

文章编号: 1000_0887(2004) 06_0599_08

横观各向同性含液饱和多孔介质中 应力波传播的特征分析*

刘 颖^{1,2}, 刘凯欣¹

(1. 北京大学 力学与工程科学系, 北京 100871;
2. 山东理工大学 机械工程系, 山东 淄博 255000)

(黄永念推荐)

摘要: 根据广义特征理论, 对横观各向同性含液饱和多孔介质中应力波传播特性进行了特征分析, 给出了特征曲面的微分方程以及沿次特征线的相容条件, 得到了波阵面的解析表达式, 详细地讨论了应力波在横观各向同性含液饱和多孔介质中传播时, 其速度曲面和波阵面的形状及性质, 分析结果亦表明, 纯固体中应力波传播的特征方程, 是含液饱和多孔介质中应力波特征方程的特例.

关键词: 特征分析; 波阵面; 含液饱和多孔介质; 横观各向同性; 应力波
中图分类号: O313 **文献标识码:** A

引 言

广义特征理论及特征线法以其物理意义明确、无离散弥散、计算量小及精度高等优点成为应力波问题理论分析和计算的有效工具, 并成功地应用于各向异性固体材料的应力波传播特性的分析中^[1]. 对于各向异性含液饱和多孔介质, Biot 建立了完整的应力波传播的基本方程^[2~5]. 尽管其后众多的学者从不同的侧面, 采用不同的方法对应力波的传播特性进行了研究^[6~13], 各向异性含液饱和多孔介质中应力波传播问题的特征分析工作却没有展开. 另外, 虽然各向同性介质中应力波传播的速度曲面和波阵面相互重合, 但在各向异性介质中, 波阵面表现出复杂的性质^[14]. 含液饱和多孔介质中流体相的存在必将使这个问题更加复杂. 求解各向异性介质中波阵面的一般方法是在速度曲面确定后用包络面的方法得到^[14]. 文献[13]曾采用平面波理论, 引入 Umov-Poynting 矢量, 通过能量速度矢量讨论了波阵面的性质. 尽管如此, 如何精确确定波阵面仍是各向异性含液饱和多孔介质波特性分析的关键问题之一.

本文根据广义特征理论, 对横观各向同性含液饱和多孔介质中应力波的传播特性进行了特征分析, 得到了特征曲面的特征方程和沿次特征线的相容条件, 导出了波阵面的解析表达

* 收稿日期: 2002_12_03; 修订日期: 2003_11_18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10232040, 10302002); 国家杰出青年科学基金资助项目(10025212)

作者简介: 刘颖(1973—), 女, 山东潍坊人, 讲师, 博士(联系人, Tel: + 86_10_62765844; E_mail: y_liu@mail.china.com).

式,并通过适当的退化,对其特例进行了讨论。在本文的最后部分,详细分析了横观各向同性含液饱和和多孔介质中的速度曲面和波阵面的形状及传播特性,并将特征分析结果与文献[13]所得结果进行了对比。

1 基本方程

Lagrange 坐标系中,各向异性含液饱和多孔介质的运动方程和本构方程可以表示为^[4]

$$\begin{cases} \sigma_{\bar{j},j} = \rho_1 v_{i,t}^s + \rho_2 v_{i,t}^f, \\ -p_{,i} = \rho_1 v_{i,t}^s + \Phi m_{ik}(v_{k,t}^f - v_{k,t}^s) + \Phi_{ik}(v_k^f - v_k^s); \end{cases} \quad (1a)$$

$$\begin{cases} \sigma_{\bar{j},t} = A_{\bar{j}kl} v_{k,l}^s + \Phi M_{\bar{j}}(v_{k,k}^s - v_{k,k}^f), \\ p_{,t} = M_{kl} v_{k,l}^s + \Phi M(v_{k,k}^s - v_{k,k}^f); \end{cases} \quad (1b)$$

其中 $\sigma_{\bar{j}}$ 为固体骨架的应力分量, p 为孔隙压力, $\rho_1 = (1 - \phi) \rho_s$, $\rho_2 = \phi \rho_f$, ρ_s 和 ρ_f 分别表示固体骨架和孔隙流体的密度, ϕ 为孔隙率, v_i^s 和 v_i^f 分别表示固体相和流体相沿方向 i 的速度分量。重复的下标表示对此指标求和,逗号表示对空间变量 x_i 的偏导数,而 $(\)_{,t}$ 表示对时间 t 的偏导数。 $A_{\bar{j}kl}$ 、 $M_{\bar{j}}$ 和 M 是描述含液饱和多孔介质固体骨架和孔隙流体的弹性模量,可表示为固体骨架弹性常数 C_{ijkl} , 固体颗粒体积模量 K_s 和孔隙流体体积模量 K_f 的函数^[12]。对于横观各向同性含液饱和多孔介质可表示为

$$\begin{cases} A_{11} = A_{22} = C_{11} + \alpha_1^2 M, A_{12} = C_{12} + \alpha_1 \alpha_2 M, \\ A_{13} = A_{23} = C_{13} + \alpha_1 \alpha_3 M, A_{33} = C_{33} + \alpha_3^2 M, A_{44} = A_{55} = C_{44}, \\ A_{66} = C_{66}, M_{11} = M_{22} = -M\alpha_1, M_{33} = -M\alpha_3, \\ M_{ij} = 0 \quad (i \neq j), \alpha_1 = \alpha_2 = 1 - \frac{C_{11} + C_{12} + C_{13}}{3K_s}, \alpha_3 = 1 - \frac{2C_{13} + C_{33}}{3K_s}, \\ M = \left[\frac{1 - \phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} - \frac{2C_{11} + C_{33} + 2C_{12} + 4C_{13}}{9K_s^2} \right]^{-1}. \end{cases} \quad (2)$$

$[m_{ij}]$ 和 $[r_{ij}]$ 分别为质量和阻尼对称矩阵

$$[m_{\bar{j}}(\omega)] = \text{Re} \left[\frac{i\eta}{\omega [k_{\bar{j}}(\omega)]} \right], [r_{\bar{j}}(\omega)] = \text{Re} \left[\frac{\eta}{[k_{\bar{j}}(\omega)]} \right], \quad (3)$$

其中 i 为虚数单位, η 为流体粘度系数, ω 为圆频率, $[k_{ij}(\omega)]$ 为动力渗透系数。横观各向同性含液饱和和多孔介质中动态渗透系数张量可表示为

$$[k_{\bar{j}}(\omega)] = \begin{bmatrix} k_1(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & k_2(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & k_3(\omega) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 $k_j(\omega)$ ($j = 1, 2, 3$) 表示沿坐标轴 j 方向的渗透率,且 $k_1(\omega) = k_2(\omega)$ 。采用文献[8]中给出的动力渗透系数的计算公式并将其推广到横观各向同性的情况,有

$$k_{\bar{j}}(\omega) = k_{j0} \left[\left(1 - \frac{4i\alpha_{j\infty}^2 k_{j0}^2 \omega \rho_f}{\eta \Lambda_j^2 \phi^2} \right)^{0.5} - \frac{i\alpha_{j\infty} k_{j0} \omega \rho_f}{\eta \phi} \right]^{-1}, \quad (5)$$

其中 $\alpha_{j\infty}$ 为频率趋向于无穷时的动态弯曲度, k_{j0} 为频率等于零时的动态渗透率, Λ_j 为孔隙沿方向 j 的特征长度。在本文中,如不特殊说明, $i, j = 1, 2, 3$ 分别对应于 x, y, z 。

2 特征关系

设空间 (x, t) 中特征曲面的形式为

$$\phi = t - \tau(\mathbf{x}) = 0, \tag{6}$$

其中 τ 仅为 $\mathbf{x} = \{x, y, z\}$ 的函数。设 f 为函数 $f(x, t)$ 在特征曲面 $t = \tau(\mathbf{x})$ 上的值, 即

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, \tau(\mathbf{x})), \tag{7}$$

则可得

$$f_{,i} = f_{,i} + f_{,t} \tau_{,i}, \tag{8}$$

其中方程(8)右边为函数 f 对空间变量和时间的偏导数 $f_{,i}$ 和 $f_{,t}$ 在特征面上的值。将方程(8)代入方程(1), 消去 $\sigma_{ij,t}$ 和 $p_{,t}$ 得

$$\begin{bmatrix} D_{ik}^* & M_{ik}^* \\ M_{ik}^* - M_{ik}^0 & M_{ik}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{k,t}^s \\ v_{k,t}^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_i^1 \\ A_i^2 \end{Bmatrix}, \tag{9}$$

其中

$$D_{ik}^* = A_{ijkl} \tau_{,j} \tau_{,l} + \phi M_{ij} \tau_{,j} \tau_{,k} - \rho_1 \delta_{ik}, \tag{10a}$$

$$M_{ik}^* = -\phi M_{ij} \tau_{,j} \tau_{,k} - \rho_2 \delta_{ik}, \tag{10b}$$

$$M_{ik}^0 = -M_{kl} \tau_{,i} \tau_{,l} - \rho_1 \delta_{ik}, \tag{10c}$$

$$M_{ik}^0 = \phi M \tau_{,i} \tau_{,k} - \phi m_{ik}, \tag{10d}$$

$$A_i^1 = A_{ijkl} v_{k,l}^s \tau_{,j} + \phi M_{ij} v_{k,k}^s \tau_{,j} - \phi M_{ij} v_{k,k}^f \tau_{,j} - \sigma_{ij,j}, \tag{10e}$$

$$A_i^2 = -M_{kl} v_{k,l}^s \tau_{,i} + \phi M v_{k,k}^f \tau_{,i} - \phi M v_{k,k}^s \tau_{,i} + p_{,i} + \phi_{ik} (v_k^f - v_k^s), \tag{10f}$$

因此特征曲面 $\tau(\mathbf{x})$ 的表达式为

$$|Q_{ik}| = \begin{vmatrix} D_{ik}^* & M_{ik}^* \\ M_{ik}^* - M_{ik}^0 & M_{ik}^0 \end{vmatrix} = 0. \tag{11}$$

对于给定的时间 t , 设 \mathbf{n} 为 \mathbf{x} 空间内应力波沿特征曲面传播方向的单位法向量, c 为法向速度, 则有

$$\tau_{,i} = n_i / c. \tag{12}$$

将方程(12)代入方程(10), 再代入方程(11), 可得特征曲面上关于沿给定方向 \mathbf{n} 传播的波速 c 的方程。

因为方程(11)确定的特征曲线为方程(1)的次特征线, 我们可得^[15]

$$b_p = \frac{dx_p}{dt} = \frac{(\partial Q / \partial \tau_{,p})}{\tau_{,k} (\partial Q / \partial \tau_{,k})}, \tag{13}$$

其中 b_p 为沿次特征方向的波速。

对于每一个 b_p , 我们可以确定特征矩阵 Q 相应的左矢量 $L = \{l^1, l^2\}$, 即

$$l^1 D^* + l^2 (M^* - M^0) = 0, \tag{14a}$$

$$l^1 M^* + l^2 M^0 = 0, \tag{14b}$$

其中 $l^1 = \{l_1^1, l_2^1, l_3^1\}$, $l^2 = \{l_1^2, l_2^2, l_3^2\}$ 。方程(9)左乘矢量 L , 与方程(14)同理有

$$l^1 A^1 + l^2 A^2 = 0 \tag{15}$$

因为 σ_{ij}^a 、 v_k^a ($a = s, f$) 和 p 分别为 σ_{ij}^a 、 v_k^a 和 p 在特征面上的值, 所以方程(15)即为特征曲

面的“内微分方程”。

定义函数 $f(x, t)$ 沿次特征线的全微分为

$$\frac{df}{dt} = f_{,j} \frac{dx_j}{dt} + f_{,t} = f_{,j} b_{,j} + f_{,t}, \quad (16)$$

联立方程(8)和(16)消去 $f_{,t}$ 得

$$f_{,i} = \frac{df}{dt} \tau_{,i} + (\delta_{\bar{j}} - \tau_{,i} b_{,j}) f_{,j}. \quad (17)$$

结合方程(10)、(12)和(14),方程(15)可以重写为

$$l_i^1 \left[\frac{d\sigma_{\bar{j}}}{dt} n_j - \rho_1 c \frac{dv_i^s}{dt} - \rho_2 c \frac{dv_i^f}{dt} \right] - l_i^2 \left[\frac{dp}{dt} n_i + \rho_1 c \frac{dv_i^s}{dt} - \Phi m_{ik} \frac{dv_k^s}{dt} + \Phi m_{ik} \frac{dv_k^f}{dt} \right] = S, \quad \text{沿} \frac{dx_i}{dt} = b_i, \quad (18a)$$

其中

$$S = [l_i^1 (A_{ikl} n_j + \Phi m_{ik} n_j - \rho_1 c \delta_{ik} b_j) - l_i^2 (M_{kj} n_i + \Phi M \delta_{ij} n_i - \Phi m_{ik} b_j + \rho_1 c \delta_{ik} b_j)] v_{k,j}^s + [l_i^1 (-\Phi m_{ik} n_j - \rho_2 c \delta_{ik} b_j) + l_i^2 (\Phi M \delta_{kn} n_i - \Phi m_{ik} b_i)] v_{k,j}^f - l_i^1 (c \delta_{ik} - n_j b_k) \sigma_{\bar{j},k} + l_i^2 (c \delta_{ik} - n_i b_k) p_{,k} + l_i^2 \Phi m_{ik} (v_k^f - v_k^s). \quad (18b)$$

由方程(18)可知,空间 (x, t) 内特征曲面上的内微分方程被分解为两部分。其中方程(18a)左边为沿次特征线的微分,右边为与 $t = \text{const}$ 的平面相交的特征曲面上的微分。方程(18)即为沿次特征方向的相容条件,是应用特征线法进行数值计算的出发点。

特例分析

由方程(2)可知,当 $C_{11} = C_{22} = C_{33}, C_{44} = C_{55} = C_{66} = (C_{11} - C_{12})/2, C_{12} = C_{13} = C_{23}$ 时,方程(1)退化为各向同性含液饱和多孔介质的运动及本构方程。此时, C_{11}, C_{44} 和 $M_{11} = M_{22} = M_{33}$ 分别对应于 Biot 各向同性含液饱和多孔介质本构方程中的参数 H, ε 和 C 。可见,各向同性含液饱和多孔介质中应力波传播的特征方程,可由横观各向同性含液饱和多孔介质中应力波的特征方程退化得到。

固体介质可以看作零孔隙度的含液饱和多孔介质。此时, $\phi = 0, \rho_f = 0, A_{ijkl} = C_{ijkl}, \rho_1 = \rho_s, m_{\bar{j}} = r_{\bar{j}} = 0, M_{\bar{j}} = M = 0$, 各向异性固体介质特征曲面的微分方程由方程(11)直接退化可得

$$|D'_{ik}| = |C_{\bar{j}kl} \tau_{,j} \tau_{,l} - \rho_s \delta_{ik}| = 0. \quad (19)$$

相应地,由方程(18)可得沿次特征线的相容条件为

$$l_i \left[\frac{d\sigma_{\bar{j}}}{dt} n_j - \rho_s c \frac{dv_i^s}{dt} \right] = S', \quad \text{沿} \frac{dx_i}{dt} = b_i, \quad (20a)$$

其中

$$S' = l_i (C_{\bar{j}kl} n_j - \rho_s c \delta_{ik} b_l) v_{k,l}^s - l_i (c \delta_{ij} - n_j b_k) \sigma_{\bar{j},k}. \quad (20b)$$

其中 l_i 为与特征矩阵 D' 相对应的左矢量。以上通过退化得到的固体介质的特征方程及相容条件与文献[1]得到的结果一致。这说明纯固体介质的特征方程是含液饱和多孔介质的特殊情况,可由含液饱和多孔介质的特征方程经过适当退化直接得到。

3 波阵面

设 $t = 0$ 时原点 O 处作用一干扰。如果 t 为波到达点 r 的时间, 那么到达点 r 的第一个平面波 $n(x)$ 必满足(如图 1 所示)^[16]

$$r \cdot n(x) = v(x)t \quad (21)$$

与文献[16]相同, 对于一确定的时间(例如 $t = 1$), 波阵面定义为满足如下关系的点 r 的集合, 即

$$r \cdot s = 1, \quad (22)$$

其中矢量 s 为慢矢量, 其定义为

$$s = \frac{n(x)}{v(x)}, \quad (23)$$

定义曲面 $1/v(x)$ 为慢曲面。方程(22)表明在确定波阵面时, 可以不先确定 r 再求 $n(x)$, 而是对于给定的 n , 确定使二者满足方程(22)的 r 。下面按此思路来确定波阵面的表达式。

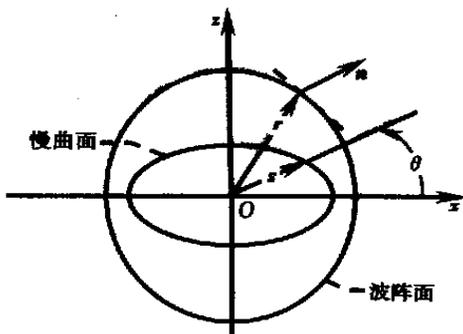


图 1 慢曲面和波阵面的示意图

根据方程(12), 慢曲面上的点在坐标轴 x_i 上的投影可以简单地表示为

$$s_i = \frac{1}{c} n_i = \tau_{,i}, \quad (24)$$

其中 τ_i 为特征方程(11)的解。如果将方程(11)表示为

$$F(\tau_{,i}) = 0, \quad (25)$$

并用坐标 x_i 代替 τ_i , 由方程(25)可得慢曲面的特征方程为

$$F(x_i) = \det Q_s = 0 \quad (26)$$

将方程(25)看作 τ 的一阶偏微分方程, 则沿次特征线的微分方程为

$$\frac{dx_i}{ds} = \frac{\partial F}{\partial \tau_{,i}}, \quad \frac{d\tau}{ds} = \tau_{,i} \frac{\partial F}{\partial \tau_{,i}}, \quad \frac{d\tau_{,i}}{ds} = - \left[\tau_{,i} \frac{\partial F}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial x_i} \right], \quad (27)$$

其中 $\partial F / \partial \tau_{,i}$ 的方向与 s 的方向平行, 由方程(22)可知, 其即为 r 的方向。另外, 沿次特征线有 $t = \tau(x)$, 且

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{dx_i}{d\tau} = \frac{dx_i}{ds} \left| \frac{d\tau}{ds} \right|. \quad (28)$$

假设 r_i 表示 r 在坐标轴上的投影, 则当 $t = 1$ 时, 有

$$\frac{dx_i}{dt} = r_i, \quad (29)$$

将方程(27)代入方程(29)可得

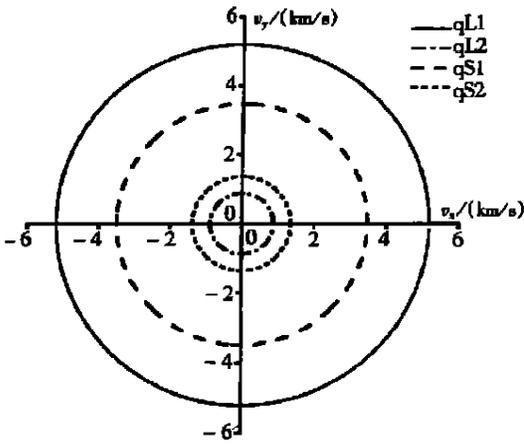
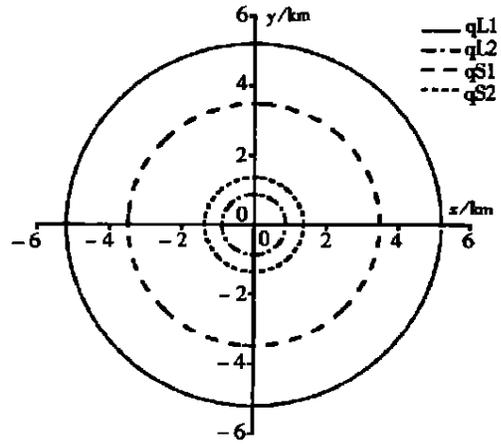
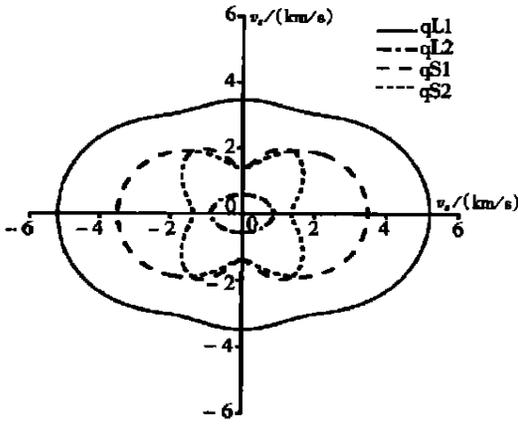
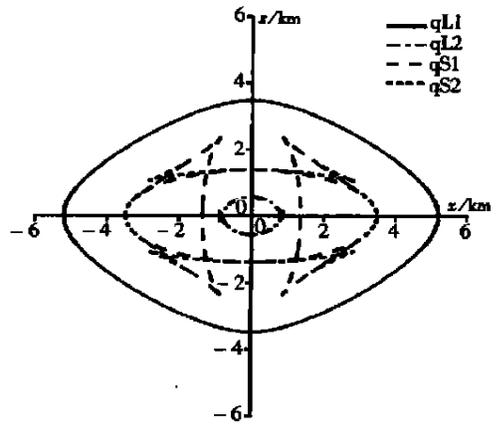
$$r_i = \frac{\partial F}{\partial \tau_{,i}} \left| \tau_{,j} \frac{\partial F}{\partial \tau_{,j}} \right|. \quad (30)$$

自此, 我们得到了波阵面上的点在各坐标轴上投影的表达式, 即波阵面的表达式。

4 计算与讨论

在本节中, 根据上文推导所得公式, 对横观各向同性含液饱和和多孔介质中的速度曲面和波阵面进行了计算和讨论。计算中采用了文献[13]给出的材料参数, 如表 1 所示。

图 2 和图 3 分别给出了横观各向同性含液饱和和多孔中同性平面 xOy 和异性平面 xOz 内的

图 2a 同性平面 xOy 内的速度曲面图 2b 同性平面 xOy 内的波阵面图 3a 异性平面 xOz 内的速度曲面图 3b 异性平面 xOz 内的波阵面

速度曲面和波阵面。从图 2 和图 3 可以看出, 横观各向同性含液饱和多孔介质中存在 4 种波——准快波 $qL1$, 和准慢波 $qL2$ 以及准剪切波 $qS1$ 和 $qS2$ 。如图 2 所示, 同性平面内 4 种波的速度曲面和波阵面均为圆形且相互重合。但如图 3 所示, 由于固体骨架的异性, 在异性平面内, 4 种波的速度曲面均不再为圆形。其中 $qL1$ 波和 $qL2$ 波的形状比较规则, $qS1$ 波和 $qS2$ 波对介质异性较为敏感, 且当介质异性程度过强时, 波阵面上出现尖的三角。计算结果表明, 异性介质中速度曲面和波阵面不再重合, 且随着介质异性程度的增加, 波阵面表现出复杂的性质。这也具体反映了用包络面法求解各向异性含液饱和多孔介质中波阵面的复杂性。对比图 3b 和文献[13]中图 3b 可以看出, 二者的计算结果一致, 进而验证了公式的正确性。但文献[13]只给出了“ $qL1$ ”波, “ $qL2$ ”波和准剪切波“ qS ”(对应于“ $qS1$ ”波)的波阵面。这是因为其采用平面波理论而使水平偏振剪切波解耦出去的结果。可见采用文献[13]的方法并不能全面地反映横观各向同性含液饱和多孔介质中所有应力波成分的传播特性, 而这正是广义特征理论的特征分析方法的优势所在。

表 1 横观各向同性液饱和多孔介质的弹性参数(环氧玻璃)

$C_{11} = 39.4 \text{ GPa}$	$C_{33} = 13.1 \text{ GPa}$	$k_{30} = 100 \text{ mD}$	$K_s = 40 \text{ GPa}$	$\rho_f = 1.040 \text{ kg/m}^3$
$C_{12} = 1.0 \text{ GPa}$	$C_{44} = 3.0 \text{ GPa}$	$\alpha_{1\infty} = 2 \text{ mD}$	$K_f = 2.5 \text{ GPa}$	$\eta = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
$C_{13} = 5.8 \text{ GPa}$	$k_{10} = 600 \text{ mD}$	$\alpha_{3\infty} = 3.6 \text{ mD}$	$\rho_s = 1.815 \text{ kg/m}^3$	$\Phi = 0.2$

5 结 论

本文应用广义特征理论对横观各向同性含液饱和多孔介质中应力波的传播特性进行了分析,导出了沿次特征线的相容条件,并得到了速度曲面和波阵面的解析表达式。分析结果表明:横观各向同性含液饱和多孔介质中应力波的传播速度较纯固体中的波速有所增加。同性平面内的速度曲面和波阵面为圆形且相互重合,但在异性平面内,波的速度曲面和波阵面不再规则,其依赖于介质的性质,且随材料异性程度的增加,在准剪切波的波阵面上出现尖的三角;但准慢波的波阵面与准快波相似,受影响较小。

[参 考 文 献]

- [1] Ting T C T. Characteristic forms of differential equations for wave propagation in nonlinear media [J]. J Appl Mech, 1981, **48**(4): 743—748.
- [2] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid—I: Low frequency range[J]. J Acoust Soc Am, 1956, **28**(2): 168—178.
- [3] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid—II: High frequency range[J]. J Acoust Soc Am, 1956, **28**(2): 179—191.
- [4] Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous dissipative media[J]. J Appl Phys, 1962, **33**(4): 1482—1498.
- [5] Biot M A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. J Acoust Soc Am, 1962, **34**(9): 1254—1264.
- [6] Plona T J. Observation of a second bulk compressional wave in porous medium at ultrasonic frequencies[J]. Appl Phys Lett, 1980, **36**(4): 259—261.
- [7] Auriault J L, Borne L, Chambon R. Dynamics of porous saturated media, checking of the generalized law of Darcy[J]. J Acoust Soc Am, 1985, **77**(5): 1641—1950.
- [8] Johnson D L. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid saturated porous media[J]. J Fluid Mech, 1987, **176**(3): 379—402.
- [9] Schmitt P D. Acoustic multipole logging in transversely isotropic poroelastic formation[J]. J Acoust Soc Am, 1989, **86**(6): 2397—2421.
- [10] Sharma M D, Gogna M L. Wave propagation in anisotropic liquid saturated porous solids[J]. J Acoust Soc Am, 1991, **90**(2): 1068—1073.
- [11] Liu Y, Liu K, Tanimura S. Wave propagation in transversely isotropic fluid saturated poroelastic media[J]. JSME International Journal, 2002, **45**(3): 348—355.
- [12] Simon B R, Zienkiewicz O C, Paul D K. An analytical solution for the transient response of saturated porous elastic solids[J]. Intel J Numer Anal Mat, 1984, **8**(4): 381—398.
- [13] Jos M Carcione. Wave propagation in anisotropic, saturated porous media: plane wave theory and numerical simulation[J]. J Acoust Soc Am, 1996, **99**(5): 2665—2666.
- [14] 丁启财. 固体中的非线性波[M]. 北京: 中国友谊出版社, 1985.

- [15] Courant R, Hilbert D. *Methods of Mathematical Physics*, II [M]. New York: Wiley-Interscience, 1962.
- [16] Moon F C. Wave surfaces due to impact on anisotropic plates[J]. *J Compos Mater*, 1972, 6(1): 62—79.

Characteristic Analysis for Stress Wave Propagation in Transversely Isotropic Fluid-Saturated Porous Media

LIU Ying^{1, 2}, LIU Kai_xin¹

(1. Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871, P. R. China;

2. Department of Mechanics Engineering, Shandong University of Technique, Zibo, Shandong 255000, P. R. China)

Abstract: According to generalized characteristic theory, a characteristic analysis for stress wave propagation in transversely isotropic fluid-saturated porous media was performed. The characteristic differential equations and compatibility relations along bicharacteristics were deduced and the analytical expressions for wave surfaces were obtained. The characteristic and shapes of the velocity surfaces and wave surfaces in the transversely isotropic fluid-saturated porous media were discussed in detail. The results also show that the characteristic equations for stress waves in pure solids are particular cases of the characteristic equations for fluid-saturated porous media.

Key words: characteristic analysis; wave surface; fluid-saturated porous medium; transversely isotropic; stress wave