

圆形射流和卷流的相似解*

槐文信 李 炜

(武汉水利电力大学, 1992年6月9日收到)

摘 要

应用 $k-\epsilon$ 湍流模式, 并计及浮力对湍动能及其耗散率的影响, 建立了圆形卷流的数学模型. 在均匀环境条件下, 两者均存在相似解. 考虑到动量及热通量守恒条件, 应用有限分析法给出了速度、温度和湍动能及其耗散率的相似函数. 它们同试验资料是相吻合的.

关键词 射流 环境水力学 相似解

一、引 言

静止环境中的圆形射流和卷流是环境水力学的典型课题之一, 它在环境、燃烧、军事等领域有着十分重要的应用. 在均匀环境条件下它们存在相似解^[1], 相似分析方法就是根据存在相似解的原理, 将流动的各物理量以其相似函数形式表达, 从而将偏微分方程组蜕化为常微分方程组, 再求出这些相似函数即得其解.

由于近来高阶湍流模式的发展, 使预报湍流场的能力和精度, 都较原先应用的零方程模式者有很大提高. Pauly 等(1985)运用 $k-\epsilon$ 湍流模式得出平面射流和轴对称射流的相似解^[2], 但其没有考虑流动方向上的动量守恒条件. Fukushima (1988, 1989) 考虑了这一条件, 给出了平面射流和卷流以及倾斜壁卷流的相似解^{[3], [4]}, 但在其应用的 $k-\epsilon$ 湍流模式中, 没有计及浮力对湍动能及其耗散率的影响, 而这一浮力效应对卷流是极重要的. 因此上述这些研究是不完全的. 本文是考虑到动量及热通量在流动方向上的守恒条件, 又计及浮力效应, 并应用有限分析法给出圆形射流及卷流的较为完全的相似解.

二、数 学 模 型

在一均匀环境(流体温度为 T_a)中, 存在一圆形卷流(出口流体温度为 T_c , 且 $T_c > T_a$). 流动为铅直向上, 且计为 x 轴, 水平方向为 r 轴, 其速度分别为 u 和 v . 设流动为定常的且为薄剪切型^[1], 即 $u \gg v$, $\frac{\partial u}{\partial x} \gg \frac{\partial v}{\partial x}$, 以及 Boussinesq 假定有效, 并应用 $k-\epsilon$ 两方程湍流模式, 可得其基本方程为

* 钱伟长推荐.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) = 0 \quad (2.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \alpha g T + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_t \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2.2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\nu_t}{P_{rt}} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.3)$$

$$u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \varepsilon - \alpha g \frac{\nu_t}{P_{rt}} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.4)$$

$$u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} - C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \alpha g \frac{\nu_t}{P_{rt}} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.5)$$

式中 $\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ 为湍粘性系数; k 和 ε 为湍动能及其耗散率; T 表示基于环境流体温度 T_0 的超温; g 为重力加速度; α 为流体热膨胀系数.

上述方程中的模型系数分别取为

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, C_{1\varepsilon} = 1.44,$$

$$C_{2\varepsilon} = 1.92, P_{rt} = 0.8 \sim 1.0$$

在上述方程中去掉同温度 T 有关的项, 即可得到圆形射流的数学模型.

三、相似分析

3.1 圆形卷流

对于圆形问题, 引入流函数 ψ , 且

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.1)$$

在均匀环境中, 圆形卷流存在相似解^[1], 引入相似变量

$$\eta = ax^{-1} \quad (3.2)$$

同时引入流函数、温度、湍动能及其耗散率的相似函数, 分别记为 $F(\eta)$, $G(\eta)$, $K(\eta)$ 和 $E(\eta)$, 并设有如下的关系

$$\left. \begin{aligned} \psi &= bx^m F(\eta) \\ T &= cx^n G(\eta) \\ k &= dx^p K(\eta) \\ \varepsilon &= ex^q E(\eta) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

以得出以下的关系式

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{1}{x} \eta, \quad \frac{\eta}{r} = ax^{-1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{l}{x} \frac{d}{d\eta}, \quad \frac{\partial}{\partial r} = ax^{-l} \frac{d}{d\eta}$$

$$u = a^2 b x^{m-2l} \frac{F'}{\eta}, \quad v = -abx^{m-l-1} \left(\frac{mF}{\eta} - lF' \right)$$

$$\nu_{i*} = C_{\mu} \left(\frac{2KK'}{E} - \frac{K^2 E'}{E^2} \right)$$

式中 $\nu_{i*} = C_{\mu} \frac{K^2}{E}$, 为无量纲涡粘性系数; “'”表示对 η 的导数。

将上述诸关系式代入方程(2.2)~(2.5)中, 得

$$x^{2m-4l-1} [(m-2l)\eta^{-2} F'^2 + m\eta^{-3} F F' - m\eta^{-2} F F''] = \frac{\alpha g c}{a^4 b^2} x^q G \\ + \frac{d^2}{be} x^{2p-q+m-4l} [\nu_{i*} (\eta^{-1} F')' - \eta^{-1} \nu_{i*} (\eta^{-1} F')' + \eta^{-1} \nu_{i*} F'''] \quad (3.4)$$

$$x^{m+n-2l-1} \eta^{-1} (nF'G - mFG') = \frac{d^2}{be} x^{2p-q+n-2l} \frac{1}{P_{rt}} \left(\nu_{i*} \frac{G'}{\eta} \right. \\ \left. + \nu_{i*} G' + \nu_{i*} G'' \right) \quad (3.5)$$

$$x^{m+p-2l-1} \eta^{-1} [PF'K - mFK'] = \frac{a^4 bd}{e} x^{2m-8l+2p-q} \nu_{i*} \left(\frac{F'}{\eta} \right)^2 \\ + \frac{d^2}{be} x^{3p-q-2l} \frac{1}{\sigma_k} \left(\frac{1}{\eta} \nu_{i*} K' + \nu_{i*} K' + \nu_{i*} K'' \right) \\ - \frac{e}{a^2 bd} x^q E - \alpha g \frac{cd}{a^2 be} \frac{1}{P_{rt}} x^{2p+n-q-1} \nu_{i*} (nG - lG'\eta) \quad (3.6)$$

$$x^{m+q-2l-1} \frac{1}{\eta} (qF'E - mFF') = \frac{a^4 bd}{e} x^{2m-8l+p} C_{1s} \frac{E}{K} \nu_{i*} \left(\frac{F'}{\eta} \right)^2 \\ - \frac{e}{a^2 bd} x^{2q-r} C_{2s} \frac{E^2}{K} + \frac{d^2}{be} x^{2p-2l} \frac{1}{\sigma_s} \left[\frac{1}{\eta} \nu_{i*} E' + \nu_{i*} E' + \nu_{i*} E'' \right] \\ - \alpha g \frac{C_{1s}}{P_{rt}} \frac{cd}{a^2 be} x^{p+n-1} \nu_{i*} \frac{E}{K} [nG - lG'\eta] \quad (3.7)$$

由连续性方程(2.1), 将方程(2.3)改写成

$$\frac{\partial u T}{\partial x} + \frac{\partial v T}{\partial r} + T \frac{v}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\nu_i}{P_{rt}} \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

两边同乘以 $2\pi r$, 并沿断面积分有

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} 2\pi r u T dr + \int_0^{\infty} 2\pi r \frac{\partial v T}{\partial r} dr = 2\pi \int_0^{\infty} \left[r \frac{\nu_i}{P_{rt}} \frac{\partial T}{\partial r} - T v \right] dr$$

根据圆形卷流的边界条件

$$r=0, \quad v=0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0,$$

$$r \rightarrow \infty, \quad v=0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

可得

$$-\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} 2\pi r u T dr = 0$$

即热通量沿主流方向守恒。若以 B_1 表示出口处卷流的热通量, 并将相似函数代入, 可得

$$B_1 = \int_0^{\infty} 2\pi r u T dr = 2\pi b c x^{m+n} \int_0^{\infty} F' G d\eta \quad (3.8)$$

方程(3.4)~(3.7)存在相似解, 则要求

$$2m - 4l - 1 = n = 2p - q + m - 4l$$

$$m + n - 2l - 1 = 2p - q + n - 2l$$

$$m - 2l + p - 1 = 2m - 6l + 2p - q = 3p - q - 2l = q = 2p + n - q - 1$$

$$m + q - 2l - 1 = 2m - 6l + p = 2q - p = 2p - 2l = p + n - 1$$

$$m + n = 0$$

和

$$\frac{agc}{a^4b^2} = \frac{d^2}{be} = \frac{a^4bd}{e} = \frac{c}{a^2bd} = \frac{B_1}{bc} = \frac{agcd}{a^2bc} = 1$$

解得

$$l = 1, m = 5/3, n = -5/3, p = -2/3, q = -2$$

$$a = 1, b = (\alpha g B_1)^{1/3}, c = B_1^{2/3} / (\alpha g)^{1/3}$$

$$d = (\alpha g B_1)^{2/3}, e = \alpha g B_1$$

由此可知

$$\eta = r/x$$

$$\psi = (\alpha g B_1)^{1/3} x^{5/3} F(\eta)$$

$$T = B_1^{2/3} (\alpha g)^{-1/3} x^{-5/3} G(\eta)$$

$$K = (\alpha g B_1)^{2/3} x^{-2/3} K(\eta)$$

$$\varepsilon = (\alpha g B_1) x^{-2} E(\eta)$$

$$u = (\alpha g B_1)^{1/3} x^{-1/3} \frac{1}{\eta} F'(\eta)$$

$$v_t = (\alpha g B_1)^{1/3} x^{2/3} v_{t*}$$

和由方程(3.4)~(3.7)给出的相似函数应满足的方程为

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \frac{1}{\eta^2} F'^2 - \frac{5}{3} \frac{1}{\eta^3} F F'' + \frac{5}{3} \frac{1}{\eta^2} F F'' + G + v_{t*}' \left(\frac{1}{\eta} F' \right)' \\ - \frac{1}{\eta} v_{t*} \left(\frac{1}{\eta} F' \right)' + \frac{1}{\eta} v_{t*} F''' = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\frac{5}{3} \frac{1}{\eta} (F G') + \frac{1}{P_{rt}} \frac{1}{\eta} (\eta v_{t*} G')' = 0 \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\eta} \left(\frac{2}{3} F' K + \frac{5}{3} F K' \right) + v_{t*} \left(\frac{1}{\eta} F' \right)' + \frac{1}{\sigma_*} \frac{1}{\eta} (\eta v_{t*} K')' \\ - E + \frac{1}{P_{rt}} v_{t*} \left(\frac{5}{3} G + G' \eta \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{\eta} \left(2F'E + \frac{5}{3}FE' \right) + C_{1e} \frac{E}{K} \nu_{i*} \left(\frac{1}{\eta} F' \right)' + \frac{1}{\sigma_e} \frac{1}{\eta} (\eta \nu_{i*} E')' - C_{2e} \frac{E^2}{K} + \frac{1}{Pr_t} C_{1e} \nu_{i*} \frac{E}{K} \left(\frac{5}{3}G + G'\eta \right) = 0 \quad (3.12)$$

边界条件为

$$x \geq 0, r=0 \quad \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0$$

$$v=0$$

即 $\eta=0, F=(F'/\eta)'=G'=K'=E'=0$

$$x \geq 0, r \rightarrow \infty \quad u=T=k=\varepsilon=0$$

即 $\eta \rightarrow \infty \quad F'=G=K=E=0$

显然, 由方程 (3.9)~(3.12) 和边界条件得出的圆形卷流相似解, 仅决定于其出口热通量 B_1 , 而同出口雷诺数无关。

3.2 圆形射流

对于圆形射流的相似分析与圆形卷流类似, 只不过是取消同温度 T 有关的项。同时由动量通量守恒条件代替热通量守恒条件。这可将方程 (2.2) 沿断面积和相应的边界条件得到, 即

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty 2\pi r u^2 dr = 0$$

若记射流出口的动量为 M_1 , 则有

$$M_1 = \int_0^\infty 2\pi r u^2 dr = 2\pi a^2 b^2 x^{2m-2l} \int_0^\infty \frac{1}{\eta} F'^2 d\eta$$

若存在相似解, 则要求

$$2m-4l-1=2p-q+m-4l$$

$$m+p-2l-1=2m-6l+2p-q=3p-q-2l=q$$

$$m+q-2l-1=2m-bl+p=2q-p=2p-2l$$

$$2m-2l=0$$

$$\frac{d^2}{be} = \frac{a^4 bd}{e} = \frac{e}{a^2 bd} = \frac{M_1}{a^2 b^2} = 1$$

解得 $l=1, m=1, p=-2, q=-4$

$$a=1, b=M_1^{\frac{1}{2}}, d=M_1, e=M_1^{3/2}$$

则

$$\eta=r/x$$

$$\psi=M_1^{\frac{1}{2}} x F(\eta)$$

$$k=M_1 x^{-2} K(\eta)$$

$$\varepsilon=M_1^{3/2} x^{-4} F(\eta)$$

$$u=M_1^{\frac{1}{2}} x^{-1} \eta^{-1} F'(\eta)$$

$$\nu_i=M_1^{\frac{1}{2}} \nu_{i*}$$

$$\frac{1}{\eta^2} F'^2 - \frac{1}{\eta^3} F F' + \frac{1}{\eta^2} F F'' + \nu_{i*} \left(\frac{1}{\eta} F' \right)' - \frac{1}{\eta} \nu_{i*} \left(\frac{1}{\eta} F' \right)'$$

$$+\frac{1}{\eta}v_{t*}F'''=0 \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{\eta}(2F'K+FK')+v_{t*}\left(\frac{1}{\eta}F'\right)'+\frac{1}{\sigma_k}\frac{1}{\eta}(\eta v_{t*}K')'-E=0 \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\eta}(4F'E+FE')+C_{1e}\frac{E}{K}v_{t*}\left(\frac{1}{\eta}F'\right)'' \\ -C_{2e}\frac{E^2}{K}+\frac{1}{\sigma_e}\frac{1}{\eta}(\eta v_{t*}E')'=0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} \eta=0 \quad F=(F'/\eta)'=K'=E'=0 \\ \eta\rightarrow\infty \quad F'=K=E=0 \end{aligned}$$

显然,由方程(3.13)~(3.15)和边界条件得出的圆形射流相似解,仅决定于其出口的动量 M_1 而同出口雷诺数无关。

四、有限分析法

首先我们将常微分方程进行转换。令 $F'/\eta=H$, $d\eta=v_{t*}d\xi$, 对于圆形卷流方程(3.9)~(3.12)转换为

$$\eta=\int_0^\xi v_{t*}d\xi \quad (4.1)$$

$$F=\int_0^\xi H\eta v_{t*}d\xi \quad (4.2)$$

$$H_{\xi\xi}+\left(\frac{5}{3}\frac{F}{\eta}+\frac{v_{t*}}{\eta}\right)H_\xi+Gv_{t*}+\frac{v_{t*}}{3}H^2=0 \quad (4.3)$$

$$G_{\xi\xi}+\left(\frac{5}{3}P_{rt}\frac{F}{\eta}+\frac{v_{t*}}{\eta}\right)G_\xi+\frac{5}{3}P_{rt}GF_\xi=0 \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} K_{\xi\xi}+\left(\frac{5}{3}\sigma_k\frac{F}{\eta}+\frac{v_{t*}}{\eta}\right)K_\xi+\sigma_kH_\xi^2+\frac{2}{3}\sigma_kHv_{t*} \\ -Ev_{t*}\sigma_k+\frac{v_{t*}}{P_{rt}}\sigma_k\left(\frac{5}{3}Gv_{t*}+G_\xi\eta\right)=0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} E_{\xi\xi}+\left(\sigma_e\cdot\frac{5}{3}\frac{F}{\eta}+\frac{v_{t*}}{\eta}\right)E_\xi+2HEv_{t*}\sigma_e+C_{1e}\frac{E}{K}H_\xi^2\sigma_e \\ -C_{2e}\frac{E^2}{K}\sigma_e v_{t*}+\frac{1}{P_{rt}}C_{1e}v_{t*}\frac{E}{K}\left(\frac{5}{3}Gv_{t*}+G_\xi\eta\right)=0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

对于圆形射流,在相应的边界条件下,首先将(3.13)~(3.15)变换成

$$\eta=\int_0^\xi v_{t*}d\xi \quad (4.7)$$

$$F=\int_0^\xi H\eta v_{t*}d\xi \quad (4.8)$$

$$H_{\xi\xi}+\left(\frac{F}{\eta}+\frac{v_{t*}}{\eta}\right)H_\xi+H^2v_{t*}=0 \quad (4.9)$$

$$K_{\xi\xi} + \frac{(\sigma_k F + \nu_{i*})}{\eta} K_{\xi} + 2\sigma_k H K \nu_{i*} + \sigma_k H_{\xi}^2 - E \nu_{i*} = 0 \quad (4.10)$$

$$E_{\xi\xi} + \frac{(\sigma_k F + \nu_{i*})}{\eta} E_{\xi} + 4H E \nu_{i*} \sigma_k + C_{1e} \frac{E}{K} H_{\xi}^2 \sigma_k - C_{2e} \frac{E_1}{K} \nu_{i*} \sigma_k = 0 \quad (4.11)$$

式(4.1)~(4.6)和(4.7)~(4.11)就构成了圆形卷流和射流相互耦合的控制方程。在相应的边界条件下,可迭代求其数值解。

上述两组常微分方程可写成为下列统一形式

$$\phi_{\xi\xi} = 2B\phi_{\xi} + f \quad (4.12)$$

方程(4.12)是非线性的,我们做如下的线性化处理

$$\phi_{\xi\xi}^{n+1} = 2B^n \phi_{\xi}^{n+1} + f^n \quad (4.13)$$

上标分别表示 $(n+1)$ 次和 (n) 次计算值,为简便起见,在下述的分析中不再写出。

对方程(4.13)应用有限分析法进行数值计算。设计算区域为 $0 \leq \xi \leq \xi^*$ (通过数值计算试验得出,取 $\xi^* = 500$ 可满足圆形卷流和射流扩展所需的计算范围),取无量纲步长为 h ,则在 $\xi \leq |h|$ 的区域内方程(4.13)的解为

$$\phi = a_1 (\exp [2B\xi] - 1) + b_1 - \frac{f}{2B} \xi \quad (4.14)$$

由 $\xi = h$, $\phi = \phi_{i+1}$ 和 $\xi = -h$, $\phi = \phi_{i-1}$ 代入上式求出 a_1 和 b_1 ,最后得

$$\phi_i = C_{i-1} \phi_{i-1} + C_{i+1} \phi_{i+1} + C_f f \quad \left(i = 2, \dots, -\frac{\xi^*}{h} \right) \quad (4.15)$$

式中

$$C_{i-1} = \frac{\exp[Bh]}{\exp[Bh] + \exp[-Bh]},$$

$$C_{i+1} = \frac{\exp[-Bh]}{\exp[Bh] + \exp[-Bh]},$$

$$C_f = (C_{i+1} - C_{i-1}) \frac{h}{2B}$$

在整个计算域中,其系数矩阵为三对角矩阵,故采用追赶法求解。

五、成果和讨论

应用前述数学模型和数值方法得出圆形射流和卷流的各物理量相似函数,分别绘于图1~图6中。

5.1 圆形射流

图1中,左侧为计算得到的速度相似函数,右侧为 u/u_c 的横断面分布,其中 u_c 表示射流的中心线上的速度。Reichardt^[5]给出的实验值也绘在图中,可以看出两者的吻合是令人十分满意的。

图2为计算给出的湍动能及其耗散率相似函数的分布,结果表明,湍动能及其耗散率在靠近对称轴附近,其值变化不大,也就是说其分布没有峰值,可惜没有相似函数形式的试验资料对比。

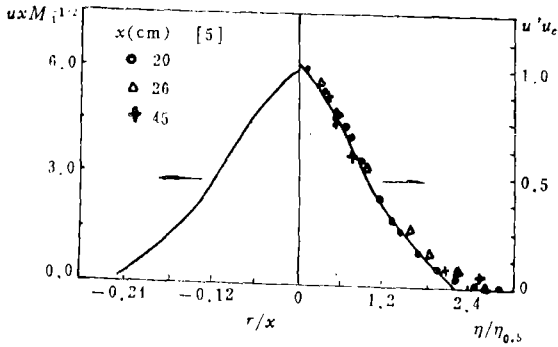


图1 圆形射流流速相似函数及流速分布

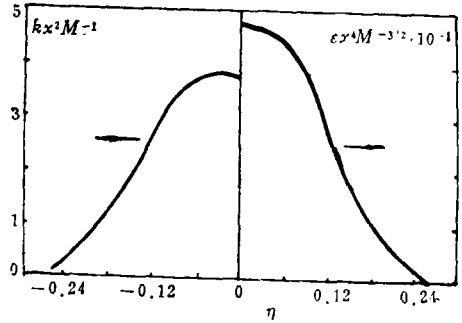


图2 圆形射流湍动能及其耗散率相似函数的分布

5.2 圆形卷流

为了研究湍流普朗特数对卷流物理量的影响，分别取 $Pr_t = 0.4, 0.6, 1.0$ 进行了计算，所得出的速度相似函数，温度相似函数和湍动能及其耗散率的相似函数分别绘于图3~图6中，从这些图中看出卷流的物理量对所考虑的普朗特数范围是较为敏感的。George^[6] 和 Rouse^[7] 的试验资料也会绘在图3和图4中，由图可看出以 $Pr_t = 0.4$ 的计算值似试验吻合最好，这比平面卷流中 $Pr_t = 0.8$ 为小，其原因有待于进一步探讨。

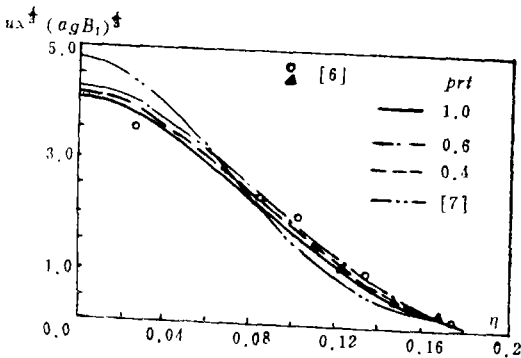


图3 圆形卷流速度相似函数分布

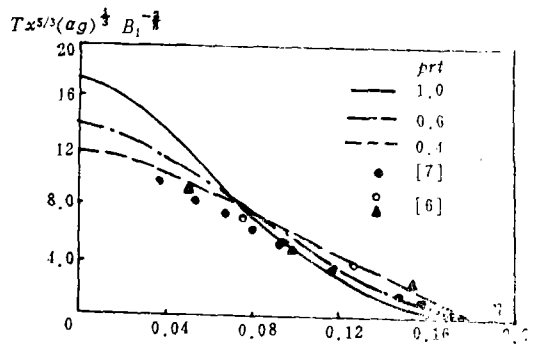


图4 圆形卷流温度相似函数分布

图5和图6分别为圆形卷流湍动能及其耗散率相似函数的分布图，图中给出了其值随 Pr_t 的变化情况。由图5和图6可知，湍动能在 $\eta = 0.05$ 附近达到最大值，湍动能耗散率最大值出现在 $\eta = 0.045$ 附近，但可惜没有湍动能及其耗散率的试验资料，以致无法比较。

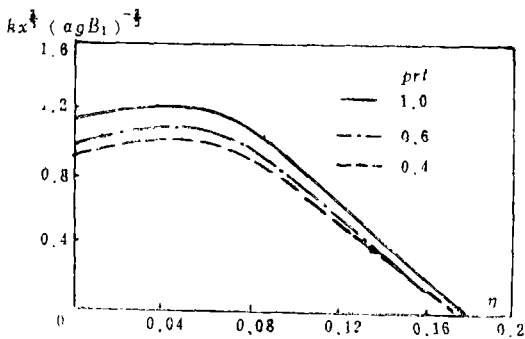


图5 圆形卷流湍动能相似函数分布

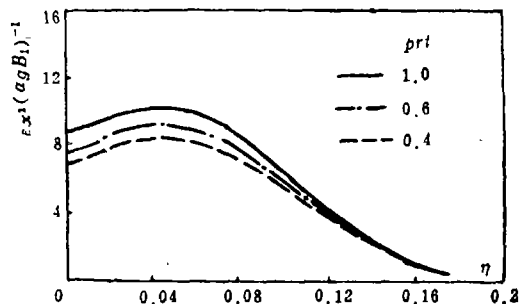


图6 圆形卷流湍动能耗散率相似函数分布

六、结 论

应用 $k-\varepsilon$ 湍流模式, 并计及浮力效应所建立的圆形卷流及射流的数学模型, 给出的速度, 温度和湍动能相似函数同试验资料基本吻合, 证实这一模型的正确性; 也表明在圆形卷流相似分析中, 必须考虑浮力对湍动能及其耗散率的影响和热通量守恒条件。运用了有限分析法, 求解了两组常微分方程组, 计算工作量小, 精度高。对于圆形射流, 计算结果与试验值吻合的程度是令人十分满意的; 而对于卷流, 普朗特数 Pr_t 为 0.4, 这和平面卷流相比, 其值偏小, 原因何在有待进一步探讨。

参 考 文 献

- [1] 槐文信, 静止环境中的射流、卷流和浮力射流, 武汉水利电力学院博士论文, (1991)。
- [2] Palfay, A. T. et al, Similarity solutions for plane and radial jets using a $k-\varepsilon$ turbulence model, *Trans. ASCE, J. of Fluid Engineering*, 107(1985), 79—85.
- [3] 福嶋祐介, 乱流モデルに於ける傾斜壁面密度噴流の解析, 土木学会论文集, 第399号/Ⅰ-10, (1988), 65—74.
- [4] 福嶋祐介, $k-\varepsilon$ 乱流モデルに於ける平面二次元密度噴流と噴流の相似解析, 土木学会论文集, 第405号/Ⅰ-11, (1989) 147—154.
- [5] Reichardt, H., Gesetzmäßigkeiten der freien turbulenz, *ZAMM*, 21(1944), 268.
- [6] George, W. K. et al, Turbulent measurement in an axisymmetric buoyant plume, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 20(1977), 1145—1154.
- [7] Rouse, H. et al., Gravitational convection from a boundary source, *Tellus*, 4 (1952), 201—210.

Similarity Solutions of Round Jets and Plumes

Huai Wen-xin, Li Wei

(Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, Wuhan)

Abstract

The $k-\varepsilon$ turbulence model, considering the effect of buoyancy on turbulent kinetic energy and its dissipation rate, is adopted to present a mathematical model for round plumes and jets. There are similarity solutions in the uniform environment. Taking into account the conservation of momentum and heat flux, FAM is applied to obtain the similarity functions of velocity, temperature and turbulent kinetic energy. The agreement between the calculated and experimental data is good.

Key words Jets, environmental hydraulics, similarity solutions.