

# 拓扑方法在叶栅三元流动分析中的应用(II) ——表面摩擦力矢量场和截面流线矢 量场图画拓扑分析\*

康 顺 王仲奇

(哈尔滨工业大学, 1989年4月21日收到)

## 摘 要

文中应用拓扑分析的方法, 分别绘制了在特定工况下压气机叶栅和透平叶栅的表面摩擦力线图, 以及弯管横截面和透平叶栅横截面的二次流场流线图。分析了叶栅三元粘性流场中的旋涡结构。

**关键词** 拓扑分析 分离流 三元流 显示 透平 压气机 旋涡

## 一、引 言

近几年来, 叶轮机机械气体动力学的研究工作得到迅速地发展。在理论研究和数值计算方面, 叶轮机机械气体动力学的研究已经从一维和二维流动发展到三维流动。从求解基于无粘假设的数学模型发展到直接求解全粘的NS方程, 在实验方面已越来越注重于流道内部流动特性的研究。流场特性的研究, 从进、出口截面深入到流道内部的任意截面。然而, 我们看到, 无论是从精细的流动显示和流场测量结果, 还是从直接的NS方程所得到的数值解, 常常会有两种或多种可能的解释。为了解决这一问题, 可借助于拓扑分析的方法定性给出速度场或壁面摩擦力线的分布图。

把拓扑学应用于流体力学领域是从研究极限流线的性状开始的。Sears<sup>[1]</sup>首次应用了“极限流线”这个非常重要的概念。紧贴物面的极限流场构成了一个环包整个物体的连续矢量场, 并与物面的摩擦力线具有相同的方向。Legendre<sup>[2]</sup>等人探讨了极限流线所构成的矢量场为连续的假设, 研究了这个矢量场中的有限个奇点的性质, 认为分离线是由鞍点出发而终止于分离结点的物面极限流线的渐近线。由于在分离线附近极限流线会迅速抬起, 远离壁面, 因而使极限流线在分离线邻近无定义, 所以Lighthill<sup>[3]</sup>建议用摩擦力线取代极限流线。由于物体表面上的摩擦力构成一个单值、连续的矢量场, 并且在物面任意一点均有定义, 所以可

\* 吴望一推荐。  
国家自然科学基金资助项目。

以比较容易地确定流场中可能出现的各种奇点。Hunt<sup>[4]</sup>把Lighthill等的研究成果应用于三维物体绕流中的任意截面的流场,并且给出了分析截面的速度矢量场或截面流线矢量场的方法。

为了把拓扑分析方法应用于分析叶轮机械内部流动的流谱,本文的第(I)部分对直列叶栅和环形叶栅建立了其流道内部表面摩擦力线矢量场,以及在流道内各个截面上流线矢量场的奇点数所服从的拓扑规律。在这一部分,我们将应用这些结果来定性分析叶栅流场中的流动图画。

## 二、奇点的分类和性质

无论是表面摩擦力线矢量场还是截面流线矢量场都是二维矢量场,故可表示为

$$dx = p_x dt \quad dy = p_y dt \quad (2.1)$$

其中 $p$ 可以是摩擦应力分量,也可以是速度分量。 $p_x = p_y = 0$ 的点为该矢量场的奇点。奇点可分为鞍点和结点两类。而结点包括焦点(螺旋结点)和中心结点。奇点的分类和性质取决于Jacobi  $J$ 和散度 $D$ 值的正负,此处 $J$ 和 $D$ 的定义为

$$J = \frac{\partial p_x}{\partial x} \frac{\partial p_y}{\partial y} - \frac{\partial p_x}{\partial y} \frac{\partial p_y}{\partial x}, \quad D = \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y}$$

$J < 0$ 的奇点为鞍点, $J > 0$ 的奇点为结点。通过结点(不包括中心结点)有无数条矢量线,其中矢量线指向结点的为分离结点( $D < 0$ ),即气流从该结点离开物面,而矢量线从结点伸向四周的为附着结点( $D > 0$ ),这表明气流从外流场进入该结点。在焦点处有无数条矢量线在其周围盘旋。若矢量线指向该点,则这个点为分离焦点( $D < 0$ );若矢量线背离该点,则这个点为附着焦点( $D > 0$ )。在奇点的周围,若摩擦力线形成一系列闭曲线,则该点为中心结点。中心结点无分离和再附之分。通过鞍点只有两条指向该点和两条背离该点的摩擦力线(称其为特性线),而其余各条摩擦力线则错过该点,并以指向或背离该点的特征线为渐近线。鞍点的典型作用是通过它的特征线把来自于其两侧的结点的摩擦力线分开,该特征线就像一个屏障,使其两侧的摩擦力线不能相遇。

在置于流场中的任何物体表面上,摩擦力矢量场中的奇点会有许多,然而正如Lighthill<sup>[5]</sup>所指出的那样,物体表面上所有可能的摩擦力线图,只有那些服从于拓扑规律的线图是可能存在的。根据Lighthill<sup>[5]</sup>, Wang<sup>[6]</sup>, Tobak和Peake<sup>[6]</sup>, 张涵信<sup>[7]</sup>等的研究,物体表面上各类奇点的分布和组合,以及奇点与摩擦力线间的关系服从下列规律:表面摩擦力线可由附着结点开始,而终止于分离结点;同一流动分类(分离式附着)的结点,不能直接组合,其间必有一鞍点;摩擦力线可以由鞍点开始,终止于分离正侧结点或分离螺旋结点;两个鞍点不能直接组合,其间必有一结点,这是拓扑结构稳定的充分条件;若分离线从奇点出发,该点必为鞍点;若分离线进入奇点,该点必为结点或螺旋结点;此外,分离线既可以从正常点起始,也可以进入正常点;在分离线上,结点和鞍点交替相间地出现,分离线上结点的总数,或者与鞍点总数相等,或者相差一个。按照这些规律,图1示出了一个高函道比涡扇发动机的风扇叶片吸力面及内环壁面上的摩擦力线图,与此图相对应的拟油流图画照片见文献[8]。

## 三、叶栅表面摩擦力线和截面流线的拓扑法则

为了便于分析,我们把下面将要用到的叶栅表面摩擦力线和截面流线的拓扑法则重写如

下(详见本文的第(I)部分)。

1) 在环形叶栅或平面叶栅的表面摩擦力  
 矢量场中

$$\sum N_i - \sum S_i = -2 \quad (3.1)$$

2) 在叶栅横截面二次流场中

$$(\sum N + 0.5\sum N') - (\sum S + 0.5\sum S') = 1 \quad (3.2)$$

其中下标“i”表示任一节距内的奇点数,

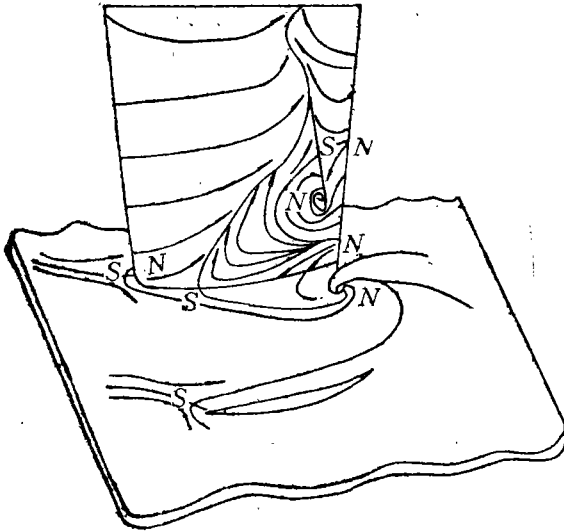


图1 风扇叶片吸力面及内环壁  
 面摩擦力线拓扑分析图

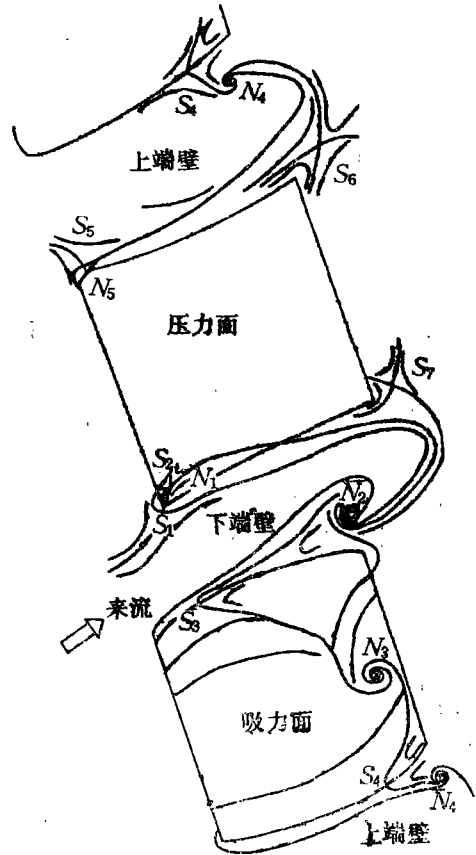


图2 压气机静叶栅表面摩擦力  
 线的拓扑分析流谱图

$\sum N, \sum N', \sum S, \sum S'$  分别表示总的结点数、半结点数、鞍点数和半鞍点数。

#### 四、叶栅表面摩擦力矢量场的流谱分析

##### 1. 压气机叶栅

根据文献[9]中图20给出的一个环形压气机静子叶栅表面流动的显示照片,可应用拓扑分析的方法,得到该叶栅表面摩擦力矢量场的拓扑分析图(图2)。由该图可见,在一个节距范围内,  $\sum N_i = 5, \sum S_i = 7, \sum N_i - \sum S_i = -2$ 。显然,该结果满足式(3.1)。

图1和图2表明,压气机叶栅流道中最显著的特点是在内环壁与吸力面拐角附近存在着分离流动,其分离流动的区域随着冲角的增大而增大。在外环壁与吸力面的拐角处,也存在着类似的分离流动,但分离区比较小,有时甚至不太明显。在叶片的吸力面上,无论是在分离区内,还是在分离区外,都存在着明显的径向流动,特别是在靠近内环壁的一侧,吸力面附近的径向流动更为严重。而在压力面上的大部分区域,流动则保持着二维特性。

由文献[9]中的图20可以看到,压气机叶栅中流动的另一特点是端壁和吸力面附近都存在着回流。在吸力面上,回流来自于叶片压力面边界层,它绕过后缘,沿着吸力面朝着前缘的方向流动。由于回流的发生,使得在吸力面和环壁的摩擦力矢量场中均存在有螺旋结点(图

2), 即存在着鞍点—螺旋结点型分离流动结构, 在这种结构中, 起始于三维分离线的分离涡面, 环绕螺旋结点, 形成螺旋涡运动, 而螺旋结点在此运动中起到了形成螺旋涡核的作用。螺旋涡的涡量由分离涡面的涡量决定。在螺旋结点处压力取极小值, 因而油流积于此点。与透平叶栅中的流动情况相类似, 在压气机叶片端部前缘区域内, 也存在着鞍点分离, 形成马蹄涡。其分离线的压力边分支和吸力边分支都终止于相邻流道端壁上的螺旋结点(文献[9]图20)。

## 2. 透平叶栅

在一般情况下, 透平叶栅流道内的流动是顺压流动(即使有逆压也很小), 在叶片表面和环壁附近很少发生回流现象, 因而在其表面摩擦力矢量场中, 很少出现像压气机叶栅中那样的螺旋结点。对于透平叶栅, 在端壁的前部, 几乎都会发生边界层分离。分离后的边界层卷绕成马蹄涡, 该马蹄涡无论从尺度上还是强度上都比压气机叶栅中的马蹄涡大。随着冲角和叶片形状的变化, 在透平叶片根部前缘区域会形成数个旋涡<sup>[10, 11, 12]</sup>。马蹄涡的两个分支沿着流道向下游伸展, 并且在流道内横向压力梯度的作用下, 与通道涡合并在一起, 成为通道涡的一部分。马蹄涡轴线的形状和位置与流道中的横向压力梯度密切相关, 对弯度较小且冲角不很大的喷管叶栅, 马蹄涡的两个分支将一直伸向叶栅的下游<sup>[13, 14]</sup>。当叶片的弯度或正冲角较大时, 流道中的横向压力梯度也相应较强, 此时, 马蹄涡的压力边分支将横向掠过流道, 伸向流道的吸力边。在此过程中, 马蹄涡的压力边分支将卷入进口边界层中的大部分低能流体, 使其成为通道涡的一部分。然后, 马蹄涡的压力边分支随着通道涡一起贴着吸力面伸向下游, 并导致吸力面边界层发生分离。在马蹄涡的压力边分支从前缘分离鞍点向下游的发展过程中, 其涡核逐渐远离端壁, 远离的程度与叶型的弯度和气流的冲角有关。在流道内的大部分横截面内, 马蹄涡的压力边分支的核心都几乎与通道涡的核心一致<sup>[14, 15]</sup>。而马蹄涡的吸力边分支则依据流动条件的不同, 或者在叶片前缘紧下游由吸力边与端壁形成的拐角处消失<sup>[12, 15]</sup>, 或者沿着由吸力边与端壁形成的拐角伸向下游<sup>[16]</sup>, 或者与相邻叶片前缘的马蹄涡压力边分支相互缠绕着伸向下游<sup>[14, 17]</sup>。

图3表示小展弦比矩形透平叶栅表面摩擦力场的拓扑分析图, 此图是根据文献[14]中图5所示的叶栅的油流显示照片得到的。在图3中  $\sum N_i - \sum S_i = 10 - 12 = -2$ , 与式(3.1)相符。由于矩形叶栅中的流动是上、下对称的, 因此, 该图中只描绘了下半叶展范围内表面摩擦力线及其奇点。

由图3可见, 端壁上有两个分离鞍点, 由此伸出了两条跨过流道的分离线, 这表明, 前缘涡系由四个涡组成<sup>[10, 12]</sup>, 其中第二条分离线(靠近叶片前缘的分离线), 在一般情况下较弱, 只有在高负荷叶栅中的流动条件下才比较明显。第二条分离线起始于第二个分离点(靠近叶片前缘的鞍点), 在流道内横向压力梯度的作用下, 掠过流道, 伸向吸力边, 然后沿着吸力边与端壁形成的拐角区延伸到下游。该分离线的后半部分, 就是许多作者<sup>[14, 15]</sup>观察到的吸力边与端壁形成的拐角处角涡的分离线。角涡所卷入的低能流体的一部分来自于前缘涡系中的反向涡。第一条分离线从鞍点伸出以后, 在流道内横向压力梯度的作用下, 也横向掠过流道, 伸向吸力边。由于通道涡(包括马蹄涡的吸力边分支)的诱导作用, 使吸力面上的边界层发生分离, 从而使第一条分离线沿着吸力面向下游运动, 并且逐渐远离端壁(图3)这条分离线是通道涡或马蹄涡压力边分支(当马蹄涡的涡核与通道涡的涡核一致时)的“离地线”。需要指出的是, 在图3中的吸力边与端壁形成拐角区, 未发现文献[10]所提到的 $S_3$ 分离

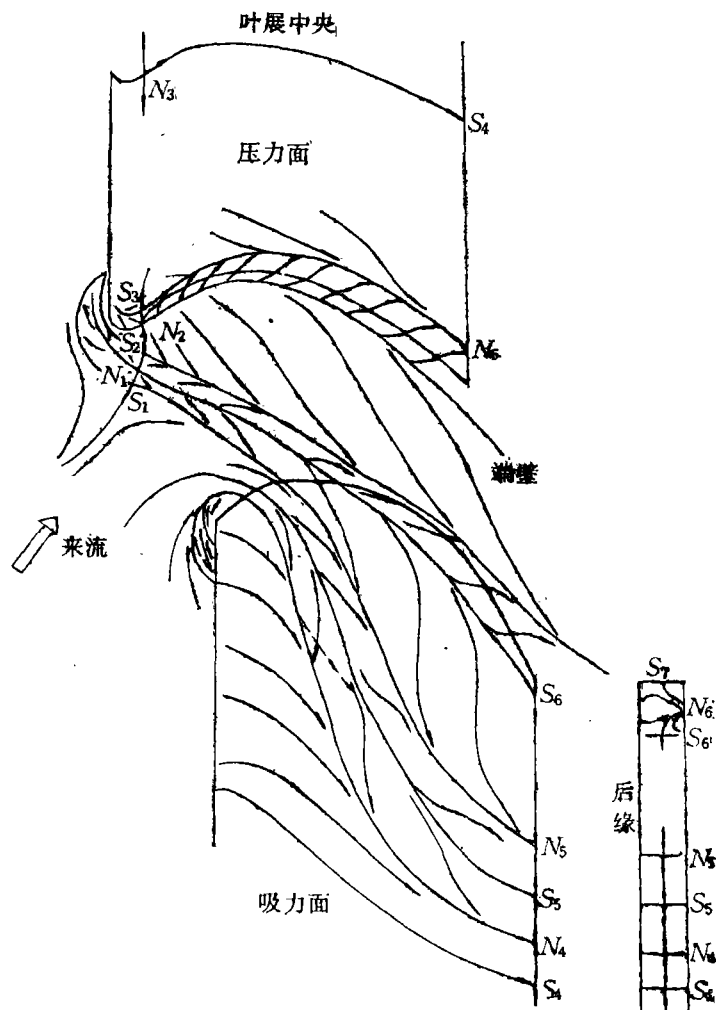


图3 型平转子叶片叶栅表面摩擦力线拓扑分析图

线，这种情况与文献[18]所描述的流动图画相类似。

前缘鞍点分离线的两条吸力边分支，由于受到叶片吸力面前部较大的负压梯度**和**横向压力梯度的双重影响，绕过前缘之后，迅速地合并在一起。经过一小段距离之后，该分离线与吸力面相切，并沿着吸力面伸向下游。这条分离线是流道中马蹄涡吸力边分支的“离地线”。由于这条分离线的存在，使吸力面附近的流动更为复杂，在有些情况下，如文献[10, 19]所指的那样，这条分离线不是沿着吸力面伸向叶片后缘，而是在流道内部某个轴向位置处消失，即该分离线终止于某一正常点（图3中的虚线）。这种情况表明，在流道内各旋涡的相互作用下，马蹄涡的吸力边分支的核心在绕着通道涡的中心（有时为马蹄涡压力边分支的核心）流向下游，由于所转绕的角度较大，以致马蹄涡的吸力边分支远离吸力面，从而使吸力面上的分离线消失。

在压力面靠近端壁的前缘区域内，存在一个分离鞍点（图3），由该点发出的一条分离线就是压力面与端壁组成的拐角处的角涡分离线。

## 五、叶栅流道横截面流线矢量场的流谱分析

在内部流动中,横截面流场一般为二次流场。因此,研究该截面内奇点分布的拓扑结构具有重要的意义。在管内流动的二次流场中最显著的特点是存在着与通道涡有关的螺旋结点。图4示出了圆形弯管横截面二次流场的拓扑分析图,与此相应的尼龙丝显示照片见文献[20]中的图5e。由此可见,在圆形弯管截面内存在着两个对称的螺旋结点和两个半鞍点。奇点总数满足式(3.2)。叶栅横截面内的流动要比弯管横截面内的流动复杂得多。在叶栅的二次流场中,不仅会出现与通道涡有关的螺旋结点,而且还存在着与马蹄涡、壁角涡等有关的螺旋结点。图5表示矩形透平动叶栅流道后缘附近截面上的二次流场拓扑分析图。在文献[14]的实验条件下,在马蹄涡的两个分支沿主流方向发展的过程中,其压力边分支的运动迹线基本上是一条平滑的迹线,没有明显的涡运动现象。这表明马蹄涡的压力边分支的核心与通道涡的核心基本一致。而其吸力边分支在向下游发展的过程中,不仅要自转,而且在横向压力梯度和通道涡的作用下,其核心还要环绕着压力边分支的核心做公转。吸力边分支的涡核,将在接近出口截面时转到靠近叶展的中央。就半叶展而言,吸力面上靠近叶展中央的两个半鞍点位于吸力面上两条分离线上,而两个拐角处的螺旋结点(角涡)也与图3所示的相应区域的分离线一致。在图5中有8个结点,3个半结点,2个鞍点,13个半鞍点,结点总数与鞍点总数之差为1。

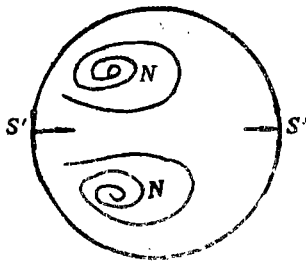


图4 圆形弯管横截面流线拓扑分析图

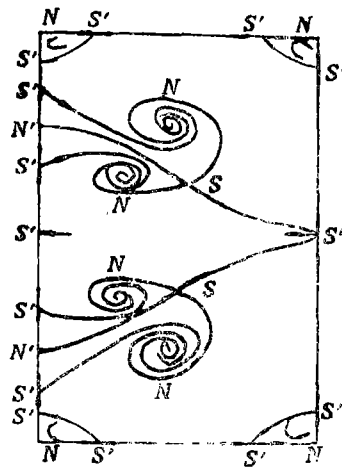


图5 矩形透平叶栅横截面流线拓扑分析图

从上面的实例分析可以看出,在二次流场中有螺旋结点和鞍点,在边界上有半结点和半鞍点。

## 六、结 论

应用拓扑法则可科学地描绘出叶栅表面摩擦力线和截面流线的走向和奇点分布。

分析表明,在压气机叶栅的吸力面和端壁上常存在有螺旋结点,而在透平叶栅中一般不存在这样的螺旋结点。在透平叶栅横截面的二次流场中,存在着螺旋结点和鞍点,其中螺旋结点的位置与流道内各集中旋涡的涡核位置一致。

## 参 考 文 献

- [1] Sears, W. R., The boundary layer of yawed cylinders, *J. of Aerospace Sciences*, 15, 1, Jan. (1948), 49—52.

- [ 2 ] Legendre, R., Lignes de courant d'un écoulement continu, *La Recherche Aérospatiale*, 105 (1965), 3—9.
- [ 3 ] Lighthill, M. J., Attachment and separation in three-dimensional flow, Section two 2-6, *Laminar Boundary Layers*, Ed by Rosenhead, Oxford Univ. Press (1963), 72—82.
- [ 4 ] Hunt, J. C. R., C. J. Abell, J. A. Peterka and H. Woo, Kinematical studies of the flows around free or surface-mounted obstacles; applying topology to flow visualization, *J. Fluid Mechanics*, 86, 1 (1978), 179—200.
- [ 5 ] Wang, K. C., Separation of three-dimensional flow, *Reviews in Viscous Flow*, Proc. Lockheed-Georgia Co. Symp., LG, 77ER0044, 341—414.
- [ 6 ] Tobak, M. and D. J. Peake, Topology of three-dimensional separated flows, *Ann. Rev. Mech.*, 14 (1982), 61—85.
- [ 7 ] 张涵信, 分离线上的奇点以及分离线的形态, 空气动力学学报, 5, 1 (1987), 1—10.
- [ 8 ] Yoshida, T., Application of flow visualization to aerospace laboratory, *Proceedings of the First China-Japan Symposium on Flow Visualization*, Peking University Press, Beijing, China (1988), 1—6.
- [ 9 ] Schulz, H. D. and H. E. Gallus, Experimental investigation of the three-dimensional flow in an annular compressor cascade, ASME Paper 88-GT-201.
- [ 10 ] Sieverding, C. H., Recent progress in turbine blade passages, *J. of Eng. for Gas Turbines and Power*, 107, April (1985), 248—257.
- [ 11 ] Ishii, J. and S. Honami, A three-dimensional turbulent detached flow with a horseshoe vortex, *J. of Eng. for Gas Turbines and Power*, 108, Jan. (1986), 125—130.
- [ 12 ] 康顺、王仲奇、徐文远, 透平叶栅流场的彩色氦气泡显示研究, 中国工程热物理第六届年会论文, 上海, 85—20 (1985).
- [ 13 ] Gaugler, R. E. and L. M. Russell, Flow visualization study of the horseshoe vortex in a turbine stator cascade, NASA Technical Paper, N82—30498, June (1982).
- [ 14 ] Marchel, P. and C. H. Sieverding, Secondary flow within turbomachinery bladings, *Secondary Flows in Turbomachines*, AGARD CP 214 (1977).
- [ 15 ] Langston, L. S., M. L. Nice and R. M. Hooper, Three-dimensional flow within a turbine blade passage, *ASME J. of Eng. for Power*, 99, 1, Jan (1977), 21—28.
- [ 16 ] Klein, A., Investigation of the entry boundary layer on the secondary flows in the blading of axial turbine, BHRA T1004 (1966).
- [ 17 ] Sonada, T., Experimental investigation of spatial development of streamwise vortices in a turbine inlet guide vane cascade, ASME Paper 85-GT-20 (1985).
- [ 18 ] Sjolander, S. A., The endwall boundary layer in an annular cascade to turbine nozzle guide vanes, Carleton V., Canada, TR ME/A 75—4.
- [ 19 ] Moustapha, S. H., G. J. Paron and J. H. T. Wade, Secondary flow in cascade of highly loaded turbine blades, ASME Paper 85-GT-135.
- [ 20 ] Sumida, M., K. Sydov and A. Yuhara, Visualization of flow through curved pipes, *Trans. of the Japan Society of Mech. Engineers*, Paper No. 87-03788, 297—301.

**An Application of Topological Method to Analysing the  
Three-Dimensional Flow in Cascades (II) —  
Topological Analysis on the Vector Field  
Patterns of Skin-Frictions and  
Section Streamlines**

Kang Shun    Wang Zhong-qi

*(Harbin Institute of Technology, Harbin)*

**Abstract**

With an application of topological analysis, in this paper the skin-friction line patterns on compressor and turbine cascade surfaces are depicted and the streamline patterns of the secondary flow fields in the cross section of a curved pipe and a turbine cascade are drawn under given conditions. In addition the structures of vortices within three-dimensional viscous flow fields in cascades are analysed.

**Key words** topological analysis, separation flow, three-dimensional flow, visualization, turbine, compressor, vortex