

用大涡模拟检验湍流模型*

苏铭德 弗里德里克

(清华大学) (慕尼黑工业大学, 德国)

(钱伟长推荐, 1993年3月5日收到)

摘 要

用大涡模拟方法对直方管内充分发展湍流运动的数值模拟, 所建立的数据库可以用来检验湍流模型。本文中数据库被用来检验Demuren和Rodi文中所讨论的代数模型, 并进行了讨论。

关键词 湍流 大涡模拟 湍流模型

一、引 言

作者在过去的论文中(1990, 1992)采用大涡模拟的方法对直方管内充分发展湍流进行了数值模拟。数值结果与实验数据的比较说明大涡模拟方法是研究湍流运动行之有效的工具。

如所周知, 在直方管内充分发展湍流运动也为大量数值计算所预测, 一般采用统计的湍流模型, 这些模型是根据实验数据和表象学来得到的, 它们包含一些经验常数, 一些无法测量的量, 如脉动压力和速度间的相关等则用一些模式理论的公式计算得到, 其中包括一些经验常数, 而有些公式本身就是根据表象学推想出来的。所以湍流模式的正确性应当由实验数据或更高一级的数值模拟方法(LES或DNS)来加以检验, 应当指出LES方法本身也包含一定数量的经验常数, 但由于计算机容量和速度的限制, 直接数值模拟(DNS)方法无法广泛使用, 故LES方法仍是数值模拟的重要方法。

在本文, Demuren和Rodi的湍流模式(1984)被检验。

二、湍流模式的介绍和结果的比较

在Demuren和Rodi(1984)论文中Launder, Reece和Rodi的模型被采用。在该论文中假定湍流动能的生成 P 和耗散 ϵ 是平均的。据此假定, 下面的简化公式可得:

$$(1-\alpha)\left(-\overline{u_i u_i} \frac{\partial V_j}{\partial x_i} - \overline{u_j u_i} \frac{\partial V_i}{\partial x_i}\right) + \beta\left(-\overline{u_i u_i} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} - \overline{u_j u_i} \frac{\partial V_i}{\partial x_i}\right) - \gamma k \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_i}\right) - \frac{\epsilon}{k} \left[c_1 \overline{u_i u_i} \overline{u_j} + \frac{2}{3} (1-\alpha-\beta-c_1) \delta_{ij} k \right] = 0 \quad (2.1)$$

* 德国研究基金会(DFG)资助。

这里采用了爱因斯坦求和约定, $u_i (i=1, 2, 3)$ 为速度的三个分量 (即 u, v, w)。($\bar{\quad}$), ∇_i 或 U, V, W 表示时均值, $\bar{u} = u - \bar{u}$, ε 为湍流耗散, k 为湍流动能。上述方程对于方括号内的雷诺应力分量求解, 可得

$$\bar{u}_1^2 = \frac{2k}{c_1\varepsilon} \left[\frac{\varepsilon}{3} (\alpha + \beta + c_1 - 1) - (1 - \alpha) \left(-\bar{u}_1 \bar{u}_3 \frac{\partial V_1}{\partial x_3} - \bar{u}_1 \bar{u}_2 \frac{\partial V_1}{\partial x_2} \right) \right] \quad (2.2)$$

$$\bar{u}_2^2 = \frac{2k}{c_1\varepsilon} \left[\frac{\varepsilon}{3} (\alpha + \beta + c_1 - 1) + \beta \bar{u}_1 \bar{u}_2 \frac{\partial V_1}{\partial x_2} - \bar{u}_2 \bar{u}_3 \left\{ (1 - \alpha) \frac{\partial V_2}{\partial x_3} - \beta \frac{\partial V_3}{\partial x_2} \right\} - \gamma k \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right] \\ 1 + \frac{2k}{c_1\varepsilon} (1 - \alpha - \beta) \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \quad (2.3)$$

$$\bar{u}_3^2 = \frac{2k}{c_1\varepsilon} \left[\frac{\varepsilon}{3} (\alpha + \beta + c_1 - 1) + \beta \bar{u}_1 \bar{u}_3 \frac{\partial V_1}{\partial x_3} - \bar{u}_2 \bar{u}_3 \left\{ (1 - \alpha) \frac{\partial V_3}{\partial x_2} - \beta \frac{\partial V_2}{\partial x_3} \right\} - \gamma k \frac{\partial V_3}{\partial x_3} \right] \\ 1 + \frac{2k}{c_1\varepsilon} (1 - \alpha - \beta) \frac{\partial V_3}{\partial x_3} \quad (2.4)$$

$$\bar{u}_2 \bar{u}_3 = \frac{k}{c_1\varepsilon} \left[\beta \left(\bar{u}_1 \bar{u}_3 \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \bar{u}_1 \bar{u}_2 \frac{\partial V_1}{\partial x_3} \right) - \left\{ (1 - \alpha) \bar{u}_2^2 - \beta \bar{u}_3^2 + \gamma k \right\} \frac{\partial V_3}{\partial x_2} \right] \\ - \left\{ (1 - \alpha) \bar{u}_3^2 - \beta \bar{u}_2^2 + \gamma k \right\} \frac{\partial V_2}{\partial x_3} \quad (2.5)$$

$$\bar{u}_1 \bar{u}_2 = \frac{k}{c_1\varepsilon} \left[\beta \bar{u}_1 \bar{u}_3 \frac{\partial V_3}{\partial x_2} - \left\{ (1 - \alpha) \bar{u}_1^2 - \beta \bar{u}_3^2 + \gamma k \right\} \frac{\partial V_1}{\partial x_2} \right] \\ - (1 - \alpha) \left(\bar{u}_2 \bar{u}_3 \frac{\partial V_1}{\partial x_3} + \bar{u}_1 \bar{u}_3 \frac{\partial V_2}{\partial x_3} \right) \Big/ \left[1 + \frac{k}{c_1\varepsilon} (1 - \alpha - \beta) \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right] \quad (2.6)$$

$$\bar{u}_1 \bar{u}_3 = \frac{k}{c_1\varepsilon} \left[\beta \bar{u}_1 \bar{u}_2 \frac{\partial V_2}{\partial x_3} - \left\{ (1 - \alpha) \bar{u}_3^2 - \beta \bar{u}_1^2 + \gamma k \right\} \frac{\partial V_1}{\partial x_3} \right] \\ - (1 - \alpha) \left(\bar{u}_2 \bar{u}_3 \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \bar{u}_1 \bar{u}_2 \frac{\partial V_3}{\partial x_2} \right) \Big/ \left[1 + \frac{k}{c_1\varepsilon} (1 - \alpha - \beta) \frac{\partial V_3}{\partial x_3} \right] \quad (2.7)$$

其中常数取如下值:

$$\alpha = 0.7636 - 0.06f \quad \gamma = 0.182 \quad \beta = 0.1091 + 0.06f \quad c_1 = 1.5 - 0.50f$$

f 为一无量纲化壁面距离函数。Demuren 和 Rodi 利用二种不同的壁面阻尼函数: 线性的和二次方的关系。

线性关系:

$$f = \frac{L}{\langle y \rangle} \quad \text{其中} \quad \frac{1}{\langle y \rangle} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{s} \quad (2.8)$$

二次方关系:

$$f = \frac{L^2}{\langle y^2 \rangle} \quad \text{其中} \quad \frac{1}{\langle y^2 \rangle} = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{s^2} \quad (2.9)$$

而长度 L 定义如下

$$L = \frac{c_\mu^{3/4}}{\kappa} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (2.10)$$

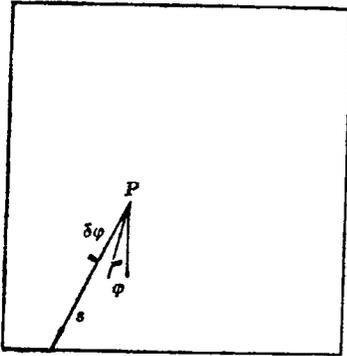
这里系数 $c_\mu^{3/4}/\kappa$ 是常数, 应如此选取, 使 f 在近壁处取接近 1 的值。s 是所计算点与壁面的距离

(见图)

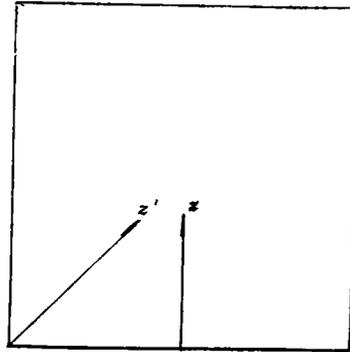
湍流生成项 P 为

$$P = \frac{1}{2} P_{ee} \tag{2.11}$$

$$P_{ij} = \left(\bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \bar{u}_j \bar{u}_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \tag{2.12}$$



P 到表面平均距离记号



角分线方向 z' 与中分线方向 z 的定义

为了检验湍流模型的正确性，首先，时间统计平均值，如速度、压力间的相关以及速度间的三阶相关等要计算出来，而能量耗散 ϵ 则可由下面的方程求出：

$$\begin{aligned} \frac{Dk}{Dt} &\equiv \underbrace{U_1 \frac{\partial k}{\partial x_1}}_{k \text{ 的对流}} \\ &= \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_1} \bar{u}_1 \left(\frac{p}{\rho} + k \right)}_{\text{压力和 } k \text{ 的对流扩散}} - \underbrace{\bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial U_k}{\partial x_1}}_{k \text{ 的生成}} \\ &\quad + \underbrace{\nu \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{u}_k \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right)}_{\text{粘性剪应力功}} - \underbrace{\nu \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_1} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i} \right)}_{k \text{ 的扩散}} \end{aligned} \tag{2.13}$$

该方程左端及右端前三项是可以由数据库的数据直接计算得到，于是湍流动能的耗散就可以计算得到了。图 1 中给出了上述各项沿壁面中垂线及剖面对角线的分布。草图中则给出了壁面中垂线及剖面对角线的位置。

由图 1 可以看出湍流动能的生成项与湍流动能的耗散在流场的大部份区域几乎是相同的。这结果与 Demuren 和 Rodi 所作的关于湍流动能的生成及耗散在充分发展湍流运动中是互为相等的假定。在计算 f 函数时发现从壁面附近到管道中心湍流动能耗散的下降比湍流动能的下降要快，因此不可能 f 在近壁区为 1 而远壁区时为零，因为 $k^{3/2}/\epsilon$ 可趋于零而是变得更大。因此这里在线性关系时最近角点的那个点的 $\langle y \rangle$ 作为参考尺度 L 。在二次方关系中则取最近角域的点的 $\langle y^2 \rangle$ 值作为 L^2 值。也就是说 Demuren 和 Rodi 的 L 计算公式被扬弃。

这样得到的 f 以及用 LES 得到的数据库所求得的时均值、雷诺应力分量等都可以得到，将它们代入方程 (1.6) 右端可以计算得模型得到的雷诺应力六分量。这些结果和实验结果以

及LES所得的结果都在图(2~7)中给出。

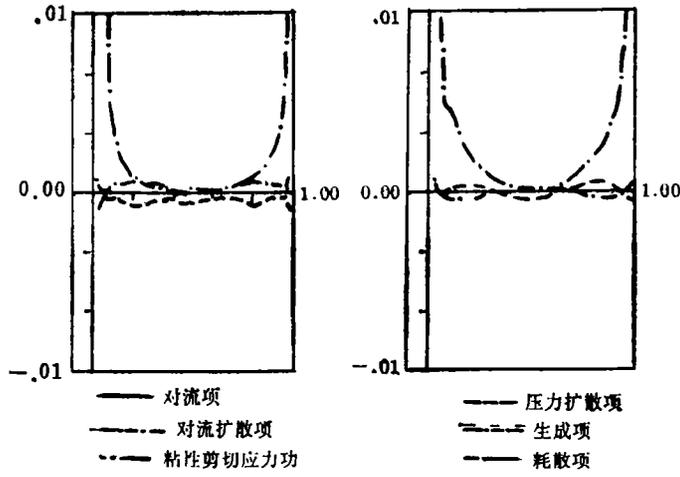


图1 k 方程不同项之间的平衡

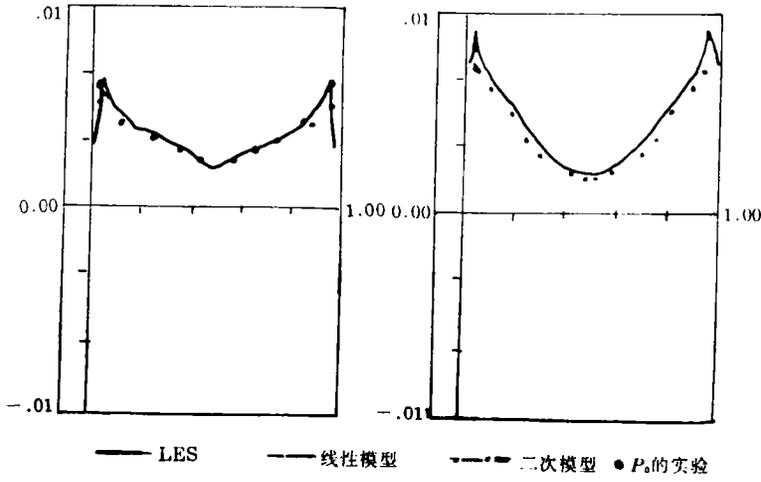


图2 k 的预测/LES/实验值之间的比较

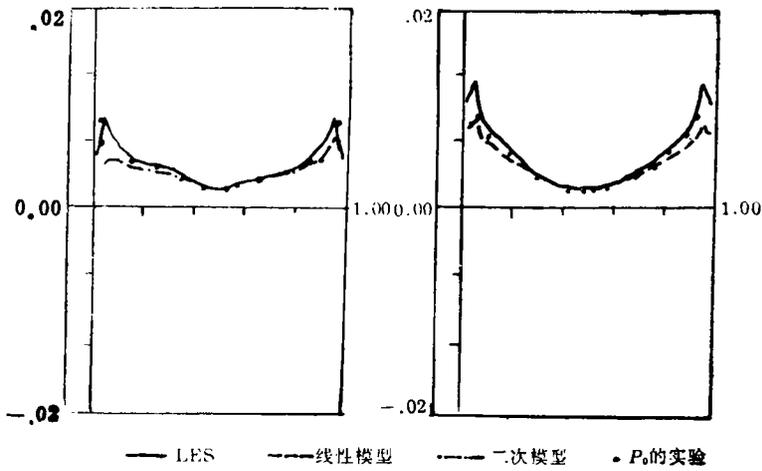


图3 \overline{uu} 的预测/LES/实验值之间的比较

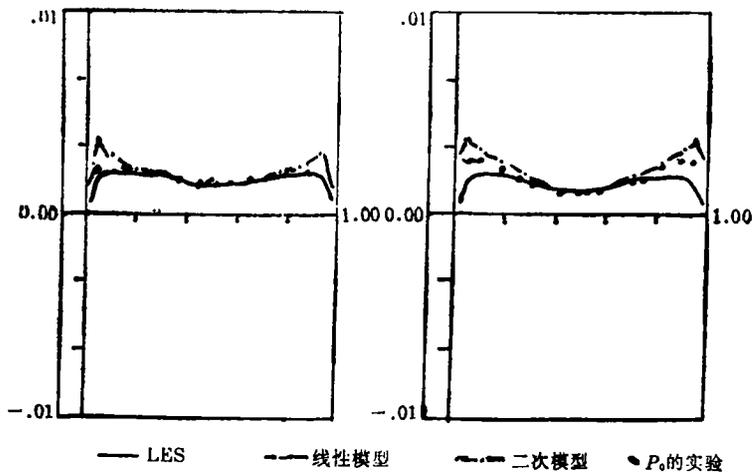


图4 $v'v'$ 的预测/LES/实验值之间的比较

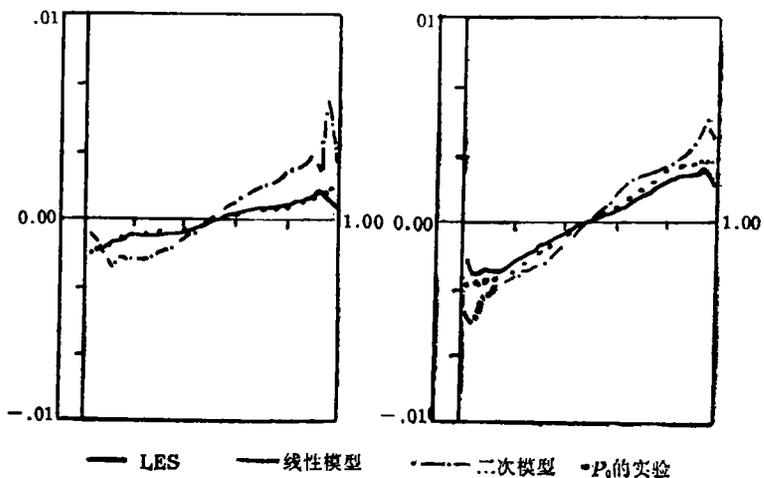


图5 $\overline{u'v'}$ 的预测/LES/实验值之间的比较

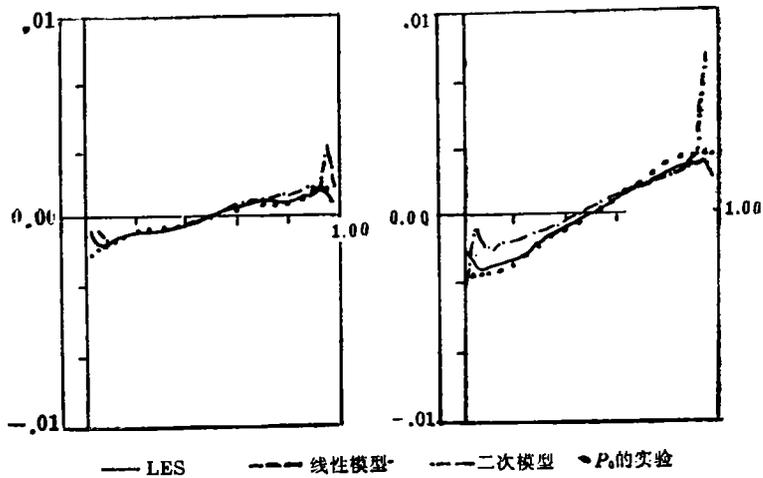


图6 $\overline{u'w'}$ 的预测/LES/实验值之间的比较

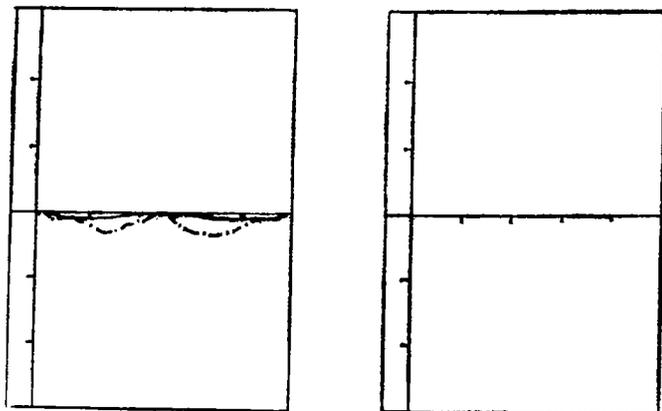


图7 预测和LES的 uv 之间的比较

图2给出了湍流动能的结果，LES和数值预测的结果几乎是一致的，它们与实验结果也相符得甚好。

图3和4则给出湍流动能的分量（ x 和 y 方向）的结果。LES和数值预测结果稍有不同，与实验结果相比较差别也不大，对于 x 方向分量，本文结果更接近实验，而 y 分量则数值预测更接近实验数据， z 方向与 y 方向分量应当是相似的。

图5,6,7则给出了雷诺剪应力分量的结果，可以看到对于 \overline{uv} 和 \overline{uw} ，LES的结果明显比数值预测的结果好得多。 \overline{vw} 没有实验数据可比较，估计是因为它太小而难以测量的原因，计算表明它们几乎为零，特别是LES的结果更加明显。

三、结 论

从上面对Demuren和Rodi数值预测结果的比较可以得到以下结论：

- 局部平衡的假设是合理的，即 $P \sim \varepsilon$ ；
- 湍流动能数值预测和LES的结果相吻且与实验数据吻合很好；
- 雷诺应力分量 \overline{uv} ， \overline{uw} ，在LES结果中与实验数据吻合很好，但数值预测则比较差；
- f 函数中选用线性关系或二次方关系，差别不大；
- f 函数中尺度 L 的选用有一些问题，原因待分析；
- LES的数据库可以用来检验湍流模式。

当然以上检验是初步的，有许多工作需要深入研究。

参 考 文 献

- [1] Launder, B. E. and W. M. Ying, Secondary flows in ducts of square cross-section, *J. of Fluid Mech.*, 54(1972), 289—295.
- [2] Demuren, A. O. and W. Rodi, Calculation of turbulence-driven secondary motion in non-circular ducts, *J. Fluid Mech.*, 140(1984), 189—222.
- [3] Su, M. D. and R. Friedrich, LES of Fully Developed Turbulent Flow in a Straight Duct, The Eighth Symposium on Turbulent Shear Flow, Munich, Sept. (1991).

- [4] Su, M. D. and Friedrich, *Large Eddy Simulation of Fully Developed Turbulent Flows in Straight or Curved Ducts and in a Curved Channel*, Report TUM-FLM-91/46, 10.(1991.)
- [5] Su, M. D., *Test of SGS-model in LES of inner turbulent flow*, International Congress of Fluid Mechanics and Theoretical Physics, Beijing, May 31-June, 3 (1992).
- [6] Su, M. D. and Friedrich, *Turbulent secondary flow in a straight duct*, Proceedings of the GAMM Annual Meeting, Leipzig 1992, to appear in ZAMM (1992).

The Examination of Turbulence Modeling with LES Database

Su Ming-de

(*Qinghua University, Beijing*)

R. Friedrich

(*Lehrstuhl für Fluidsmechanik Technische Universität München, Germany*)

Abstract

In this paper the database obtained from LES is used to examine the algebraic turbulence model in Demuren and Rodi's work. The results show that the prediction of normal Reynolds stresses and turbulence energy by means of means of turbulence modeling is better than that of shear Reynolds stresses. The comparison shows the LES method can be used to examine turbulence modelling.

Key words turbulence, Large Eddy Simulation(LES), turbulence model