

# 试论应用数学的特征

秦元勋

(中国科学院应用数学研究所, 1990年2月15日收到)

## 摘 要

本文将纯粹数学与应用数学进行比较, 概括出应用数学固有的特征。

**关键词** 纯粹数学 应用数学 特征

应用数学是数学的一个分枝学科。它与纯粹数学同是数学的分枝学科, 因此, 它们有许多相同的特征, 例如研究的对象同为数与形, 研究的方法同为推理与运算等等。另一方面, 作为不同的分枝学科, 应用数学与纯粹数学又各有其侧重点, 亦即应用数学又有许多区别于纯粹数学的不同的特征。根据长期的实践, 可以概括出如下四个方面的特征。

一、问题的来源 纯粹数学着重从数学学科本身发展的需要去提出问题。例如在能解一次、二次、三次及四次方程之后, 提出对一般次数的方程的求解问题。又例如在研究了平面几何、立体几何之后, 提出对一般 $n$ 维空间的几何的研究等等。应用数学则着重从数学学科外部的其他学科所提出的数学问题。例如为了要定季节而开展天文历算中的数学问题。又例如为了适应市场竞争而引起的运筹决策中的数学问题等等。

问题的来源着重于从数学外部来的数学问题, 这是应用数学的第一个特征。

二、解决的方法 纯粹数学对问题的解决要求严格的逻辑推理和严格的运算过程。应用数学对问题的解决除了用严格的逻辑推理和运算过程外, 很多情况下还必须容许不完全严格的推理和运算, 这是由于下述四方面的客观原因所造成:

(甲) 由数学外部其他学科所形式的数学问题常常有许多不完全准确的方面, 例如数学模型中可能省略了许多物理因素, 使用的参数与数据可能不完全或有测量误差, 用计算机求解常有舍入误差、截断误差和误差的积累等等。这些不完全及不准确的因素使得应用数学家必须和不严格的对象打交道。例如用计算机进行数值气象预报便是如此;

(乙) 对数学外部提出的问题, 求解时又受到各种限制, 例如时间的要求, 经费的限制等等。纯粹数学的问题可以经过千年才解决, 例如用圆规及直尺经有限步骤三等分一任给的角的不可能性的证明便是如此。但是, 24小时气象预报, 却不能用48小时去计算。一些军事科学研究对时间的要求可能影响到战争的胜负, 等不及严格的求解;

(丙) 数学外部提出的实际问题常常也伴随着一定程度的误差的容许程度, 例如工程设计有一定的保险系数。这类情形也使得绝对严格的求解成为不必要, 只要保证在容许误差之

内即算完成任务；

(丁) 经常有这样的情况，问题有严格的数学解，但实际工作者感到不方便，宁可要不严格的但是简单的解。例如在广义相对论中，行星近日点的进动可用椭圆函数严格地表达出来，但所有的书上写的都是用“小参数法”求出的不严格的解，这便是一个人所共知的例子。工程书上这类例子是很普遍的。

容许用不完全严格的推理和运算去求解数学问题，这是应用数学的第二个特征。

**三、成果的肯定** 纯粹数学成果的肯定是依赖于每一个推理步骤和运算步骤的严格逻辑性来保证的。

应用数学的工作常常不能保证每一个步骤的完全严格性。最初看来，似乎应用数学家可以不受限制地进行工作了，其实不然。由于问题来自外部，因此，它的解答还必须回到数学外部去经受检验。类如日蚀、月蚀的推算是要经受观测结果去检验的，古代常有计算不符事实而使钦天监被杀的例子，美国第一颗氢弹计算威力低于实际威力使得日本渔民死亡，也是应用数学经受考验的一个例子。对物质生产的预测和对人口增长的预测不符合实际会给一个国家带来灾难，这也是人所共知的，因此，应用数学家经常要准备接受十分残酷的现实的检验，一点随意性都可能要负历史的责任。

成果的肯定要由数学外部的残酷的现实去决定，这是应用数学的第三个特征。

**四、进一步发展的方向** 纯粹数学发展的方向是由数学学科本身的发展需要来决定的。因此，例如空间形式的研究，从一维、二维、三维空间自然导致任意空间的研究。应用数学的问题既然着重于从数学外部来，而其成果又必须回到数学外部去经受检验，因此，它不能随意地推广，例如根据相对论，三维空间加上一维时间形成四维时空，它的线素还不是定号的，因此，应用数学家如果不研究这种四维时空，也就无法将他的成果回到现实的四维时空中去接受检验。一个问题如果有了解对于纯粹数学便算解决了问题。但从应用数学的角度看，取有限项时，误差的估计则是很关键的，因为真要使用这个成果时，不可能取无限项，工程师还得进一步加工，亦即使用这个成果还有困难。

不断追求来自数学外部的问题并发展可以得到满足这种问题的客观需要的解法，这是应用数学的第四个特征。

## On the Characteristics of Applied Mathematics

Qin Yuan-xun

(Institute of Applied Mathematics, Academia Sinica, Beijing)

### Abstract

In this paper, four aspects of particular characteristics of Applied Mathematics different from those of Pure Mathematics are summarized by comparison:

**Key words:** Pure Mathematics, applied mathematics, characteristics