

空化现象的模拟准则*

黄景泉

(西安 西北工业大学, 1991年4月26日收到)

摘 要

本文在现有理论上导出空化现象的模拟准则, 为模拟空化现象提供依据。

关键词 空化 模拟 相似准则

一、问题的提出

在空化现象的研究中, 由于相关因素众多, 且关系复杂, 单纯的理论描述和数值计算是十分困难的。迄今为止, 空化现象的研究基本上是以实验手段为主。模拟理论占有十分重要的地位。

在通常的空化模型试验中, 描述空化现象的相似准则是空化数 K

$$K = (p_{\infty} - p_v) / (\rho V_{\infty}^2 / 2) \quad (1.1)$$

其中, p_{∞} 和 V_{∞} 是来流未扰动处的压力和速度; ρ 和 p_v 分别是液体的密度和饱和蒸汽压力。

由式(1.1)看出, 同一个 K 值可以有不同的 V_{∞} , p_{∞} 组合。但就空化现象而言, V_{∞} 与 p_{∞} 二者并不是等价的。实际上空化数只是欧拉数相似准则的相容表达, 并不能概括整个空化现象的模拟。

作者曾在西北工业大学水洞中对某细长回转体模型进行了空化噪声的测试^[1]。图1给出两条空化噪声的测试曲线。二者为同一模型, 流速和压力各不相同, 但空化数 K 的数值是相等的。

由图1可以看出, 在具有相同的空化数条件下, 其空化噪声却相差甚远。空化噪声的明显差异表征着两个空化过程的明显差异。这也就是说, 空化数与空化现象之间并不存在着确定的依赖关系。因此, 寻求完整而准确的模拟准则乃是空化现象研究的重要课题之一。本文拟在现有理论水平上导出空化现象的模拟准则。

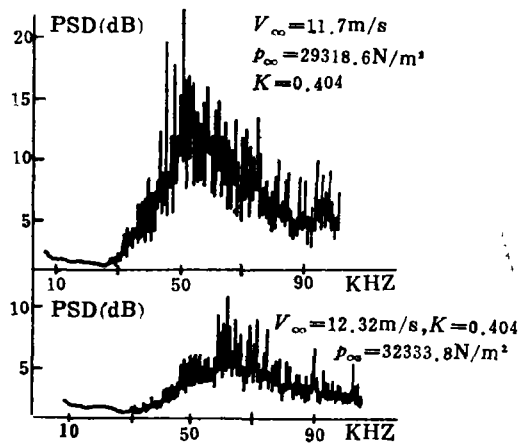


图 1

* 钱伟长推荐。

二、单个空泡在自由流场中的运动控制方程式^[2~4]

基本假定

1. 近似地认为空泡在整个运动过程中保持球形；
2. 由于空泡尺度很小，空泡的存在不影响原来的流场；
3. 空泡内气体状态的变化视为等温过程；
4. 不考虑热力学过程。

在上述基本假定下，自由流场中单个空泡的运动控制方程可以列出如下：

空泡质心运动方程

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{3}{4R}(\mathbf{u}-\mathbf{v})|\mathbf{u}-\mathbf{v}|C_d + \frac{3(\mathbf{u}-\mathbf{v})}{R} \frac{dR}{dt} - \frac{3}{\rho}\nabla p + 2g\mathbf{k} \quad (2.1)$$

空泡径向运动方程

$$R\dot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 - \frac{|\mathbf{u}-\mathbf{v}|^2}{4} = \frac{1}{\rho} \left(p_R - \frac{2\sigma}{R} - p_\infty \right) - \frac{4\nu\dot{R}}{R} \quad (2.2)$$

气体扩散方程

$$R^3 p_g - R^3 p_{g0} = \frac{6\sqrt{\pi/3} T_g B}{\pi \mu_g} \int_{t_0}^t (C_0 - C_1) \left(\frac{3D|\mathbf{u}-\mathbf{v}|}{2R} \right)^{1/2} R^2 dt \quad (2.3)$$

汽液相变方程

$$\rho \left(R\dot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right) + J_{ev} \left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho} \right) - \frac{d}{dt} (RJ_{ev}) + p_\infty - 4\nu\rho \frac{\dot{R} - J_{ev}/\rho}{R} - p_R = 0 \quad (2.4)$$

初始条件与边界条件

(2.5)

其中， \mathbf{v} 为空泡质心速度； R 为空泡半径； \mathbf{u} 为液体速度； C_d 为空泡阻力系数； p 为液体压力； g 为重力加速度； \mathbf{k} 为铅直向下的单位矢量； $p_R = p_v + p_g$ 空泡内混合气(汽)体压力； p_g 、 p_{g0} 为泡内气体压力及其初值； σ 为水的表面张力系数； ν 为液体运动粘性系数； T_g 为空泡内气体的绝对温度； B 为气体普适常数； μ_g 为气体分子量； C_0 为液体中平均溶解气体浓度； C_1 为空泡壁处液体溶解气体浓度； D 为气体扩散系数； J_{ev} 为液体的蒸发量； ρ_g 为气体密度。

三、空泡运动状态的模拟准则

现象相似的充要条件是：边界条件和初始条件相似，满足同一微分方程式。

给定相似常数如下(脚标 H 表示原型参量， m 表示模型的对应参量)：

$$\left. \begin{aligned} R_H &= C_R R_m, \quad t_H = C_t t_m, \quad (\mathbf{u}-\mathbf{v})_H = C_{\Delta u} (\mathbf{u}-\mathbf{v})_m \\ \rho_H &= C_\rho \rho_m, \quad p_{RH} = C_{pR} p_{Rm}, \quad \sigma_H = C_\sigma \sigma_m \\ p_{\infty H} &= C_{p\infty} p_{\infty m}, \quad \nu_H = C_\nu \nu_m, \quad \mathbf{v}_H = C_v \mathbf{v}_m \\ p_H &= C_p p_m, \quad p_{gH} = C_{pg} p_{gm}, \quad T_{gH} = C_{Tg} T_{gm} \\ B_H &= C_B B_m, \quad D_H = C_D D_m, \quad C_H = C_C C_m \\ J_{evH} &= C_{J_{ev}} J_{evm}, \quad \rho_{gH} = C_{\rho_g} \rho_{gm} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

依式(3.1),对自由流场中单个空泡的运动控制方程式(2.1), (2.2), (2.3)及(2.4)分别进行相似变换,并得出相应的相似准数为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{R^2 \rho}{t^2 p_\infty}, \quad \frac{|\mathbf{u}-\mathbf{v}|^2 \rho}{p_\infty}, \quad \frac{p_R}{p_\infty}, \quad \frac{\sigma}{p_\infty R}, \quad \frac{\rho v}{t p_\infty} \\ \frac{|\mathbf{u}-\mathbf{v}| t}{R}, \quad \frac{|\mathbf{u}-\mathbf{v}|}{v}, \quad \frac{p t}{R \rho v}, \quad \frac{T_g B C D^{\frac{1}{2}} |\mathbf{u}-\mathbf{v}|^{\frac{1}{2}} t}{R^{3/2} p_g} \\ \frac{J_{e_v}}{\rho_g p_\infty}, \quad \frac{J_{e_v}}{\rho p_\infty}, \quad \frac{R J_{e_v}}{t p_\infty}, \quad \frac{v J_{e_v}}{R p_\infty} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

在常温下, J_{e_v} 是一个很小的量^[5], 如果令 $J_{e_v}=0$, 则方程式(2.4)即为熟知的Rayleigh-Plesset方程(亦即方程式(2.2)的简化形式)。因而, 在通常的情况下由方程式(2.4)所得出的相似准数(即式(3.2)中最后四个相似准数)可以不予考虑。

式(3.2)给出了自由流场中单个空泡运动状态的模拟准数。在实际中, 空泡总是以群体的形式出现, 有关群体因素的模拟将在边界条件和初始条件的模拟中体现。

四、边界条件的模拟准则

空化现象是在流动中产生的。流动的速度场和压力场可视为空化现象的边界条件。众所周知, 可压缩流体保持流体力学相似的准数为:

$$\left. \begin{aligned} L/ut=Sh & \quad (\text{斯特鲁哈数}) \\ u^2/gL=Fr & \quad (\text{佛鲁德数}) \\ p/\rho u^2=Eu & \quad (\text{欧拉数}) \\ uL/\nu=Re & \quad (\text{雷诺数}) \\ u/a=Ma & \quad (\text{马赫数}) \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

其中, L 为长度; a 为波速(液体中音速)。

五、初始条件的模拟准则

空泡的起始、发育及溃灭过程与初始时刻水流中自由气核的数量及尺度有关。应当保持原型、模型中自由气核的数目及尺度相似。为此应有^[6]

$$N(R_0)_H = N(R_0)_m \quad (5.1)$$

其中, $N(R_0)$ 为气核密度函数(单位体积水样中半径为 R_0 的气核个数)。

完整的空化现象的模拟, 除保持原型、模型流场几何相似条件而外, 还应当保持式(3.2), (4.1)及(5.1)所列出的19个相似准数一一对应相等。当然, 在具体模拟时, 可以有所取舍。

应当指出, 由于原始方程式(2.1), (2.2), (2.3)及(2.4)的近似性, 即使全部满足上述相似准则, 空化现象的模拟试验也并非原型的精确再现。

参 考 文 献

- [1] 黄景泉等, 空化噪声的实验研究, 水动力学研究与进展, 3(4) (1988), 8—15.
- [2] 许卫新, 单气泡在自由流场和边界层流场中运动的水动力学计算及其空化行为, 水动力学研究与进展, 2(3) (1987), 19—32.

- [3] 黄景泉, 空化起始条件的确定, 应用数学和力学, 10(2) (1989), 155—159.
- [4] Акулчев В. А., *Кавитация, в Криотенны и Кипящих Жидкостях*, Издательство Наука, Москва (1978).
- [5] Matsumoto, Y., Contribution of homogeneous condensation inside cavitation nuclei to cavitation inception, International Symposium on Cavitation Inception (1984).
- [6] 潘森森, 气核尺度分布谱, 水动力学研究与进展, 2(2) (1987), 57—65.

The Analogue Simulation Criterion of the Cavitation

Huang Jing-chuan

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an)

Abstract

Employing the available theory, the analogue simulation criterion of the cavitation is introduced to provide the basis for the analogue simulation of the cavitation.

Key words cavitation, analogue, simulation criterion