

岩土力学的公理化理论体系*

陈 正 汉

(重庆 后勤工程学院, 1994年2月21日收到)

摘 要

本文以混合物理论为基础, 融理性力学、不可逆过程热力学和土力学的精华于一体, 提出了岩土力学的公理化理论体系。该理论体系包括5个基本定律和8个本构原理, 它们在纯力学理论和工程实际的鸿沟之间架起了一道桥梁。

关键词 岩土力学 公理化理论体系 基本定律 本构原理

一、引 言

土与岩石是最常用、最丰富的工程材料。众所周知, 它们都由固体骨架和孔隙流体组成, 其力学性质十分复杂。尽管土力学和岩石力学已分别创立了70年与30余年, 并在近20年来有了长足的发展, 但岩土力学目前仍处于半理论半经验状态, 缺乏适当的理论基础与严谨的理论体系。正如黄文熙先生最近所指出的那样: “岩土工程学远不能说是一门具有严密理论体系的学科。”^[1]

笔者近年来在从事黄土力学^[10-13]、本构理论^[14-18]、多孔介质理论^[19-21]与非饱和土力学^[22-33]的研究中, 把理性力学的观点和方法引入了这些领域, 并逐渐形成了建立岩土力学的公理化理论体系的思想^[18, 23, 25, 29, 32], 从而有可能为岩土力学向理论体系严密化发展探索出一条路径。本文介绍这一探索的结果。

二、理 论 基 础

解决岩土力学的种种问题的关键是建立相应的数学模型。建模要靠科学的方法和理论, 要做很多打基础的工作。就方法而言, 通常有归纳法和演绎法两种, 也称为唯象方法和公理化方法。前者从不同的角度揭示问题的规律, 然后加以综合, 形成整体模型。Terzaghi的饱和土一维固结理论就是综合 Darcy 渗透定律、土的压缩规律及有效应力原理与土的变形连续条件之结果。在此法中, 实验观察和直觉判断起重要作用, 但不一定总是可靠的。“直观上很明显”这几个字不应纳入连续介质力学基本原理或任何一门现代科学的讨论中去^[56]。后

* 蒋咏秋推荐。
国家自然科学基金资助项目

者则是以若干公理、原理或基本假设为依据,进行严密的推理,最终导出问题的数学模型。欧几里德是公理化方法的创始人,爱因斯坦的相对论被认为是应用此法最光辉的范例。剑桥模型^[34]、内时理论^[35]、广义双剪强度理论^[36]都是应用公理化方法成功的例子。应用此法成败的关键在于推理所依据的基本假设(或公理、原理)是否合理^[2,3]。

就理论而言,建模应当有一个适当的理论基础^[4]。我们研究的对象是很复杂的介质,为了正确地把握它,没有理论指南是不行的,很可能不自觉地犯错误^[56]。那么这个适当的理论基础应具备哪些条件呢?至少应有两条。第一,具有包容复杂因素的能力,能够统一处理多组分物质的共同运动及其相互作用。第二,能够回答研究中提出的各种理论问题,如流体在骨架孔隙中的运动如何描述?建立岩土材料的本构关系应依据哪些原理?岩土介质的固结应满足哪些方程?等等。显然,各种关于单一介质的经典力学理论都不能担当此任。看来,我们只能到新兴的边缘学科的百花园里去寻求以至创造这种适当的理论。笔者发现,现代混合物理论基本能满足上述要求。

现代混合物理论是理性力学的一个分支^[5],它用公理化的方法研究多组分复合介质的共同运动与多种理化现象的耦合过程。混合物理论能包容复杂因素,把运动学、动力学、热力学及本构理论融为一体。该理论的基本假定是:视每一组分为一均质连续体,它们占有共同的物理空间。这样,不同组分的若干质点可以占有同一空间点,从而为研究不同组分的相互作用提供了方便,因而混合物理论又被称为相互作用的连续介质力学。

现代混合物理论的概念和思想最初由 Truesdell 于 1960 年提出,后经 Bowen^[6], Passman^[37] 等人的一系列工作,发展得比较成熟,以至有人认为用该理论研究多孔介质的模型已有了“规范化的方法”。但这并不意味着就万事大吉了。以岩土介质而论,通过对国内外众多学者的研究成果的分析与思考,并通过自己的反复探索,笔者深刻体会到,岩土介质有其自身的特点,如多相、多孔、松散等,简单地照搬和套用理性力学的结果是远远不够的,其间有一个纯力学理论与研究对象的具体特点相结合的问题。学习该理论的方法固然重要,但更重要的是掌握它的基本原理——公理化体系,这是理性力学的精髓和基石。理性力学的公理化体系包括两个方面——基本定律和本构原理。基本定律是物体在运动学、动力学、热力学方面所必须遵循的规律,它们的数学表达式称为场方程;本构原理是建立本构关系的理论指南。最流行的本构原理有 Noll 的三原理和 Erigen 的十原理。其中的一些原理我们在实际工作中早已采用,如确定性原理和邻域性原理,只是没有指明而已。有的原理尚没有自觉应用,如客观性原理,因为这一原理的重要性在建立大变形本构关系时才能充分显示出来。事实上,对小变形情况而言也是有用的,例如钱寿易教授提出的非线性弹性帽盖模型是这一原理的直接结果。

为了建立岩土力学的公理化理论体系,我们的视野还应放得再宽一点。Kröner 指出^[8]:“当今科学变得愈来愈复杂。如果一个科学工作者只看到自己眼皮下的一星点工作而不关心‘左邻右舍’的话,他对科学的贡献就愈来愈少。因此,在科学各领域内交换概念的重要作用愈来愈明显了。”本着这种精神,笔者做了三方面的工作。第一,移植理性力学(包括混合物理论)的公理化体系,并把它作为岩土力学的公理化理论体系的基本框架。在移植过程中,只保留了那些对岩土力学适用性较强的本构原理,同时排除了混合物理论的当前文献中较为流行的但缺乏坚实物理基础的所谓的“相分离原理”^[37,38]。第二,继承岩土力学的遗产。土力学已年愈“古稀”,其遗产是相当丰富的,如有效应力原理、固结理论、莫尔—库伦强度理论等,它们能反映土的基本特性,是土力学的支柱。近 30 年来,国际上广泛开展岩土本构关系

的研究, 揭示出岩土介质一些新特性, 如剪胀性、结构性、静水压力作用下的体变屈服、应力路径相关性、非关联流动等。这是一大笔宝贵财富, 应当充分利用, 并使它们在理论上升华。第三, 开发不可逆过程热力学的宝库。不可逆过程热力学是最早研究热传导、扩散、化学反应及其相互作用的学科, 它的有关原理是处理耦合问题的锐利武器, 吸收它们为岩土力学的研究所用是一件幸事。

综合以上三方面的成果, 就构成了岩土力学的公理化理论体系。这个体系由5个基本定律和8个本构原理组成, 它们的具体内容见本文第三节和第四节。

三、基本定律

5个基本定律来自混合物理论。如用 a 代表混合物的任一组分物质, 则它的运动应遵从以下的守恒定律:

1. 质量守恒定律

$$\partial \rho_a / \partial t + \nabla \cdot (\rho_a \mathbf{x}'_a) = \hat{C}_a \quad (3.1)$$

2. 动量守恒定律

$$\rho_a \mathbf{x}''_a = \nabla \cdot \mathbf{T}_a + \rho_a \mathbf{b}_a + \hat{p}_a \quad (3.2)$$

3. 动量矩守恒定律

$$\mathbf{T}_a - \mathbf{T}_a^* = \hat{M}_a \quad (3.3)$$

4. 能量守恒定律 (热力学第一定律)

$$\rho_a e'_a = \text{tr}(\mathbf{T}_a \mathbf{D}_a) - \nabla \cdot \mathbf{q}_a + \rho_a r_a + \hat{\varepsilon}_a - \frac{1}{2} \text{tr} \hat{M}_a \mathbf{W}_a \quad (3.4)$$

式中, \hat{C}_a 、 \hat{p}_a 、 \hat{M}_a 、 $\hat{\varepsilon}_a$ 代表组分之间的质量、动量、动量矩和能量的相互作用, 依次定义为质量供给量、动量供给量、动量矩供给量和能量供给量, 其它符号的意义与文[5]相同。 \hat{M}_a 的存在说明了混合物各组分的应力张量一般是不对称的。

混合物作为一个整体, 应服从相应的守恒定律, 即

1. 质量守恒定律

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \dot{\mathbf{x}}) = 0 \quad (3.5)$$

2. 动量守恒定律

$$\rho \ddot{\mathbf{x}} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (3.6)$$

3. 动量矩守恒定律

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^* \quad (3.7)$$

4. 能量守恒定律

$$\rho \dot{\varepsilon} = \text{tr} \mathbf{T} \mathbf{L} - \nabla \cdot \mathbf{q} + \rho r + \sum_{a=1}^N \rho_a \mathbf{b}_a \cdot \mathbf{V}_a \quad (3.8)$$

由以上四式可知, 混合物作为一个整体, 就如同单一介质, 各组分之间的相互作用并不显示出来。

此外, 混合物还应服从热力学第二定律, 其数学表达式称为熵不等式, 即

$$\rho \dot{\eta} + \nabla \cdot \sum_{a=1}^N (\mathbf{q}_a / \theta_a + \rho_a \eta_a \mathbf{V}_a) - \sum_{a=1}^N \rho_a r_a / \theta_a \geq 0 \quad (3.9)$$

此式左边代表熵产生,因此热力学第二定律揭示了热力学过程的不可逆性。严格地说,一切力学现象都是热力学过程,特别是混合物中的多组分和多种过程相互作用时,大多数过程是不可逆的,因此,热力学第二定律在混合物理论中占有重要地位。

四、本 构 原 理

基本定律对任何材料的混合物都成立,单由它们尚不能确定物体的热力学响应,因为物体的响应是随材料而异的。另一方面,从数学上看,守恒律提供的场方程的数目一般总少于这些方程中出现的未知数的个数。因此,不论是从物理方面还是从数学上考虑,都必须在场方程的基础上补充刻划材料性质的方程——本构方程,才能形成封闭方程组。由于混合物的场方程中涉及到的量的种类比较多,因此混合物的本构关系不限于应力—应变关系。例如,质量供给量由相变规律控制,热流矢量受热传导定律支配,自由能、熵和内能则取决于热力学状态,这些关系统称为本构关系。指导建立岩土介质的本构关系的8个本构原理中有10个来自理性力学^[7],它们是

1. 等存性原理。所有响应函数应具有相同的本构变量,直到与有关规律发生矛盾为止。换言之,在开始建模时,对所有本构变量要一视同仁,这是因为在通常的物理过程中,质量、动量和能量是同时存在的,是相互牵连交叉耦合的。例如,温度梯度能引起质量的扩散,而浓度梯度也能引起能量的转移;温度的改变使物体变形,而物体的变形又产生热量,压电和压磁效应、电致伸缩和磁致伸缩的现象也是众所周知的。然而在经典理论中,描述这些现象的变量却被比较随意地分成了所谓的“类”,并认为属于一类的变量对另一类中的变量没有影响。这是由于各个现象是逐渐发现的,并且测量这些现象中的变量的仪器是逐个发展起来的缘故^[52]。因此,等存性原理要求,出现在一个本构函数中的变量也必须出现在其它的本构函数中。

2. 相容性原理。本构关系必须与基本定律相容,不能矛盾。这个显而易见的原理是很有用的,特别是利用熵不等式可以排除本构函数对某些本构变量的依赖关系,从而简化本构方程。

3. 客观性原理。这是一个极重要的本构原理。客观性原理认为:本构方程必须与持有不同时钟和进行不同运动的观察者无关。也就是说,所有观察者所观察到的材料响应应当相同。因为材料的反应是材料内部存在的客观过程,理应与在其外的观察者无关。此原理又称为标架无差异原理,可表述为:本构响应函数对空间参考标架的任意刚体运动以及对时间的漂移为形式不变量。有关这一原理的具体涵义可参阅文[7,8]。

从不可逆过程热力学吸收的本构原理有两个,即^[9]

4. Onsager原理。这是线性不可逆过程热力学的一个基本原理,被称为热力学第四定律,Onsager因此而荣获1968年诺贝尔奖金。该原理认为:不同类量之间的交叉影响系数相等。应用这一原理可以减少本构方程中系数的个数。具体地说:设在一个体系里同时存在 n 个流动,其通量分别为 J_1, J_2, \dots, J_n ,而引起通量的热力学力为 Y_1, Y_2, \dots, Y_n ,则

$$J_\alpha = \sum_{\beta=1}^n L_{\alpha\beta} Y_\beta \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, n) \quad (4.1)$$

中的唯象系数

$$L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha} \quad (4.2)$$

Bowen 在其专著[5]中曾应用过这一原理,但不把它当本构原理看待,笔者在文[23]中第一次肯定了Onsager原理在本构理论中的地位,把它作为一个独立的本构原理。

5. Curie对称原理。一般说来,耦合过程中的各热力学力和各通量是次序不同的张量。Curie原理指出:在各向同性体系中,张量阶数之差为奇数的通量和热力学力之间并不耦合。换言之,仅当热力学力 Y_β 和通量 J_α 是同阶张量或阶差为偶数时,组合关系才有可能^[52]。应用Curie对称原理可使本构关系大大简化。

顺便指出:在混合物理论的文献中尚没有应用Curie对称原理的先例。笔者在博士学位论文^[23]中首次把它从不可逆过程热力学的宝库中开发出来作为混合物的重要本构原理之一,并用它成功地建立了非饱和土的本构关系。

其余三个本构原理是土力学成果的升华与结晶。它们是

6. 压硬剪胀原理。土力学告诉我们,土在静水压力作用下孔隙减小变密,变形模量与强度增大。换言之,土有“压硬”的属性。另一方面,土具有剪胀性,即土在球应力保持不变而剪应力变化时体积要发生变化。一般地,超固结土和密砂的体积要增大,强度随之下降,称为剪胀;正常固结土和松砂的体积要减小,强度随之增加,称为剪缩。剪胀和剪缩统称为土的剪胀性。试验资料表明,即使在卸荷的情况下,土也会发生剪胀。

土的压硬性在50年代以前就得到了一致公认,具体反映在M—C强度准则中。50年代提出的Drucker-Prager准则、近期提出的广义双剪强度准则都是考虑土的压硬性而对Mises准则和60年代初提出的双剪准则^[36]进行修正的结果。Lade-Duncan准则^[39]与松岗元准则^[40]也都考虑了压硬性对土的强度的影响。

土的剪胀性最早为Casagrande所注意,我国学者魏汝龙于1963年在国际上首次系统地论述了土的剪胀性^[41]。沈珠江教授则于1986年明确指出^[42]:土的压硬性与土的剪胀性是土的两个最基本的属性,二者具有同等重要的地位。他强调说:“如果人们想用现代土力学的成就而不是用半经验的方法解决土工问题,那就不宜忽略压硬性和剪胀性中的任意一个。”邓肯模型^[43]仅考虑了压硬性(体现在起始模量的计算和M—C准则中),其最大缺点就是忽略了剪胀性。弹塑性模型的出现正是为了弥补这个不足。当然,不少非线性模型也能反映剪胀性^[44],如超弹性模型、亚弹性模型、Green弹性模型和南科所非线性模型。

在表述压硬剪胀原理之前,有必要先明确本构关系的概念。什么是本构关系?中国大百科全书第二卷(力学)赋予它明确的涵义^[45]:“物质宏观性质的数学模型称为本构关系,把本构关系写成具体的数学表达式就是本构方程。最熟知的反映纯力学性质的本构关系有胡克定律、牛顿粘性定律、圣维南理想塑性定律等;反映热力学性质的有克拉珀龙理想气体状态方程、傅里叶热传导方程等。”根据这一定义可知,强度准则亦归于本构关系之列,因为它是描述材料濒于破坏时的宏观力学性质的数学模型。

综上所述,压硬剪胀原理可表述如下:

压硬剪胀原理:静水应力使多孔骨架密实硬化,强度增加;剪应力使较密实的岩土介质体积膨胀,强度降低,而使较疏松的岩土介质体积缩小,强度增大。

7. 有效应力原理。岩土介质的非剪胀非流变体变和强度由有效应力控制。体变前的六个字“非剪胀非流变”是因考虑到有效应力原理的流行表述不够确切而做的修正。应用这一原理时,要注意区分不同的情况。

有效应力原理最早是由Terzaghi针对饱和土提出的,并获得了巨大的成功。Terzaghiⁱ

定义的饱和土的有效应力是

$$\sigma' = \sigma - u \quad (4.3)$$

相应地, 土的压缩规律和抗剪强度公式为

$$\varepsilon_v = \sigma' / K \quad (4.4)$$

$$\tau_f = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi' \quad (4.5)$$

Terzaghi公式适用于土粒不可压缩的情况. 对于岩石和混凝土, 因它们受到的应力比土大得多, 必须计及骨架材料的压缩性. Biot和Willis, Skempton, Nur等人先后从不同角度推得控制体变的有效应力的精确表达式为^[46]

$$\sigma' = \sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C}\right) u = \sigma - \left(1 - \frac{K}{K_s}\right) u \quad (4.6)$$

对于强度问题, Skempton给出^[47]

$$\sigma' = \sigma - [1 - (\operatorname{tg} \psi / \operatorname{tg} \phi) a] u \quad (4.7)$$

式中 ψ 是骨架材料的固有内摩擦角, a 是单位截面上水的接触面积.

对于非饱和土, 情况比较复杂. 根据我国学者陈愈炯的研究^[53], 非饱和土按饱和度可分为三类: 气封闭、双开敞和水封闭. 对气封闭情况, Terzaghi公式适用; 对水封闭情况, 有效应力是:

$$\sigma' = \sigma - u_a \quad (4.8)$$

对于双开敞系统, 在60年代提出了多种有效应力公式, 其中以Bishop建议的下述公式最为流行^[47]:

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u_w) \quad (4.9)$$

式中的 χ 称中有效应力参数, 对于饱和土, $\chi=1$; 对于干土, $\chi=0$; 对一般情况, $0 \leq \chi \leq 1$. 由于Bishop公式既缺乏理论论证, 也未经实验充分检验, 加之测定参数 χ 尚没有成熟的方法, 而且对于变形问题和强度问题 χ 取值不同等问题, 故其应用受到了很大限制.

考虑到骨架材料的压缩性, Skempton提出^[47]

$$\sigma' = \sigma - \left(1 - \frac{K}{K_s}\right) [u_a - \chi(u_a - u_w)] \quad (4.10)$$

最近, 笔者深入探讨了这一问题, 导出了各向异性多孔介质及非饱和土有效应力的理论公式^[31]

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u_w M_{ijkl}^n (C_{klmm}^{in} - C_{klmm}^0) - u_a (\delta_{ij} - M_{ijkl}^n C_{klmm}^{in}) \quad (4.11)$$

在各向同性且不计土粒压缩性时, 上式简化为

$$\sigma' = \sigma - [\chi_B u_w + (1 - \chi_B) u_a] \quad (4.12)$$

$$\chi_B = K^n / K^{*n} \quad (4.13)$$

此外, χ_B 与Bishop公式中的 χ 相对应. 易知与Skempton公式对应的 χ_s 为

$$\chi_s = \frac{1/K^{*n} - 1/K^0}{1/K^n - 1/K^0} \quad (4.14)$$

χ_B 和 χ_s 赋予 χ 明确的物理意义, 它们可用来测定 χ 值. 对于土用 χ_B , 对于岩石和混凝土用 χ_s . χ_B 和 χ_s 用于变形问题. 对于强度问题, 沈珠江提出^[48]

$$\chi = \frac{B_a - 1 + \operatorname{tg} \phi_a / \operatorname{tg} \phi'}{B_a - B_w} \quad (4.15)$$

式中, ϕ' 是饱和土的有效内摩擦角, ϕ_a 为同一土体非饱和时测得的内摩擦角, $B_a = \nabla u_a / \nabla \sigma$

和 $B_w = \nabla u_w / \nabla \sigma$ 分别为孔隙气压力系数和孔隙水压力系数。

此外,笔者还导出了多孔介质中有 N 种流体不溶混流动时的有效应力公式,并澄清了国内外一些学者近期在同类工作中的种种误解。

应当指出:描述非饱和土在复杂受力时的变形和强度,用应力状态变量比较方便^[33,54]。

8. 记忆原理。在一定条件下,岩土介质能记忆或忘记自己所经受过热力学历史。这一原理包含三方面的内容。第一,土能记忆它历史上受到过的最大有效应力 p_0 。在外加应力小于 p_0 时,土的变形较小,且有近似的弹性性质;当外加应力大于 p_0 时,土的性质与正常固结土相同,这就是所谓的超固结土的概念。第二,土的变形与应力路径有关,这是材料在塑性变形阶段的共同特性。我国学者刘祖德在国内最早开展这方面的研究^[49]。第三,在周期荷载作用下,土的塑性变形最终消失,呈现纯弹性性质。这一现象虽是土力学界众所周知的事,但直到1989年才由沈珠江教授把它明确称为“记忆减退”^[60]。应当指出,此处所说的记忆减退与理性力学关于粘性材料的记忆减退原理^[7]在物理内涵上是不同的。前者与荷载重复施加的次數有关,后者则是指遥远的变形史与现时变形无关。

以上的公理化理论体系是初步的,也是最基本的。随着研究的深入和扩大,一定还会补充新的本构原理。例如,岩土塑性理论的近期研究指出:塑性应变增量的大小和方向不仅与应力状态有关,还与应力增量的大小和方向有关,亚塑性理论^[51]便应运而生。但这一特性与非关联流动的联系如何尚待研究,由此而提炼出一个本构原理似欠成熟。

五、结 论

本文综合了理性力学、不可逆过程热力学和土力学的成果,初步提出了岩土力学的公理化理论体系。应用这一理论体系,笔者先后建立了非饱和土固结的数学模型^[23-27]与考虑组分应力非对称性的固—液—气三相多孔介质相互作用的动力学理论^[29,32]。由于这一理论体系概念明确,针对性强,在纯力学理论和工程实际的鸿沟之间架起了一道桥梁,因而易于为广大工程师掌握和利用。本文的工作不仅为岩土力学理论的严密化系统化探索出了一条路子,而且也丰富和发展了理性力学及其分支——混合物理论。

参 考 文 献

- [1] 黄文熙, 寄语青年岩土力学工作者, 岩土工程学报, 增刊(1992), 1.
- [2] 秦荣先等, 《广义相对论与引力理论——实验检验》, 上海科学技术文献出版社(1987), 1—6.
- [3] 沈珠江, 土力学理论当前研究中的两个问题, 岩土工程学报, (3)(1992), 99—100.
- [4] 钱学森, 《在中国力学学会第二届理事会扩大会议上的讲话, 力学与生产建设》, 北京大学出版社(1983), 1—6.
- [5] Bowen, M., 《混合物理论》, 许慧己等译, 董务民、戴天民校, 现代连续统物理丛书, 13, 江苏科学技术出版社(1983).
- [6] Kröner, 转引自段祝平文: 缺陷连续统理论及其在本构方程研究中的应用(I), 力学进展, 18(1988), 433—456.
- [7] Erigen, 《连续统力学》, 程昌钧译, 科学出版社(1991).
- [8] 郭仲衡, 《非线性弹性理论》, 科学出版社(1980).
- [9] Degroot & Mazur, 《非平衡态热力学》, 陆全康译, 上海科学技术出版社(1983).
- [10] 刘祖典、郭增玉、陈正汉, 黄土的变形特性, 土木工程学报, 18(1)(1985), 69—76.
- [11] 陈正汉、刘祖典, 黄土的湿陷变形机理, 岩土工程学报, 8(2)(1986), 1—12.

- [12] 陈正汉、许镇鸿、刘祖典, 关于黄土湿陷的若干问题, *土木工程学报*, 19(3) (1986), 86—94.
- [13] 陈正汉, 发展黄土力学的新理论和新方法 (博士论文选题报告) (陕西机械学院) (1988).
- [14] 陈正汉, 新内时理论在土力学中的应用, 《全国土工建筑物及地基抗震学术讨论会论文集汇编》, 中国水利学会等编, 西安 (1986), 140—147.
- [15] Chen Zheng-han, Endochronic description of deviatoric response of strain softening materials, *Int. proc. on Geomechanics, Bridges and Structures*, Lanzhou, Sept. (1987), 355—356.
- [16] 陈正汉, 怎样确定弹塑性耦合情形的加载函数, 《土的抗剪强度与本构关系学术讨论会论文集汇编》, 中国土木工程学会等编 (1985), 293—296.
- [17] 陈正汉, 用解析法推导莫尔—库伦准则, *力学与实践*, (4) (1987), 54—55.
- [18] 陈正汉, 本构理论与理性岩土力学, 《第五届全国土力学及基础工程学术会议论文摘要汇编》 (1987), 2—3.
- [19] 陈正汉, 多孔介质的混合物模型, 《现代数学和力学, 第三届全国现代数学和力学讨论会文集》, 钱伟长、郭友中主编, 科学出版社 (1989), 416—423.
- [20] Chen Zheng-han (陈正汉), Mechanical model of porous media, *Proc. Int. Conf. on Constitutive Laws for Eng. Materials*, International Academic Press, Vol. 1, Aug. (1989), 429—434.
- [21] 陈正汉, 混合物理论当前研究中的两个问题, 《现代数学和力学, 第四届全国现代数学和力学讨论会文集》, 程昌钧、郭仲衡主编, 兰州大学出版社 (1991), 353—355.
- [22] 陈正汉、谢定义、刘祖典, 非饱和土的固结理论, 《岩土力学新分析方法讨论会文集》, 中国力学学会岩土力学专业委员会编, 上海 (1989), 298—306.
- [23] 陈正汉, 非饱和土固结的混合物理论——数学模型·试验研究·边值问题, 博士学位论文(陕西机械学院) (1991).
- [24] Chen Zheng-han (陈正汉), Xie Ding-yi (谢定义) and Liu Zu-dian (刘祖典), The consolidation of unsaturated soil, *Proc. 7-th Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Australia, May (1991), 1617—1621.
- [25] 谢定义、陈正汉, 非饱和土力学特性的理论与测试(邀请专题报告), 《非饱和土理论与实践·学术研讨会论文集》, 中国土木工程学会土力学及基础工程学会编, 北京 (1992), 9—52.
- [26] 陈正汉、谢定义、刘祖典, 非饱和土固结的混合物理论(I), *应用数学和力学*, 14(2) (1993), 127—137.
- [27] 陈正汉, 非饱和土固结的混合物理论(II), *应用数学和力学*, 14(8) (1993), 687—698.
- [28] Chen Zheng-han, Numerical analysis for consolidation of multiphase porous media, *Proc. Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Rock Mech. Eng.*, Xi'an, May (1993), 167—174.
- [29] 陈正汉, 固—液—气三相多孔介质相互作用的动力学理论(邀请专题报告), 《全国首届介质与结构相互作用学术会论文选集》, 梦志远主编, 洛阳, 河海大学出版社 (1993), 134—147.
- [30] 陈正汉、谢定义、王永胜, 非饱和土的水气运动规律及其工程性质研究, *岩土工程学报*, 15(3) (1993), 9—20.
- [31] 陈正汉、谢定义、王永胜, 非饱和土的有效应力探讨, *岩土工程学报*, 16(3) (1994).
- [32] Chen Zheng-han (陈正汉), A dynamical theory of interaction of triphase porous media, *Proc. 2-nd Int. Conf. on Non-Linear Mechanics*, Ed. by Chien Weizang and Guo Zhong-heng, Peking Univ. Press, Aug. (1993), 889—892.
- [33] 陈正汉, 非饱和土的应力状态与应力状态变量, 第七届全国土力学及基础工程学术会论文 (1994).

- [34] Schofield, A. N. and C. P. Wroth, *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill Book Company Ltd (1968) .
- [35] Valanis, K. C., Fundamental consequences of a new intrinsic time measure plasticity as a limit of the endochronic theory, *Arch. Mech.*, 32(2) (1980), 171—191.
- [36] 余茂宏, 《双剪应力强度理论研究》, 西安交通大学出版社 (1988) .
- [37] Passman, S. L. et. al., A theory of multiphase mixtures, *Rational Thermodynamics*, Ed. by C. Truesdell, Springer-Verlag, New York (1984), 286—325.
- [38] Bedford, A. and D. S. Drumheller, Theories of immiscible and structures mixtures, *Int. J. Eng. Sci.*, 21(8) (1983), 863—960.
- [39] Lade, P. L. and J. M. Duncan, Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil, *Proc. ASCE Geo. Eng. Div.*, Vol.101, Gt10 (1975), 1037—1054.
- [40] Matsuoka, H., On the significance of the “spatial mobilized plane”, *Soil and Foundations*, 16(1) (1976), 91—100.
- [41] 魏汝龙, 论土的剪胀性, 水利学报, (6) (1963), 31—40.
- [42] 沈珠江, 当前土力学研究中的几个问题, 岩土工程学报, 8(5) (1986), 1—8.
- [43] Duncan, J. M. and C. Y. Chang, Nonlinear analysis of stress and strain in soil, *J. SMFD*, 96(5) (1970), 1629—1653.
- [44] 濮家骝、李广信, 土的本构关系及其验证与应用, 岩土工程学报, 8(1) (1986), 47—82.
- [45] 朱兆祥、戴天民, 本构关系, 《中国大百科全书》, 第二卷, 力学, 中国大百科全书出版社 (1985), 19.
- [46] Nur, A. and J. D. Byerlee, An exact effective stress law for elastic deformation of rock with fluids, *J. Geophys. Res.*, 76 (1971), 6414—6419.
- [47] Skempton, A. W., *Effective Stress in Soil, Concrete and Rock, Pore Pressure and Suction*, Butterworths, London (1960), 4—16.
- [48] 沈珠江, 土体强度和变形理论中的有效应力原理, 《水利水运专题评述第5辑》, 南京水利科学研究院 (1963) .
- [49] 刘祖德, 应力路径对填土应力—应变关系的影响, 岩土工程学报, 4(4) (1982), 45—55.
- [50] Shen Zhu-jiang, A stress-strain model for sand under complex loading, *Int. Conf. on Constitutive Laws for Eng. Materials*, International Academic Press, Vol.1 (1989).
- [51] Dafalias, Y. F., Bounding surface plasticity, I, mathematical foundation and hypoplasticity, *J. Eng. Mech.* 112(9) (1986), 966—987.
- [52] Bear, J., *Dynamics of Fluids in Porous Media*, American Elsevier Publishing Company, Inc.(1972), 63—69.
(中译本: 李竞生等译, 中国建筑工业出版社 (1983))
- [53] 陈愈炯、愈培基, 非饱和土的水气形态及其与力学性质的关系, 水利学报, (1) (1965).
- [54] Fredlund, D. G. and N. R. Morgenstern, Stress state variables for unsaturated soil, *ASCE J.*, 103(Gt5), (1977), 447—466.
- [55] 林家翘, L. A. 西格尔著, 《自然科学中确定性问题的应用数学》, 赵国英等译, 科学出版社 (1986), 568—569.
- [56] 李向维、李向约, 饱水孔隙介质的质量耦合波动问题, 应用数学和力学, 10(4) (1989), 309—314.

An Axiomatics of Geomechanics

Chen Zheng-han

(Logistical Engineering University, Chongqing)

Abstract

Taking the theory of mixture as a basic framework, the paper merges the primes of rational mechanics irreversible thermodynamics and soil mechanics into an organic system and proposes an axiomatics of geomechanics. The theoretical system consists of 5 basic laws and 8 constitutive principles and it erects a bridge across the gap between the pure theory of mechanics and engineering practice.

Key words geomechanics, axiomatics, basic law, constitutive principle