

多级透水板消波的一个特解*

王 晋 军

(北京航空航天大学流体力学研究所, 1991年2月1日收到)

摘 要

本文对无限长常水深平底渠道中一小振幅入射波经由多个间隔相等、透水性能一致的细孔透水板的反射和透射进行了研究, 得到了相邻两板间距 l 为入射波半波长的倍数时的一个特解. 结果表明, 当无量纲的孔隙影响参数 G_0 等于透水板个数的一半时消波效果最佳, 入射波能量的 50% 能被消掉, 此时反射波与透射波的振幅相等.

关键词 波动 小振幅波 线性波 入射波 消波 透水板

一、前 言

最近, Chwang^[1], Chwang 和 Li^[2], Chwang 和 Dong^[3], 李炜和王晋军^[4~6], 鲁传敬和何友声^[7]及王晋军^[8~10]发表了一系列有关由透水造波板产生的小振幅波动及透水板消波的文章. 对于活塞式透水造波板, 当透水板与不透水端板的间距 l 为行进波半波长的倍数, 即

$$l = m\lambda/2 \quad (m=1, 2, 3, \dots) \quad (1.1)$$

时, 将有波的陷井现象发生^[2,5,9]. 式中 λ 为行进波的波长, m 为正整数. 李炜和王晋军^[6]把上述结论推广到了由有限多个透水性能一致、间距均为 l 的透水板组成的造波系统中, 而当不透水端板作活塞式活动时, 在式 (1.1) 成立的条件下, 将有波的不变性现象发生^[4,8]. 在对入射波经由透水板反射的研究中, Chwang 和 Dong^[3]发现, 当透水板与不透水端板的间距 l 为入射波 $1/4$ 波长加半波长的倍数, 即

$$l = \lambda/4 + m\lambda/2 \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (1.2)$$

时, 反射波的振幅最小. 当透水板为粗孔板时, 得到了相同的结论^[8]. 此外, 当 l 为入射波半波长的倍数时, 将有驻波现象发生^[8]. 鲁传敬和何友声^[7]研究了透水曲壁对水波的反射和透射, 结果表明设计合理的透水曲壁对于一定频率范围的水波具有优良的消波能力. 对于无限长渠道, 入射波经由一个透水板时, 最多只有入射波能量的一半被消掉, 此时 $G_0=0.5$. 当入射波经由两个透水性能一致、间距为 l 的透水板时, 若式 (1.2) 成立, 则反射波和透射波的振幅都取最小值, 且当 $G_0=0.707$ 时入射波能量的 83.6% 将被消掉; 若式 (1.1) 成立, 则反射波和透射波的振幅均取最大值, 且当 $G_0=1.0$ 时入射波能量的 50% 将被消掉^[10], 这时的

* 何友声推荐.

消能效果与一个透水板在 $G_0=0.5$ 时的结果相同。

本文采用分离变量法,得到了入射波经由有限多个透水性能一致、间隔为 l 的透水板的透射和反射在满足式(1.1)时的一个特解,结果表明,最多能消掉入射波能量的一半。

二、定解问题及其解

如图1所示,在无限长渠道中,在 $x=0, -l, -2l, \dots, -(j-1)l$ 处分别置一透水性能一致的细孔透水板,这样将整个渠道分为 $x>0, (0, -l), (-l, -2l), \dots, [-(j-2)l, -(j-1)l], x<-(j-1)l$ 共 $(j+1)$ 个区域。现有一入射波沿 x 轴负向向细孔板传布,波形为

$$\eta_0 = a \sin(\omega t + k_0 x) \quad (a \ll h) \quad (2.1)$$

式中 a 为入射波振幅,它远小于未扰动水深 h ; k_0 为入射波波数; ω 为入射波的圆频率; η_0 为相对于未扰动水面的入射波高度。

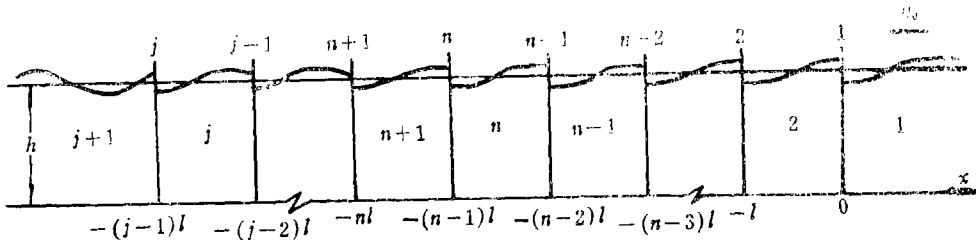


图1 透水板布置图

应用线性波理论,这类波动的定解问题是

$$\nabla^2 \Phi_n(x, y, t) = 0 \quad (n=1, 2, \dots, j+1) \quad (2.2)$$

$$\Phi_{n,y} = 0 \quad (y=0) \quad (2.3)$$

$$\Phi_{n,tt} + g\Phi_{n,y} = 0 \quad (y=h) \quad (2.4)$$

式中, Φ_n 为第 n 区域内的速度势函数; g 为重力加速度。

又因入射波为正弦波(周期性波动),从而有

$$\Phi_n(x, y, t) = \phi_n(x, y) e^{i\omega t} \quad (n=1, 2, \dots, j+1) \quad (2.5)$$

应用分离变量法我们求得

$$\phi_1 = A_0 \cosh k_0 y \exp[-ik_0 x] + A \cosh k_0 y \exp[ik_0 x] \quad (2.6)$$

$$\phi_n = (A_{n0} \cos k_0 x + B_{n0} \sin k_0 x) \cosh k_0 y \quad (n=2, 3, \dots, j) \quad (2.7)$$

$$\phi_n = A_{n0} \cosh k_0 y \exp[ik_0 x] \quad (n=j+1) \quad (2.8)$$

式中 $A_0, A_{n0} (n=2, 3, \dots, j+1), B_{n0} (n=2, 3, \dots, j)$ 为待定系数, k_0 满足

$$\omega^2 = gk_0 \tanh k_0 h \quad (2.9)$$

且有 $A = ag / \omega \cosh k_0 h \quad (2.10)$

依据Taylor^[11]线性定律,经由透水板的流体速度为

$$W_v = b\mu^{-1}(P_n - P_{n-1}) \quad (n=2, 3, \dots, j+1; v=n-1) [x=-(v-1)l] \quad (2.11)$$

式中, W_v 为流体通过第 v 块板的流速,方向与 x 轴正向相同; b 为具有长度量纲的物理量,其值由实验确定; μ 为流体的动力粘性系数; P_n, P_{n-1} 分别为第 n 区流体和第 $n-1$ 区流体作用在第 v 块板上的动水压力,且有

$$P_n = -i\rho\omega\phi_n \quad (n=1, 2, \dots, j+1) \quad (2.12)$$

从而, 我们得到

$$\phi_{n,x} = W_n \quad (n=1, 2, \dots, j) \quad [x = -(n-1)l] \quad (2.13)$$

$$\phi_{n,x} = \phi_{n-1,x} \quad (n=2, 3, \dots, j+1) \quad (2.14)$$

在式(1.1)成立的条件下, 由式(2.6)~(2.14), 我们得到

$$A_0 - A = B_{20}i \quad (2.15)$$

$$B_{n0} = B_{n+1,0} \quad (n=2, 3, \dots, j) \quad (2.16)$$

$$A_{j+1,0}i = B_{j0} \quad (2.17)$$

$$A - A_0 = G_0(A_0 + A - A_{20}) \quad (2.18)$$

$$B_{n0} = G_0i(A_{n0} - A_{n+1,0}) \quad (n=2, 3, \dots, j-1) \quad [x = -(n-1)l] \quad (2.19)$$

$$B_{j0} = G_0i(A_{j0} - A_{j+1,0}) \quad (2.20)$$

求解式(2.15)~(2.20), 我们得到

$$A_0 = Aj / (j + 2G_0) \quad (2.21)$$

$$A_{j+1,0} = 2AG_0 / (j + 2G_0) \quad (2.22)$$

式中 $G_0 = \rho b\omega / k_0\mu$ (2.23)

三、透射波和反射波

由式(2.21)~(2.22)知, 透射波振幅 a_T 及反射波振幅 a_R 分别为

$$a_T/a = 2G_0 / (j + 2G_0) \quad (3.1)$$

$$a_R/a = j / (j + 2G_0) \quad (3.2)$$

透射系数 C_T 和反射系数 C_R 分别为

$$C_T = 4G_0^2 / (j + 2G_0)^2 \quad (3.3)$$

$$C_R = j^2 / (j + 2G_0)^2 \quad (3.4)$$

设消能效率为 ε , 则有

$$\varepsilon = 1 - C_R - C_T \quad (3.5a)$$

从而有 $\varepsilon = 4jG_0 / (j + 2G_0)^2$ (3.5b)

由上式我们可得到消能效果最好时的条件为

$$G_0 = j/2 \quad (3.6)$$

上式说明, 当反映透水板材料特性的无量纲参数 G_0 等于透水板个数的一半时, 消能效果最佳, 由式(3.5b)及(3.6)得到 $\varepsilon = 50\%$ 。与Chwang和Dong^[3]及王晋军^[10]的结果相比较, 我们可以得到这样的结论, 在式(1.1)成立的前提下, 透水板个数的增加及透水性能的改变并不能改变最佳消能效果, 这在工程设计中具有重要的理论意义和实用价值。此外, 我们还发现, 虽然式(3.6)是在 $j \geq 2$ 的情形下得到的, 但也适用于 $j = 1$ 的情形。我们从并联电路中电阻的计算公式得到启示, j 块 $G_0 = j/2$ 的透水板对入射波的总影响相当于一块 $G_0 = 0.5$ 的透水板的作用, 这与Chwang和Dong^[3]及本文 $j = 1$ 所得结果一致, 说明在本文的条件下, 采用并联电路电阻计算的方法计算透水板总的无量纲影响参数是合适的。

将式(3.6)代入式(3.1)和(3.2), 我们得到反射波振幅与透射波振幅相等, 换句话说, 消能效果最佳时, 反射波和透射波具有相同的能量。

四、结 论

本文讨论了无限长渠道中多级透水板对入射波的影响,得到了两板间距为入射波半波长的倍数时的一个特解,并有以下几点结论。

1. 当透水板的无量纲影响参数 G_0 为板的个数的一半时,消能效果最佳,为 $\varepsilon=50\%$ 。Chwang和Dong^[3]的工作相当于本文 $j=1$ 的结果,是本文的一个特例。

2. 在式(1.1)成立的条件下,透水板个数及透水板性能的改变对最佳消能效果没有影响,这对实际工程应用具有重要的意义。

3. 消能效果最佳时,反射波和透射波振幅相等,多级透水板的总作用可按并联电路中计算电阻的方法来确定。

参 考 文 献

- [1] Chwang, A.T., A porous wavemaker theory, *J. Fluid Mech.*, **132** (1983), 395—406.
- [2] Chwang, A.T. and W. Li, A piston-type porous wavemaker theory, *J. Eng. Math.*, **17** (1983), 301—313.
- [3] Chwang, A.T. and Z.N. Dong, Wave-trapping due to porous plate, *Proc. 15th Symposium on Naval Hydrodynamics* (1984), 32—42.
- [4] 李炜、王晋军, 板的透水性对表面波波形的影响, *武汉水利电力学院学报*, (4) (1986), 76—86.
- [5] 李炜、王晋军, 摆动式透水造波板理论, *水动力学研究与进展*, **1**(2) (1986), 44—50.
- [6] 李炜、王晋军, 表面波的陷井现象和不变性现象之推论, *海洋学报*, **10**(3) (1988), 362—367.
- [7] 鲁传敬、何友声, 渗透薄壁对于水波的反射和透射, *水动力学研究与进展*, **3**(4) (1988), 70—76.
- [8] 王晋军, 透水板对入射波的影响, *水利水运科学研究*, **1**(10) (1990), 23—37.
- [9] Wang Jin-jun, A piston-type nonlinear porous wavemaker theory, *Proc. 7th Symposium on Coastal and Ocean Management*, California (1991).
- [10] Wang Jin-jun, Reflection and transmission of water waves by porous vertical plates, *Applied Scientific Research* (1990). (to appear)
- [11] Taylor, G. I., Fluid flow in regions bounded by porous surfaces, *Proc. Roy. Soc.*, **A234** (1956), 456—475.

A Special Solution of Wave Dissipation by Finite Porous Plates

Wang Jin-jun

(*Fluid Mechanics Institute, Beijing University of Aeronautics
and Astronautics, Beijing*)

Abstract

The reflection and transmission of water waves caused by a small amplitude incident wave through finite fine porous plates with equal spacing and permeability in an infinitely long open channel of constant water depth and zero slope are studied. A special solution is obtained when the distance between the two neighbouring plates is an integral multiple of the half-wavelength of the incident wave. It is found that when the dimensionless porous-effect parameter G_0 is equal to half the total plate number, the wave dissipation reaches a maximum, and only 50% of the incident wave energy remains in the reflected and transmitted waves. Meanwhile, the reflected and transmitted waves have the same amplitude.

Key words wave motion, small-amplitude wave, linear wave, incident wave, wave dissipation, porous plates