

# 直接控制系统绝对稳定的充要性准则

张继业\* 舒仲周

(西南交通大学工程力学系)  
(钱伟长推荐, 1993年 4 月22日收到)

## 摘 要

本文对于几类直接控制系统, 得到了绝对稳定的充分必要条件, 并讨论了控制系统的两次简化形式<sup>[2,4]</sup>。所得结果改进了文[7~12]中有关结论。

**关键词** 直接控制 简化形式 绝对稳定性 充要条件

## 一、引 言

众所周知, 对于直接控制系统的零解的绝对稳定性, 国内外学者曾做过广泛的研究<sup>[1~6]</sup>, 并得到了大量的充分条件, 但只有较少的工作讨论到充分必要条件。为了彻底解决绝对稳定性问题, 又必须注意到充分必要条件, 这却又十分难以完成。过去, 在文[7~12]中仅对某些特殊情形进行过研究。

本文通过拓扑变换和降维的方法, 得到了直接控制系统绝对稳定的充要条件, 包含或改变了文[7~11]中有关结论, 并讨论了两次简化形式<sup>[2,4]</sup>, 得到了绝对稳定的充要条件, 包含了文[12]中的有关结论。

## 二、直接控制系统绝对稳定的一般充要性条件

考虑直接控制系统<sup>[1,2]</sup>

$$\left. \begin{aligned} x &= Ax + bf(\sigma) \\ \sigma &= c^T x \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中  $A \in R^{(n+1) \times (n+1)}$  为稳定矩阵,  $x, b, \sigma \in R^{n+1}$  为向量。连续的非线性函数  $f(\sigma)$  满足  $f(0) = 0$ ,  $\sigma f(\sigma) > 0 (\sigma \neq 0)$ , 系统(2.1)满足解的存在唯一性条件。

为了方便讨论, 先引进两个矩阵

$$Q_c = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \\ \vdots \\ c^T A^n \end{bmatrix}, \quad Q_b = [b, Ab, \dots, A^n b]$$

\* 现在地址: 中国核动力研究设计院, 成都。

引理2.1<sup>[13]</sup> 对于系统(2.1)

1. 若 $\text{rank}Q_c=n_1$ , 则存在非奇异变换 $\bar{x}=Mx$ , 使系统(2.1)变为如下形式

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \end{bmatrix} f(\sigma) \quad (2.2)$$

$$\sigma = [\bar{c}_1^T, 0] \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}$$

其中  $\bar{A}_{11} \in R^{n_1 \times n_1}$ ,  $\bar{A}_{22} \in R^{n_2 \times n_2}$ ,  $\bar{A}_{21} \in R^{n_2 \times n_1}$ ,  $\bar{b}_1, \bar{c}_1, \bar{x}_1 \in R^{n_1}$ ,  $\bar{b}_2, \bar{x}_2 \in R^{n_2}$ ,  $n_1 + n_2 = n + 1$

2. 若 $\text{rank}Q_b=n_3$ , 则存在非奇异变换 $\bar{x}=Nx$ , 使系统(2.1)变为如下形式

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_3 \\ \dot{\bar{x}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{33} & \bar{A}_{34} \\ 0 & \bar{A}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{b}_3 \\ 0 \end{bmatrix} f(\sigma) \quad (2.3)$$

$$\sigma = [\bar{c}_3^T, \bar{c}_4^T] \begin{bmatrix} \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix}$$

其中  $\bar{A}_{33} \in R^{n_3 \times n_3}$ ,  $\bar{A}_{44} \in R^{n_4 \times n_4}$ ,  $\bar{A}_{34} \in R^{n_3 \times n_4}$ ,  $\bar{x}_3, \bar{b}_3, \bar{c}_3 \in R^{n_3}$ ,  $\bar{x}_4, \bar{c}_4 \in R^{n_4}$ ,  $n_3 + n_4 = n + 1$ .

定理2.1 设 $A$ 为稳定矩阵, 则以下陈述等价:

- (1) 系统(2.1)的零解绝对稳定
- (2) 系统(2.2)的子系统

$$\dot{\bar{x}}_1 = \bar{A}_{11}x_1 + \bar{b}_1 f(\bar{c}_1), \quad \bar{c}_1 = \bar{c}_1^T \bar{x}_1 \quad (2.4)$$

的零解绝对稳定.

证明 由引理2.1知, 系统(2.1)与系统(2.2)的零解的绝对稳定性等价. 很明显, 若系统(2.2)的零解绝对稳定一定有系统(2.4)的零解绝对稳定. 下面证明若系统(2.4)的零解绝对稳定也一定有系统(2.2)的零解绝对稳定. 令

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}$$

由常数变易公式, 系统(2.2)的解为

$$\bar{x} = (t; t_0, \bar{x}_0) \triangleq \bar{x}(t)$$

$$= \bar{x}_0 \exp[\bar{A}(t-t_0)] + \int_{t_0}^t \exp[\bar{A}(t-\tau)] \bar{b} f[\sigma(\tau; t_0, \bar{x}_0)] d\tau$$

由 $A$ 为稳定阵,  $\bar{A}$ 也应为稳定阵. 故存在常数 $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ 使得

$$\|\exp(\bar{A}t)\| \leq \beta \exp(-\alpha t)$$

因系统(2.4)的零解绝对稳定, 故当 $t \rightarrow +\infty$ 时,  $\bar{x}_1(t) \rightarrow 0$ ,  $\sigma(t) = \bar{c}_1(t) \rightarrow 0$ . 又 $f(\sigma)$ 为连续函数,  $f(0) = 0$ , 故对任意 $\varepsilon > 0$ , 在 $t_1 > t_0$ , 当 $t > t_1$ 时, 有 $|f(\sigma)| < \alpha\varepsilon/[3\|\bar{b}\|\beta]$ . 再由解对初值的连续性知, 存在 $\delta_1 > 0$ , 当 $\|\bar{x}_0\| < \delta_1$ 时, 有 $|f(\sigma)| < \varepsilon\alpha/[3\|\bar{b}\|\beta]$ , 对一切 $t \in [t_0, t_1]$ 成立. 取 $\delta = \min\{\delta_1, 1/[3\beta \exp \alpha t_0]\}$ , 当 $\|\bar{x}_0\| < \delta$ 时

$$\|\bar{x}(t)\| \leq \beta \|\bar{x}_0\| \exp[-\alpha(t-t_0)] + \int_{t_0}^{t_1} \beta \exp[-\alpha(t-\tau)] \|\bar{b}\| \cdot |f(\sigma)| d\tau$$

$$+ \int_{t_1}^t \beta \exp[-\alpha(t-\tau)] \|\bar{b}\| \cdot |f(\sigma)| d\tau < \varepsilon$$

故系统(2.2)的零解是稳定的.

对任意 $\bar{x}_0 \in R^n$ ,  $\bar{c}_{10} = \bar{c}_1^T \bar{x}_{10}$ ,  $\sigma(t; t_0, \bar{x}_0) = \bar{c}_1(t; t_0, \bar{x}_{10}) \rightarrow 0$  当 $t \rightarrow +\infty$ 时. 故当 $t \rightarrow +\infty$

时, 有  $f[\sigma(t; t_0, \bar{x}_0) \rightarrow 0$ . 从而当  $t \rightarrow +\infty$  时有

$$\|\bar{x}(t)\| \leq \beta \|\bar{x}_0\| \exp[-\alpha(t-t_0)] + \int_{t_0}^t \beta \exp[-\alpha(t-\tau)] \cdot \|\bar{b}\| \cdot |f(\sigma)| d\tau \rightarrow 0$$

故系统(2.2)的零解绝对稳定, 从而系统(2.1)的零解绝对稳定.

**引理2.2<sup>[14]</sup>** 若  $A$  稳定, 并存在实数  $q \geq 0$ , 使得  $\operatorname{Re}\{(1+i\omega q)W(i\omega)\} \geq 0$  (对任意实数  $\omega$ ), 其中  $W(z) = -e^T(zI - A)^{-1}b$ , ( $I$  为  $n+1$  阶单位阵), 则系统(2.1)的零解绝对稳定.

引理2.2的方法, 称为Popov方法<sup>[14]</sup>.

**定理2.2** 设  $A$  为稳定阵, 以下陈述等价:

- (1) 系统(2.1)的零解绝对稳定, 并能用Popov方法或 $S$ <sup>[14]</sup>方法判定;
- (2) 系统(2.4)的零解绝对稳定, 并能用Popov方法或 $S$ 方法判定.
- (3) 系统(2.3)的子系统

$$\bar{x}_3 = \bar{A}_{33}\bar{x}_3 + \bar{b}_3 f(\bar{\sigma}_3), \quad \bar{\sigma}_3 = \bar{c}_3^T \bar{x}_3 \quad (2.5)$$

的零解绝对稳定, 并能用Popov方法或 $S$ 方法判定.

**证明** 若直接控制系统的零解的绝对稳定性能用 $S$ 方法判定, 则一定能用Popov方法判定. 令

$$\begin{aligned} W(z)_{(2.1)} &\triangleq -e^T(zI - A)^{-1}b \\ W(z)_{(2.2)} &\triangleq -[\bar{c}_1^T, 0] \left[ zI - \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \end{bmatrix} \\ W(z)_{(2.3)} &\triangleq -[\bar{c}_1^T, \bar{c}_4^T] \left[ zI - \begin{pmatrix} \bar{A}_{33} & \bar{A}_{34} \\ 0 & A_{44} \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \bar{b}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \\ W(z)_{(2.4)} &\triangleq -\bar{c}_1^T [zI_1 - \bar{A}_{11}]^{-1} \bar{b}_1 \\ W(z)_{(2.5)} &\triangleq -\bar{c}_3^T (zI_3 - \bar{A}_{33})^{-1} \bar{b}_3 \end{aligned}$$

其中  $I_1, I_3$  为  $n_1, n_3$  阶单位阵. 这样

$$\begin{aligned} W_{(2.1)} &= -e^T(zI - A)^{-1}b \\ &= -e^T M^{-1} (zI - MAM^{-1})^{-1} Mb = W(z)_{(2.2)} \\ &= -(\bar{c}_1^T, \bar{c}_4^T) \left[ zI - \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \end{bmatrix} \\ &= -\bar{c}_1^T (zI_1 - \bar{A}_{11})^{-1} \bar{b}_1 = W(z)_{(2.4)} \end{aligned}$$

同理可证

$$W(z)_{(2.1)} = W(z)_{(2.3)} = W(z)_{(2.5)}$$

由引理2.2知, 定理2.2成立.

**注:** 当  $n_1 < n$  或  $n_3 < n$  时, 由定理2.1, 2.2知, 能用维数较低的系统的绝对稳定性的研究代替原系统绝对稳定性的研究.

### 三、可降阶的直接控制系统的绝对稳定的充分必要条件

**引理3.1<sup>[8]</sup>** 若系统(2.1)绝对稳定, 则

$$e^T b \leq 0, \quad e^T A^{-1} b \geq 0$$

**引理3.2**<sup>[2,9]</sup> 若系统(2.1)为一阶或二阶的,则

- (1) 系统(2.1)的绝对稳定性能用Popov方法或S方法判定;  
 (2) 系统(2.1)的绝对稳定的充要条件为

$$e^T b \leq 0, e^T A^{-1} b \geq 0$$

**定理3.1** 若下列条件之一被满足:

- (1)  $\text{rank } Q_0 \leq 2$   
 (2)  $\text{rank } Q_b \leq 2$

则系统(2.1)的零解绝对稳定的充要条件为

$$e^T b \leq 0, e^T A^{-1} b \geq 0$$

**证明** 必要性已被引理3.1所证. 下面证明充分性.

(1)  $\text{rank } Q_0 \leq 2$ . 由定理2.1知, 系统(2.1)与系统(2.4)的零解的绝对稳定性等价, 此时 $n_1 \leq 2$ . 由引理3.2知, 系统(2.4)的零解绝对稳定当且仅当 $\bar{c}_1^T \bar{b}_1 \leq 0, \bar{c}_1^T \bar{A}_{11}^{-1} \bar{b}_1 \geq 0$ . 应用矩阵理论容易得 $\bar{c}_1^T \bar{b}_1 = e^T b, \bar{c}_1^T \bar{A}_{11}^{-1} \bar{b}_1 = e^T A^{-1} b$ .

(2)  $\text{rank } Q_b \leq 2$ . 如果系统(2.5)的维数为 $n_3 \leq 2$ , 由引理3.2知, 系统(2.5)的零解的绝对稳定性能用Popov方法判定. 由定理2.2, 系统(2.5)的绝对稳定性与系统(2.1)等价. 而系统(2.5)的零解绝对稳定当且仅当 $\bar{c}_3^T \bar{b}_3 \leq 0, \bar{c}_3^T \bar{A}_{33}^{-1} \bar{b}_3 \geq 0$ . 用与情况(1)相同的方法, 可以证明 $\bar{c}_3^T \bar{b}_3 = e^T b, \bar{c}_3^T \bar{A}_{33}^{-1} \bar{b}_3 = e^T A^{-1} b$ , 这样就完成了定理3.1的证明.

应用矩阵理论及定理3.1, 我们能证明以下结论.

**推论3.1** 如果以下条件之一被满足

- (1)  $A = \text{diag}(A_{11}, A_{22})$ , 其中

$$A_{11} = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}, A_{22} = \text{diag}(\lambda, \dots, \lambda), (\lambda < 0)$$

(2)  $A = \text{diag}(A_{11}, A_{22})$ ,  $e_r$ 为 $A_{rr}^T (r=1, 2)$ 的特征向量, 或 $b_r$ 为 $A_{rr} (r=1, 2)$ 的特征向量,

- (3)  $\text{rank}(e, b, A^T e, A^T b) = 2$ , 且 $b$ 与 $c$ 线性无关;

则系统(2.1)的零解绝对稳定的充要条件为

$$e^T b \leq 0, e^T A^{-1} b \geq 0$$

推论3.1将文[7~11]中相应结论做为特殊情况包含在内.

#### 四、两次简化形式在某种条件下绝对稳定的充要性准则

设 $e^T \neq 0$ , 通过拓扑变换, 系统(2.1)可变成如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z} &= Bz + h\sigma \\ \dot{\sigma} &= g^T z + a\sigma - \rho f(\sigma) \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

进一步, 在某种条件下, (4.1)可变为

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} &= \bar{B}u + \bar{h}f(\sigma) \\ \dot{\sigma} &= g^T u - \lambda_0 \sigma - \rho f(\sigma) \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

其中  $B(\bar{B}) = (b_{ij})_{n \times n}, h(\bar{h}) = (h_1, h_2, \dots, h_n)^T ((\bar{h}_1, \dots, \bar{h}_n)^T), g = (g_1, g_2, \dots, g_n)^T,$

$\lambda_0 \geq 0, \rho \geq 0.$

用与文[15]中定理6相似的证法容易得到以下结论.

引理4.1 如果存在 $n+1$ 个常数 $r_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, n), r_{n+1} > 0$ , 使以下不等式成立

$$-r_j b_{jj} \geq \sum_{i=1}^n r_i |b_{ij}| + r_{n+1} |g_i| \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$$-r_{n+1} \alpha \geq \sum_{i=1}^n r_i |h_i|$$

且矩阵

$$A^* = \begin{bmatrix} B & h \\ g^T & \alpha - k\rho \end{bmatrix} \quad (k > 0)$$

稳定, 则系统(4.1)的零解绝对稳定.

定理4.1 如果 $-B$ 为 $M$ 矩阵,  $g_i \geq 0, h_i > 0 (i=1, 2, \dots, n)$ , 则系统(4.1)的零解绝对稳定当且仅当

$$\rho > 0, \alpha \leq g^T B^{-1} \text{ 或 } \rho = 0, \alpha < g^T B^{-1} h$$

证明 必要性. 因为 $\rho \geq 0$ , 令 $f(\sigma) = k\sigma$ , 其中 $k > 0$ 为任意的, 这样系统(4.1)就变为

$$\left. \begin{aligned} \dot{z} &= Bz + h\sigma \\ \dot{\sigma} &= g^T z + (\alpha - \rho k)\sigma \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

因此系统(4.3)为渐近稳定, 从而矩阵 $A^*$ 为稳定. 又

$$(-1)^{n+1} \det A^* = (-1)^{n+1} (\alpha - \rho k - g^T B^{-1} h) \det B > 0 \quad (4.4)$$

由矩阵 $B$ 稳定可得 $(-1)^n \det B > 0$ , 所以不等式

$$\alpha - g^T B^{-1} h - \rho k < 0 \quad (4.5)$$

成立, 因此,  $\alpha - g^T B^{-1} h \leq 0$

充分性. 由于 $A^*$ 为 $M$ 矩阵, 存在一组向量

$$V(k) = (v_1(k), v_2(k), \dots, v_n(k), 1)^T \in R_{+}^{n+1}$$

使不等式

$$V^T(k) \begin{bmatrix} B \\ g^T \end{bmatrix} < 0, \quad \sum_{i=1}^n v_i(k) h_i + \alpha < \rho k \quad (4.6)$$

成立

1. 若存在向量 $V_0^*(k)$ 使不等式

$$V_0^{*T}(k) \begin{bmatrix} B \\ g^T \end{bmatrix} < 0, \quad \sum_{i=1}^n v_{i0}^*(k) h_i + \alpha < 0$$

成立. 由引理4.1可知定理4.1成立

2. 若对任意满足(4.6)的向量 $V(k) \in R_{+}^{n+1}$ 使以下不等式

$$V^T(k) \begin{bmatrix} B \\ g^T \end{bmatrix} < 0, \quad 0 \leq \sum_{i=1}^n v_i(k) h_i + \alpha < \rho k$$

成立, 则有

$$\lim_{k \rightarrow 0^+} \sum_{i=1}^n v_i(k) h_i = -\alpha$$

由于  $h_i > 0$ ,  $v_i(k) > 0 (i=1, 2, \dots, n)$ , 可知  $0 < v_i(k) < (-\alpha + \rho)/h_i (0 < k \leq 1)$ . 故  $V(k)$  为有界向量序列, 故存在子列  $V(k^*)$  使

$$\lim_{k^* \rightarrow 0^+} V(k^*) = V = (v_1, v_2, \dots, v_n, 1)$$

并有

$$V^T \begin{bmatrix} B \\ g^T \end{bmatrix} \leq 0, \sum_{i=1}^n v_i h_i + \alpha = 0$$

由引理 4.1 知定理 4.1 结论成立.

很明显, 第二标准型为系统 (4.1) 的特殊情形. 如果令  $B = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) (\lambda_i < 0)$ ,  $h_i = 1 (i=1, 2, \dots, n)$ , 即可得文 [12] 中定理 1.

令  $B^* = (b_{ij}^*)_{n \times n}$  ( $\bar{B}^* = (\bar{b}_{ij}^*)_{n \times n}$ )

$$b_{ij}^* (\bar{b}_{ij}^*) = \begin{cases} b_{ii} (\bar{b}_{ii}) & (i=1, 2, \dots, n) \\ |b_{ij}| (|\bar{b}_{ij}|) & (i, j=1, 2, \dots, n; i \neq j) \end{cases}$$

$g^* = (|g_1| \cdots |g_n|)^T$ ,  $h^*(\bar{h}^*) = (|h_1|, \dots, |h_n|)^T (|\bar{h}_1|, \dots, |\bar{h}_n|)^T$ .

**定理 4.2** 若  $-B^*$  为  $M$  矩阵且  $\rho \geq 0$ ,  $\alpha < g^{*T} B^{*-1} h^*$ , 则 (4.1) 绝对稳定.

**证明** 令

$$C = - \begin{bmatrix} B^* & h^* \\ g^{*T} & \alpha \end{bmatrix}$$

由  $-B^*$  为  $M$  矩阵,  $\det C = (-\alpha + g^{*T} B^{*-1} h^*) \cdot \det(-B^*) > 0$ , 故  $C$  为  $M$  矩阵. 存在向量  $V = (v_1, v_2, \dots, v_{n+1})$  其中  $v_i > 0 (i=1, 2, \dots, n+1)$  使  $V^T C < 0$ . 由引理 4.1 知定理 4.2 成立.

通过与处理系统 (4.1) 相同的方法, 可以得到以下结论.

**定理 4.3** 若  $-\bar{B}$  为  $M$  矩阵,  $g_i \geq 0$ ,  $\bar{h}_i > 0 (i=1, \dots, n)$ , 则系统 (4.2) 的零解绝对稳定, 当且仅当

$$\begin{aligned} \lambda_0 > 0, \rho \geq 0, \rho + g^T \bar{B}^{-1} \bar{h} &\geq 0 \quad \text{或} \\ \lambda_0 = 0, \rho \geq 0, \rho + g^T \bar{B}^{-1} \bar{h} &> 0 \end{aligned}$$

**定理 4.4** 若  $-\bar{B}^*$  为  $M$  矩阵,  $\rho \geq 0$ ,  $\rho + g^{*T} (\bar{B}^*)^{-1} \bar{h}^* > 0$ , 则系统 (4.2) 的零解绝对稳定.

**定理 4.5** 若以下条件满足

- (1)  $\lambda_0 \geq 0$
- (2)  $\bar{B}$  为稳定
- (3) 存在对称正定矩阵  $P$ ,  $G$  满足  $\bar{B}^T P + P \bar{B} = -G$ , 使得

$$\rho \geq P^T G^{-1} P \quad (\text{若 } \lambda_0 = 0 \text{ 取 } >), \text{ 其中 } P = \frac{g}{2} + P \bar{h}$$

则系统 (4.2) 的零解绝对稳定.

**注** 著作 [2] 中定理 6.4-1 要求有不必要的条件 (4).

**证明** 若定理4.5的条件被满足, 则系统(4.2)的零解渐近稳定, 这一点由[2]中已证. 与定理4.1的证法相似, 我们容易得系统(4.2)的零解渐近稳定的必要条件为  $\rho + g^T B^{-1} h \geq 0$  (若  $\lambda_0 = 0$  取  $>$ ). 用文[2]的证法即可得定理4.5成立.

### 参 考 文 献

- [1] Letov, A. M., *Stability of Nonlinear Control Systems*, (in Russian), (1955), English transl. of 1st. ed., Princeton University Press, Princeton, (1961).
- [2] 舒仲周, 《运动稳定性》, 西南交通大学出版社, 成都(1988).
- [3] Shu Zhong-zhou and Qiu Xiao-gang, The criteria for the absolute stability of several classes of nonlinear direct control systems, *Proceedings of the International Conference on Non-Linear Mechanics*, Shanghai, Science Press, Beijing (1985), 1103—1107.
- [4] Shu Zhong-zhou, A New Canonical Form of the Lure Control System, Abstracts, International Conference on Linear Algebra and Applications, Vaelencia, (1987).
- [5] 朱思铭, 直接控制系统的绝对稳定性准则, 中山大学学报, (3)(1979), 20--28.
- [6] 廖晓昕, 关于控制系统的绝对稳定准则, 应用数学和力学, 3(2)(1982), 235—247.
- [7] 李森林, 几类直接控制系统绝对稳定的充分及必要条件, 应用数学学报, (4) (1983), 458—467.
- [8] 王国荣, 几类控制系统的稳定性, 湖南大学学报, (3)(1981), 82—93.
- [9] 叶伯英, 二阶直接控制系统绝对稳定的充分必要条件, 数学杂志, (1) (1987), 75—792.
- [10] 张维, Lurie型直接控制系统的绝对稳定准则, 应用数学和力学, 10(10)(1989), 909—920.
- [11] 叶伯英, 二类直接控制系统绝对稳定的充要条件, 数学物理学报, (1)(1990), 37—41.
- [12] 裘晓钢、舒仲周, 控制系统第二标准型的绝对稳定准则, 应用数学和力学, 7(9)(1986), 786—800.
- [13] Chen Chi-Tsong, *Linear System Theory and Design*, CBS College Publishing, 2nd. New work, Holt, Rinehart and Winston, (1984).
- [14] 谢惠民, 《绝对稳定性理论与应用》, 科学出版社(1986).
- [15] 廖晓昕, 论  $\Pi$  型间接控制系统绝对稳定的充要条件, 中国科学(A), (10) (1988), 1019—1021.

## Necessary and Sufficient Criteria for Absolute Stability of the Direct Control System

Zhang Ji-ye    Shu zhong-zhou

(Department of Engineering Mechanics,  
Southwest Jiaotong University, Chengdu)

### Abstract

In this paper, some necessary and sufficient conditions for absolute stability of several classes of direct control system are given, and the two simplified forms of the control systems obtained twice<sup>[4]</sup> are discussed. The corresponding results in [7—12] are improved.

**Key words** direct control, simplified form, absolute stability, necessary and sufficient condition