，导致局地涡度增加；反之，沿气流方向相对涡度平流增加（槽后、脊前），即有负的涡度平流，导致 局 地涡度减小"的结论是一致的。只是我们这里进一步显化了槽前、脊后的局地涡 度 加强可随时间演化为暴转的

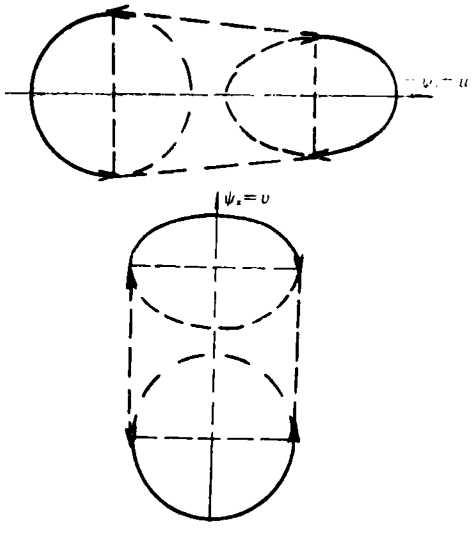

图1 (2.14a)的不连续区域
(虚线内)

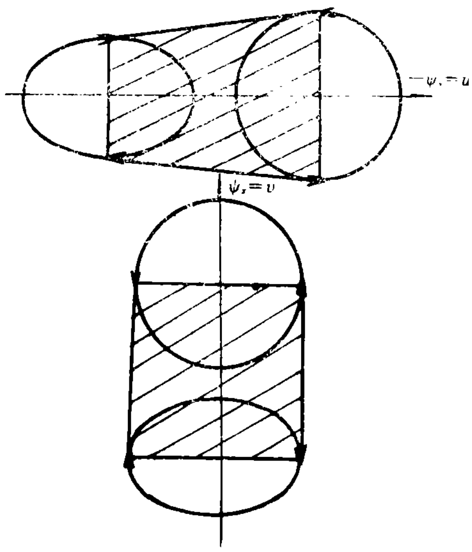

图2 (2.14b)连续区域
(实线阴影内)

不连续特征和槽后、脊前的局地涡度减小的随时间演化是连续性的.其中重要的问题是由于不连续的逆向暴转，构成了流体演化的"相对稳定、渐变、不稳定、突变并通过逆向暴转又变为相对稳定、渐变……"的生生不息的整体性演化特征.这表明，'运动大气是不稳定过程'应当是个局部性概念，而且也将运动流体中突变含义具体化，尤其是与'穷则变，变则通，通则久'[7]的思想是一致的.

另外，由(2.11)或(2.14)可以看到，运动形式的暴转是随时间演化出现的.为此，欲使计算稳定必须在时间积分中保持未知函数适宜的光滑性，只限于空间上的平滑（守恒格式实质上也是空间平滑）虽有一定作用，但不能从根本上保证其计算稳定性，而且其计算结果基本上是初始场的延续.这也是目前一些模式不能描述新生系统或系统发生突然性转变的原因.若不考虑运动的不连续暴转，只是出于稳定性而人为地限制其时间上的光滑性，显然是违背原方程定解问题的物理意义的.

三、辐合运动的暴转与辐散运动的消亡

此问题在数学上为含有形如$u_x=\dfrac{\partial u}{\partial x}$，$v_y=\dfrac{\partial v}{\partial y}$等'对应'微商形式的空间导数型的拟线性微分方程.其简化形式的一维拟线性方程的定解问题，已由文[5,6]利用特征线方法求得明确结果，只是没有结合物理问题给予进一步地讨论，因而也没有涉及逆向暴转，而限于其整体性光滑解存在性条件的数学上的研究.

作为熟知的含辐合（散）作用的一维典型拟线性方程的初值问题，可写为

$$\begin{cases} u_t+uu_x=0 & (3.1a)\\ t=0,\ u(0,\ x)=u_0(x) & (3.1b)\end{cases}$$

利用特征形式[5,6]，可求得

$$u_x=\frac{u_0'(x)}{1+u_0'(x)t} \tag{3.2}$$

式中 $u_0'(x)=\dfrac{\partial u_0(x)}{\partial x}$.

若取变系数行波解，即令

$$u(t,\ x)=F(\xi)=F(x-ut) \tag{3.3}$$

也可以得到类似形式.如取

$$f\equiv u-F(x-ut)=0 \tag{3.4}$$

(3.4)式对t求导，有

$$u_t-F'\cdot(-u-u_t\cdot t)=0$$

即

$$u_t=-\frac{F'\cdot u}{1+F't} \tag{3.5}$$

(3.4)式对x求导，有

$$u_x-F'\cdot(1-u_xt)=0$$

即

$$u_x=\frac{F'}{1+F't} \tag{3.6}$$

或

$$uu_x=\frac{F'\cdot u}{1+F't} \tag{3.7}$$

(3.5)，(3.6)或(3.7)形式与(3.2)一致，均表示含辐合运动的拟线性方程定解问题，已不是数学上适定的初值问题，而是含有随时间演化为暴转的非适定问题.

此外，作者在见到[5, 6]及上述处理结果之前，曾冒险尝试了类似于(2.4)的分解方式求解，即取

$$u(t,\ x)=A(t)U(x),\ u_0(0,\ x)=A_0U(x) \tag{3.8}$$

其中 $U(x)$只是空间的函数，并假定对$\forall x\in(-\infty,\ \infty)$连续有界.(3.8)代入(3.1a)，有

$$\begin{cases}\dfrac{\dot{A}}{A^2}=-\lambda & (3.9\text{a})\\ U_x(x)=\lambda & (3.9\text{b})\end{cases}$$

由(3.9a)，有

$$A=\frac{A_0}{1+\lambda A_0t} \tag{3.10}$$

(3.10)与(2.8)式一致.上式乘U_x，由(3.9b)，有

$$u_x=AU_x=\frac{u_0'(x)}{1+u_0'(x)t} \tag{3.11}$$

(3.11)与(3.2)一致.

应当说明的是，利用分解方法求得的结果显示了分解出来的函数仅为空间变量的函数（例如，$U(x)$，或$U(x,\ y)$，$V(x,\ y)$）应是连续有界的，不连续的只是含时间变量的函数，而利用特征线方法，不连续也只是体现在时间上.这里暂且不谈这些方法对非线性作用的显化能力，仅就时间上的逆向暴转而言，是与流体在时间演化中突然由一种形式转变为另一种形式的实际情况是吻合的，也与数值模拟的计算不稳定是一致的[9].

由(3.2)（或(3.11)）知，若$u_{0x}(x)<0$（辐合），且当$t=t_c=1/|u_0'(x)|$时，发生暴转；

$t>t_c$时，由于$(1-|u_0'|t)<0$则初始场的辐合逆向暴转为辐散，即$u_x>0$。

若$u_0'(x)>0$（辐散）时，则由(3.2)或(3.11)知，u_x将随t的增加而连续地趋于零。

辐合（散）与旋转不同的是辐散为不可逆的.显然，上述结果也适于y方向.考虑到(3.2)的结果是Dauglas于1952年给出的，为此，作者将其称为Dauglas暴转。

(2.11)，(3.2)显化了流体演化中的不连续逆向暴转，说明了只以连续性分析或处理流体的有关问题，较重要的是疏漏了运动流体的转变。

实际运动中纯旋转和纯辐合是一种极端情况，一般是辐合与正旋转、辐散与反旋转相伴随，且辐散不存在逆向暴转.所以，正旋转、辐合运动与反旋转、辐散运动是不对称的。

四、结论与说明

转变是预测的核心，不把握转变不能视为真正的预测.这不仅符合上述结论，而且作为逆向暴转问题，也被作者等15年来的实践和应用所证实[9,10,11].若将流体演化的预测只作为传统数学的Cauchy问题，则只是个局部问题，疏漏了流体的整体演化特征，将导致预测中转变问题的失误；

由于流体演化中存在不连续的逆向暴转，所以流体演化的预测属于不定体系[8,11]，但这里的不定不是方程的不定，而是时间条件上的不定问题.这也是目前应用中及时引入四维更新或气候飘移等技术措施[10]，不断更正仅由初始场预测结果的原因。

作为转变条件，是预测分析中扬留的关键，除了运动流体本身之外，还涉及外界条件（例如，太阳、陆地和海洋等）变化的预测，而为运动流体在时间演化中，提供时间上的转变方向或倾向.所以，流体演化的预测在某种程度上是与整个自然界预测是不可分的。

泛系值得一读，当探索陷入迷途时，可清理思维方向.遗憾的是作者见到泛系论著已是泛系创立十几年后了，但也受益匪浅。

参考文献

[1] 吴学谋，泛系控制论·泛系医学·泛系气功学，泛系学刊，3—4（1993）.

[2] 吴学谋，《泛系哲学与应用：熵与序，信系与系统，熵的一场大辩论》，四川科技出版社（1993）.

[3] 欧阳首承，《应用数学方法》，气象出版社（1984），441—443.

[4] 朱乾根等，《天气学原理和方法》，气象出版社（1981），87—88.

[5] Dauglas, A., Some existence theorems for hyperbolic systems of partial differential equations in two independent varia les, *Comm. Pure Appl. Math.*, 2(1952), 119—154.

[6] 王柔怀等，二自变量准线性双曲型方程组的若干定解问题的存在与唯一性，吉林大学学报，2，(1963)，459—502.

[7] 雾灵叟，《易经探微》，气象出版社（1989），125，194—198.

[8] 翁文波，《预测论基础》，石油工业出版社（1984），28—29.

[9] 欧阳首承等，拟线性平流型方程稳定性数值试验，计算机应用，4(1)（1992），1—9.

[10] 欧阳首承等，《形势数值天气预报及其应用》，气象出版社（1993），35—38，223—225，248—249.

[11] 欧阳首承等，《运动流体的'断裂'与天气预测的若干问题》，成都科技大学出版社（1994）.

The Pansystems View of Prediction and Blow-Up of Fluid

Ouyang Shou-cheng

(*Chengdu Meteorological Institute, Chengdu* 610041)

Abstract

From the pansystems view of prediction, the paper investigates the blow-up and post-blow-up of fluid in rotation and convergence. The results show that the motion includes certain characteristics of reverse transformation, the counter clockwise rotatino can be developed into clockwise, vice versa, and the convergence can be changed into divergence and post blow-up, but the divergence will die out continuously. The real forecasting must look this mechanism in the face. Gencally speaking, the forecasting of evolution for fluid can't be considered only as a traditional Cauchy problem. The traditional forecast models should be rediscussed questioningly.

Key words pansystems, prediction, blow up, singularity, break off