

多层气藏中气体流动问题的 新模型及其应用*

李笑萍

(安达 大庆石油学院, 1992年3月18日收到)

摘 要

本文针对气井产量与井筒集是变数时, 建立了多层气藏内真实气体渗流问题的新模型, 求出了三种典型外边界条件下各储层压力分布精确解. 作为特例, 又得到了均质气藏内压力分布的精确解并给出了在气田开发中的应用.

关键词 多层气藏 气体流动 真实气体渗流模型

一、前 言

大多数天然气藏都是由不同地质条件形成的两个或多个气层所组成, 多层气藏大致可分为有越流和无越流两类. 对于有越流的多层油气藏有许多文献讨论过这类储层的流动问题. Russell和Prats^[1]对这些文献的实际内容进行了综述. 他们得出结论认为有越流多层油气藏的不稳定压力动态与等效的均质油气藏的压力动态特征相同^[2], 而均质油气藏压力分布问题可以看成本文多层气藏压力分布的特例. 对于均质气藏中各层由不渗透层隔开, 气井是合采的多层气藏的研究, 目前的一些已有成果^[3-6]具有下列特点:

- (1) 不考虑井筒储存及表皮效应影响或只考虑井筒储存为常量的情况.
- (2) 大都因为拉氏反演遇到困难只得到了拉氏空间解或各种近似解.
- (3) 一般只限于井口产量是恒量的研究.

无疑这些研究对油气藏开发已提供了重要理论基础, 而且有了重要应用. 但随着气藏开发的发展迫切需要, 只限于近似解的讨论是不够的, 气藏渗流问题在理论上的描述更能全面准确地反映储层特征及井筒状况. 此外, 气井井筒储存的变化较油井更为显著, 若将其视为常数会产生较大误差, 而且气井的井口产量也常为变量. 本文建立的多层气藏渗流模型考虑了井筒储存及井口产量是任意变数(包括常量)的情形. 文中引入气井有效半径来描述井底污染状况或改善状况及湍流影响^[7,8], 并在无限大、有界封闭、有界定压三种典型外边界条件下获得了多层气藏内, 真实气体拟压力分布的精确解. 若将其中的拟压力换成压力平方, 又可得理想气体压力分布的精确解. 若在本文提出的渗流模型及其精确解中令 $n=1$ 可直接得到

* 钱伟长推荐.

均质气藏压力分布的精确解；若将气体拟压力换成油藏压力，又可得相应的油藏压力分布精确解。在目前的已有成果中，尚未发现多层油、气藏或均质油、气藏在三种典型外边界条件下的精确解。文[3~6]的相应结果或是本文结论的部分近似式，或是本文结果的特例。文中的精确解可以作为衡量相应的近似解及近似曲线的尺度，并为油气田开发提供了理论基础。另外，在变井筒储存研究中，诸多研究者^[9,10]提出了表示或计算变井筒储存系数 $C(i)$ 的方法。本文提出了将变井筒储存系数归纳为多项式的形式，这种形式有广泛的适用性，这样文中的渗流模型及其精确解可适用于任意变化的井筒储存状态。

二、多层气藏渗流模型及其精确解

假设多层合采气藏的每个储层都是均质水平的，且层间无越流，各层的厚度、渗透率、孔隙度及原始地层压力分别为 h_i, k_i, ϕ_i 及 $p_{0i} (i=1, 2, \dots, n)$ 。若在储层中心打开一口半径为 r_w 的井，自 $t=0$ 时刻开始，井口以变产量 $q(\cdot)$ 生产。设井筒储存系数为变数 $C(t)$ ，且井在第 i 层的视表皮系数为 S_i （反映了井底污染或改善状况及湍流影响），则有效半径为 $r_{we i} = r_w \exp[-S_i]$ 。气藏中的真实气体，一般认为是在等条件下进行水平线性渗流，压力梯度很小，而气体粘度 $\mu(p_i)$ 、压缩因子 $Z(p_i)$ 、等温压缩系数 $c(p_i)$ 均为随各层压力 p_i 变化的参数。那么以井轴为中心，真实气体在各层内向井底渗流问题，满足下列渗流方程

$$\nabla \left(\frac{p_i}{Z(p_i)\mu(p_i)} \nabla p_i \right) = \frac{\phi_i c(p_i) p_i}{k_i Z(p_i)} \frac{\partial p_i}{\partial t}, \quad r > r_{we i}, i > 0 \quad (2.1a)$$

$$\text{初始条件} \quad p_i(r, 0) = p_{0i}, \quad r > r_{we i} \quad (2.1b)$$

$$\text{内边界条件} \quad p_i(r_{we i}, t) = p_w(t), \quad p_w(t) \text{ 未知} \quad (2.1c)$$

$$2\pi \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_i h_i}{\mu(p_i) r} \frac{\partial p_i}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_{we i}} = \frac{Z(p_i) T p_{sc}}{T_{sc} p_i} q(t) + C(t) \frac{\partial p_w}{\partial t} \quad (2.1d)$$

无限大地层外边界条件

$$p_i(\infty, t) = p_{0i}, \quad t > 0 \quad (2.1e)$$

封闭地层外边界条件

$$\frac{\partial p_i}{\partial r} \Big|_{r=R_i} = 0, \quad t > 0 \quad (2.1f)$$

有界定压地层的外边界条件

$$p_i(R_i, t) = 0, \quad t > 0 \quad (2.1g)$$

以上各式中 $p_i(r, t)$ 表第 i 层内的压降分布 ($i=1, 2, \dots, n$)， $p_w(t)$ 表井底压力， T 为气藏温度， T_{sc} 为地面气体温度， p_{sc} 为地面气体压力； C_{0i} ， μ_{0i} 分别表示初始状态下的气体压缩系数与粘度， R_i 为外边界半径。

本文的主要结果是：

(1) 无限大多层气藏中第 i 层内拟压力分布，具有下列精确解：

$$m_i = m(p_{0i}) - \frac{2T p_{sc}}{\mu_{0i} T_{sc}} \int_0^t G_{1i}(r, \tau) \left[q(t-\tau) + \sum_{k=1}^N C_k(t-\tau)^k \right] d\tau \quad (2.2)$$

其中

$$G_{1i}(r, t) = \frac{1}{\pi^2 \sigma_i \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \sigma_j} \int_0^\infty \exp[-\sigma_i^{-2} u^2 t] U_i(r, u) du \quad (2.3)$$

$$U_i(r, u) = \frac{\phi_{0,1}(r/r_{we i}, 1, u) + C_{ei} u \phi_{0,0}(1, r/r_{we i}, u)}{[J_1(u) - C_{ei} u J_0(u)] + [Y_1(u) - C_{ei} u Y_0(u)]^2} \quad (2.4)$$

$$\phi_{m,n}(\alpha, \beta, u) = Y_m(\alpha u) J_n(\beta u) - J_m(\alpha u) Y_n(\beta u) \quad (2.5)$$

这里 $J_n(\zeta)$ 、 $Y_n(\zeta)$ 分别表 n 阶第一类、第二类 Bessel 函数

$$C_{ei} = \frac{C}{2\pi \sigma_i \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \sigma_j}, \quad \varepsilon_j = \frac{k_i h_i}{\mu_{0i}} \quad (2.6)$$

$$\sigma_i = \frac{r_{we i}}{\sqrt{K_i}}, \quad K_i = \frac{k_i}{C_{i0i} \mu_{0i} \phi_i} \quad (2.7)$$

(2) 有界封闭气藏中第 i 层内拟压力分布仍具有形如(2.2)式的精确解, 但(2.2)式中的函数 G_{1i} 应改为

$$G_{2i}(r, t) = \frac{1}{\pi \sum_{j=1}^n \varepsilon_j (\rho_j^2 - \sigma_i^2) + C} \sum_{k=1}^\infty \exp[-\alpha_k^2 t] V_i(r, \rho_i, \alpha_k) \quad (2.8)$$

其中
$$V_i(r, \rho_i, u) = \phi_{0,1}\left(\frac{r}{\sqrt{K_i}}, \rho_i, u\right) \phi_{0,1}^{-1}(\sigma_i, \rho_i, u)$$

$$\cdot \left\{ C + \frac{4}{\pi u^2} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \phi_{0,1}^{-2}(\sigma_j, \rho_j, u) \left[\frac{R_j}{r_{we j}} - \frac{\pi^2}{4} u^2 \sigma_i^2 \cdot (\phi_{0,1}^2(\sigma_j, \rho_j, u) + \phi_{1,1}^2(\sigma_j, \rho_j, u)) \right] \right\}^{-1} \quad (2.9)$$

$$\rho_i = R_i / \sqrt{K_i} \quad (2.10)$$

$\alpha_k (k=1, 2, \dots)$ 是方程

$$2\pi \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \sigma_j \phi_{1,1}(J_j, \rho_j, u) \phi_{0,1}^{-1}(\sigma_j, \rho_j, u) - C u = 0 \quad (2.11)$$

的第 k 个正根。

(3) 外边界定压气藏中第 i 层内拟压力分布仍具有形如(2.2)式的精确解, 但(2.2)式中的函数 G_{1i} 应改为

$$G_{3i}(r, t) = - \sum_{k=1}^\infty \exp[-\beta_k^2 t] W_i(r, \rho_i, \beta_k) \quad (2.12)$$

其中
$$W_i(r, \rho_i, u) = \phi_{0,0}(r/\sqrt{K_i}, \rho_i, u) \phi_{0,0}^{-1}(\sigma_i, \rho_i, u)$$

$$\cdot \left\{ C + \frac{4}{\pi u^2} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \phi_{0,0}^{-2}(\sigma_j, \rho_j, u) \left[\frac{R_i}{r_{we i}} - \frac{\pi}{4} u^2 \sigma_j^2 (\phi_{0,0}^2(\sigma_j, \rho_j, u) - \phi_{1,0}^2(\sigma_j, \rho_j, u)) \right] \right\}^{-1} \quad (2.13)$$

而 $\beta_k (k=1, 2, \dots)$ 是方程

$$2\pi \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \sigma_j \phi_{1,0}(\sigma_j, \rho_j, u) \phi_{0,0}^{-1}(\sigma_j, \rho_j, u) - Cu = 0 \quad (2.14)$$

的第 k 个正根。

三、渗流问题的求解

1. 拟压力的引入及变井筒储存系数 $C(t)$ 的确定

为了求解渗流问题(2.1a)~(2.1g)式, 先引入拟压力函数

$$m_i[p_i(r, t)] = 2 \int_0^{p_i} \frac{p_i}{\mu(p_i) Z(p_i)} dp_i \quad (3.1)$$

及拟压降函数

$$M_i[p_i(r, t)] = m(p_{0i}) - m[p_i(r, t)] \quad (3.2)$$

下面确定变井筒储存系数 $C(t)$ 的形式。文[9]考虑了井筒储存期间气液重新分布的情况, 认为这时可以近似考虑一个具有指数形式的附加影响。而文[10]则给出了测试和计算变井筒储存系数的实际方法。本文提出气井井筒储存系数可用多项式逼近, 用这种方法建立的渗流模型既便于应用又具有一般性, 它可适用于各种变化的井筒储存系数。另外井筒储存期间的井筒拟压力也可用另一多项式逼近。那么

$$C(t) = C + \sum_{k=1}^{N_1} a_k t^k \text{ 及 } m_w(t) = \sum_{k=0}^{N_2} b_k t^k$$

那么

$$C(t) \frac{dm_w}{dt} = C \frac{dm_w}{dt} + \sum_{k=1}^{N_1} a_k t^k \frac{d \sum_{k=0}^{N_2} b_k t^k}{dt} = C \frac{dm_w}{dt} + \sum_{k=1}^N C_k t^k \quad (3.3)$$

2. 无限大气藏问题解的推导

将式(2.1a)~(2.1g)用式(3.1)~(3.3)代换, 经过整理后对 t 取 Laplace 变换, 则得

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial r} - \frac{Z}{K_i} \bar{M}_i = 0 \quad (3.4a)$$

$$\bar{M}_i(r, Z) |_{r=r_{wi}} = \bar{M}_w(Z) \quad (3.4b)$$

$$2\pi \sum_{i=1}^n \varepsilon_i r \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial r} \Big|_{r=r_{wi}} = -\eta \bar{q}(Z) + CZ \bar{M}_w - \sum_{k=1}^N \frac{C_k k 1}{Z^{k+1}} \quad (3.4c)$$

$$\bar{M}_i(\infty, Z) = 0 \quad (3.4d)$$

$$\frac{\partial \bar{M}_i}{\partial Z} \Big|_{r=R_i} = 0 \quad (3.4e)$$

$$\bar{M}_i |_{r=R_i} = 0 \quad (3.4f)$$

这里 $\bar{q}(Z)$, $\bar{M}_i(r, Z)$ 分别为 $q(i)$, $M_i(r, t)$ 的拉氏空间象函数, 而 $\eta = 2\pi p_{sc} / \mu_{0i} T_{sc}$ 。不难求得方程(3.4a)满足条件(3.4b)~(3.4d)的解

$$\bar{M}_i(r, Z) = \bar{G}_{1i}(r, Z) \left[\eta \bar{q}(Z) + \sum_{k=1}^N \frac{C_k k_1}{Z^{k+1}} \right] \quad (3.5)$$

而

$$\bar{G}_{1i}(r, Z) = \frac{K_0(r\sqrt{Z/K_i})}{K_0(\sigma_i\sqrt{Z}) \left[2\pi\sqrt{Z} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \sigma_j \frac{k_1(\sigma_i\sqrt{Z})}{K_0(\sigma_i\sqrt{Z})} + CZ \right]} \quad (3.6)$$

这里 $K_n(\zeta)$ 表第二类 n 阶虚宗量 Bessel 函数。按 Bessel 函数的性质，对式 (3.6) 经过冗长的反演可得到 (2.3) 式，由式 (2.3) 及式 (3.5) 拉氏变换的卷积定理便得 (2.2) 式。

3. 有界封闭气藏问题的推导

不难求得方程 (3.4a) 满足条件 (3.4b)、(3.4c) 及 (3.4e) 的解

$$\bar{M}_i(r, Z) = \bar{G}_{2i}(r, Z) \left[\eta \bar{q}(Z) + \sum_{k=1}^N \frac{C_k \cdot k_1}{Z^{k+1}} \right] \quad (3.7)$$

而

$$\bar{G}_{2i}(r, Z) = \psi_{0,1} \left(\sqrt{\frac{r}{K_i}}, \rho_i, \sqrt{Z} \right) Z^{-\frac{1}{2}} \psi_{0,1}^{-1}(\sigma_i, \rho_i, \sqrt{Z}) \cdot \left[C\sqrt{Z} + 2\pi \sum_{j=1}^N \varepsilon_j \sigma_j \psi_{1,1}(\sigma_j, \rho_j, \sqrt{Z}) \psi_{0,1}^{-1}(\sigma_j, \rho_j, \sqrt{Z}) \right]^{-1} \quad (3.8)$$

这里

$$\psi_{m,n}(r, \beta, u) = K_m(\alpha y) I_n(\beta y) + (-1)^{m+n+1} I_n(\alpha y) K_n(\beta y) \quad (3.9)$$

$I_n(\zeta)$ 表第一类 n 阶虚宗量 Bessel 函数。

根据特征值理论及拉氏反演理论可得到

$$G_{2i}(r, t) = Res\{\bar{G}_{2i}e^{Zt}, 0\} + \sum_{k=1}^{\infty} Res\{\bar{G}_{2i}e^{Zt}, Z_k\}$$

这里 Z_k 为方程 (2.11) 的第 k 个正根。这样由上式便可推出式 (2.8)。

外边界定压问题的解此处从略。

四、均质气藏的拟压分布及应用

在多层气藏压力解 (2.2) ~ (2.4) 式中取气层数 $n=1$ ，便得出相应于均质气藏的各种拟压力分布精确解。比如，对无限大气藏问题解 (2.2) ~ (2.4) 式，取 $n=1$ ， $q(t)=q$ ， $r=r_{we}$ ，便可得出无限大均质气藏中具有变井储特征的井底拟压力精确解，再经过无量纲化，可得无量纲井底降压公式

$$M_{wD}(t) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\infty} [(J_1(u) - C_D u J_0(u))^2 + (J_1(u) - C_D u Y_0(u))^2]^{-1/2} \cdot \left\{ u^{-3} (1 - \exp[-u^2 t_D]) + \sum_{k=1}^n C_{Dk} \int_0^{t_D} u^{-1} \exp[-u^2 \tau] (t_D - \tau)^k d\tau \right\} du \quad (4.1)$$

其中的无量纲是按下列各式定义的：

$$C_D = \frac{C}{2\pi h \phi C_{ir}^2} \quad (4.2)$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi C_{Dk} \mu_0 r_w^2} \quad (4.3)$$

$$C_{Dk} = \frac{T_{sc} \mu_0}{2T p_{sc}} \left(\frac{\phi C_{Dk} \mu r_w^2}{k} \right)^k \quad (4.4)$$

$$M_{wD} = \frac{\pi k h T_{sc}}{T p_{sc}} [m(p_0) - m_w(p)] \quad (4.5)$$

利用(4.1)式采用双对数坐标系,以 t_D/C_D 为横坐标, M_{wD} 为纵坐标,通过电子计算机可绘制具有变井筒储存特征的压降及其导数典型曲线。例如,对于无量纲变井筒储存系数具有指数式 $\alpha_D \exp[\beta_D t_D]$ 的情况,若取定 $\alpha_D=6$, $\beta_D=3$,那么易将该指数式展为多项式,其系数记为 C_{Dk} 。再给定参数 C_D ,利用式(4.1)式,便可绘出如图1所示压降及其导数典型曲线,该曲线是在气藏开发中常用的试井典型曲线。图1的曲线明显地显示出了早期的变井筒特征,在气藏开发中有着重要应用,用来预测气藏动态参数,并为合理开发气藏提供理论依据。而目前已有的试井典型曲线只适用于常井筒情况^[3-6],而且只是用拉氏空间近似解绘制的近似曲线,用本文的精确解可以绘制各种更为精确的变井筒(包括常井筒)试井典型曲线,这样可使地层参数的计算更为合理,更为精确。

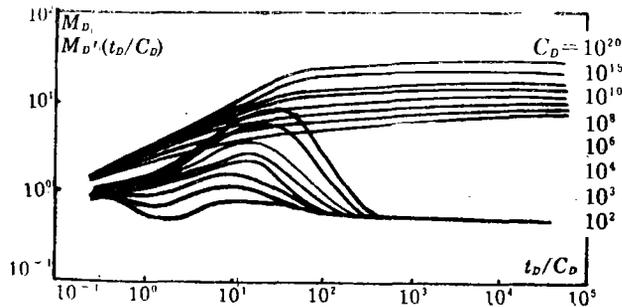


图1 具有变井筒储存特征的气井试井典型曲线

参 考 文 献

- [1] Russell, D. G. and M. Prats, The practical aspects of interlayer crossflow, *J. Pet Tech.*, June (1962), 589—594. also reprint series, No. 9—Pressure Analysis Methods, Society of Petroleum Engineers of AIME (1967), 120—125.
- [2] 小罗伯特·C·厄洛赫[美], 《试井分析方法》, 石油工业出版社 (1985).
- [3] Ehling-Econoides, C. A. and J. A. Joseph, Flopetrol Johnston/Schlumberger, A New Test for Determination of Individual Layer Properties in a Multilayered Reservoir, SPE 14167.
- [4] Bourdet, D., Pressure behavior of layered reservoir with crossflow, SPE paper 13628 (1985).
- [5] Gringarten, A. C. et al., A comparison between different skin & wellbore storage type-curves for early time transient analysis, SPE paper 8205 Sept. (1979).
- [6] Bourdet, D. and A. C. Gringarten, Determination of fissured volume and block size in fractured reservoirs by type-curve analysis, SPE paper 9293, Sept. (1980) 21—24.

- [7] 李笑萍、赵子刚, 均质储层内渗流问题的精确解, 石油学报, (1) (1989).
- [8] 赵子刚、李笑萍, 混采油藏的渗流问题及压降曲线, 石油学报, (3) (1988).
- [9] Fair, W. B., Jr., Pressure buildup analysis with wellbore phase redistribution, paper SPE 8206 (1979).
- [10] Meunier, D., et al., Interpretation of pressure buildup test using in-situ measurement of afterflow, paper 11463 (1983).

New Model of Gas Flow Problem in Multi-Layered Gas Reservoir and Application

Li Xiao-ping

(*Daqing Petroleum Institute, Anda, Helongjing*)

Abstract

In this paper, the new model of real gas filtration problem has been presented in multi-layered gas reservoir, when a gas well output and wellbore storage may be variable, and have obtained the exact solutions of pressure distribution for each reservoir bed under three kinds of typical out-boundary conditions. As a special case, according to the new model have also obtained the exact solutions of pressure distribution in homogeneous reservoir and is given important application in gas reservoir development.

Key words multi-layered gas reservoir, gas flow, model of real gas filtration