

空泡起始和溃灭阶段的噪声*

黄景泉

(西北工业大学, 1989年4月17日收到)

摘要

本文对孤立空气-水蒸汽空泡, 在起始和溃灭阶段的噪声进行了分析, 导出了噪声声压及振速的表达式, 并进行了具体的计算。

计算结果表明: 从自由气核发育的起始时刻到空泡溃灭的整个过程中均伴有噪声。空泡噪声主要发生在溃灭阶段的晚期, 其声压的数量级可以达到100分贝以上。

在基本声学假定下^[1], 考虑理想、不可压流体中, 孤立空气-水蒸汽空泡在起始和溃灭阶段的噪声, 并计及液体的表面张力的影响。

一、基本方程式

写出广义的 Lighthill 方程式^[2]

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \ddot{p} = -\dot{q} + \nabla \cdot \dot{f} - \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1.1)$$

其中, p 为声压; c_0 为液体中的声速; q 为液体中单位体积内质量的脉动速率 (在本文中 q 是由空泡的体积脉动而产生的); f 为作用在单位体积流体上的脉动外力; τ_{ij} 为流体应力张量。

对所讨论情况, 声源仅与流体的质量脉动有关, 因而(1.1)式可简化为

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \ddot{p} = -\dot{q} \quad (1.2)$$

由于空泡的尺度远小于噪声的波长, (1.2)式的解为

$$p(r, t) = \frac{\dot{Q}(t)}{4\pi r} \quad (1.3)$$

且
$$Q = \int_V q dV = \frac{d}{dt} (\rho V)$$

其中, ρ 为液体密度; t 为时间; r 为由空泡中心计起, 液体中任意点的径向距离; V 为任意时刻空泡的体积。

在液体中, 密度的起伏可以忽略不计, 即有 $\rho \equiv \rho_0$, ρ_0 为初始时刻液体的密度。从而

* 钱伟长推荐。

(1.3)式可写为

$$p(r,t) = \frac{\rho_0 \dot{V}(t)}{4\pi r} \quad (1.4)$$

二、声压的确定

设在任意时刻空泡的半径为 R , 则有

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

从而
$$\dot{V} = 4\pi(R^2\dot{R} + 2R\dot{R}^2) \quad (2.1)$$

在文献[3]及[4]中, 作者曾经导出:

$$\dot{R} = \left\{ \frac{2}{3\rho_0} (p_\infty - p_v) \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right] - \frac{2p_1}{3(1-\gamma)\rho_0} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \right] + \frac{2\sigma}{\rho_0 R} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.2)$$

其中, p_∞ 为无穷远处液体的压力; $p_v = p_v(T)$ 为空泡内的蒸汽压力; $\sigma = \sigma(T)$ 为液体的表面张力; γ 为空气的绝热系数; p_1 为初始时刻空泡内的空气压力; R_0 为空泡的初始半径; T 为液体温度。

式(2.2)同时适用于空泡的起始阶段和溃灭阶段。对于不同的阶段, 式(2.2)中仅常量 R_0 , p_∞ 及 p_1 的具体数值不同而已。

将式(2.1)及式(2.2)代入式(1.4), 即得出空泡半径为 R 时, 径向距离 r 处的声压 $p(R, r)$,

$$p(R, r) = \frac{\sigma}{r} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 - 3 \right] + \frac{(p_\infty - p_v)}{r} \left\{ \frac{4R}{3} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right] - \frac{R_0^3}{R^2} \right\} - \frac{p_1}{(1-\gamma)r} \left\{ \frac{4R}{3} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \right] - \frac{R_0^3}{R^2} + \frac{\gamma R_0^{3\gamma}}{R^{(3\gamma-1)}} \right\} \quad (2.3)$$

如果将式(2.2)写成 $\dot{R} = dR/dt$ 的形式, 再由 R_0 到 R 进行积分, 则可得出在起始或溃灭阶段中, 空泡半径 R 与时间 t 的对应关系^{[3],[4]}

$$R = f(t) \quad (2.4)$$

将式(2.4)代入式(2.3), 便最终获得了声压函数 $p(t, r)$ 的表达式。

对空泡起始阶段, 取径向距离 $r = 500\text{mm}$, 其声压 $p(t)$ 的具体数值可按上述方法求得, 如图1所示(计算数值见表1)。

空泡是由水中自由气核在低压下逐步发育而成的^[5]。由图1可见, 在空化的起始时刻即伴有噪声出现。 $p(t)$ 曲线的斜率由正值经过极大值转而为负值, 表明在此

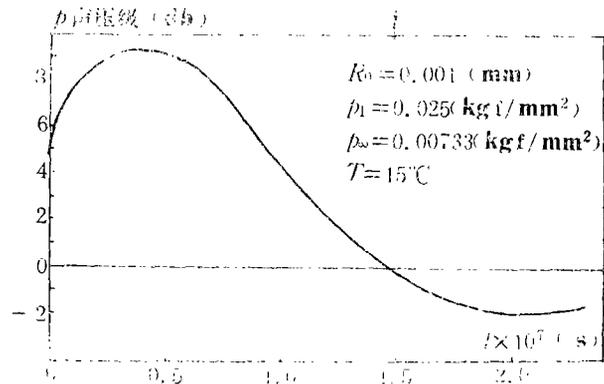


图1 起始阶段的 $p \sim t$ 曲线(1kgf=9.8N)

阶段自由气核体积增长的加速度 \ddot{V} 经历了由逐渐增大到逐渐减小的过程。在一段时间之后， $p(t)$ 呈现负值，表明此时的噪声声压已小于参考声压 $p_0=1$ 微巴。随后，曲线经过极小值斜率转为正值， \ddot{V} 愈来愈大，气核体积迅猛增长最终形成宏观的气泡，即为空泡。与此同时伴随着噪声的急剧增长。

文献[1]给出的 $p(t)$ 曲线，如图2所示。

文献[1]所示结果为目前一般公认的结果。比较图1和图2可以看出，二者的明显不同之处在于起始时刻的声压值，前者不为零，而后者为零。起始时刻的噪声声压值（分贝数）为零，意即此时的噪声声压值恰与参考声压值相等。由式(2.3)可以看出，噪声声压值随 R_0 ， p_∞ ， p_1 及 T 值的变化而变化，恰好等于参考声压值的情况只是一种特例，而不具有普遍意义。

对于溃灭阶段，同样的方法可以得出其 $p(t)$ 曲线如图3所示（计算值见表2）。

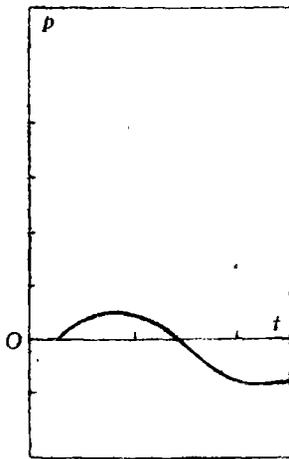


图2 起始阶段的 $p \sim t$ 曲线(文献[1]结果)

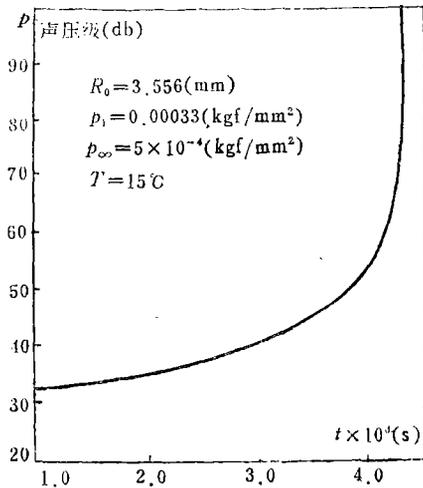


图3 溃灭阶段的 $p \sim t$ 曲线(1kgf=9.8N)

表1 起始阶段的 R, p, t 值

$R(\text{mm})$	$t(\text{s})$	$p(\text{db})$
1.0×10^{-3}	0.0	4.43
1.05×10^{-3}	0.35×10^{-7}	9.39
1.1×10^{-3}	0.7104×10^{-7}	8.04
1.2×10^{-3}	0.9046×10^{-7}	5.58
1.3×10^{-3}	1.086×10^{-7}	3.36
1.4×10^{-3}	1.269×10^{-7}	1.44
1.5×10^{-3}	1.459×10^{-7}	-0.0977
1.6×10^{-3}	1.658×10^{-7}	-1.1975
1.7×10^{-3}	1.868×10^{-7}	-1.8296
1.8×10^{-3}	2.090×10^{-7}	-2.0185
1.9×10^{-3}	2.323×10^{-7}	-1.8351

由图3可见，与起始阶段相比，溃灭阶段的噪声声压要高得多，而且随着溃灭的进行，声压急骤增大。如果认为空泡溃灭的最小半径为其初始半径的2~10%的话^[1]，其最大声压值接近100~140分贝。

表2 溃灭阶段的 R, p, t 值

$R(\text{mm})$	$t(\text{s})$	$p(\text{db})$
3.4	1.0365×10^{-3}	32.92
3.0	3.5365×10^{-3}	45.34
2.5	3.9904×10^{-3}	53.05
2.0	4.1684×10^{-3}	59.38
1.5	4.2468×10^{-3}	66.17
1.0	4.2788×10^{-3}	75.21
0.5	4.2885×10^{-3}	91.28
0.1	4.2897×10^{-3}	132.88
0.001	4.2897×10^{-3}	261.00

三、振速的计算

设振速为 v_r ，依流体运动方程式有

$$v_r = -\frac{1}{\rho_0} \int_0^t \frac{\partial p}{\partial r} dt \quad (3.1)$$

由式(1.4)有

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{\rho_0 \dot{V}}{4\pi r^2}$$

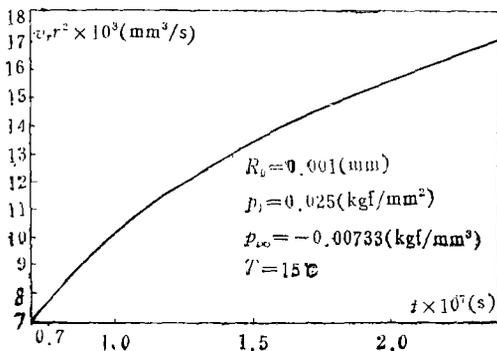
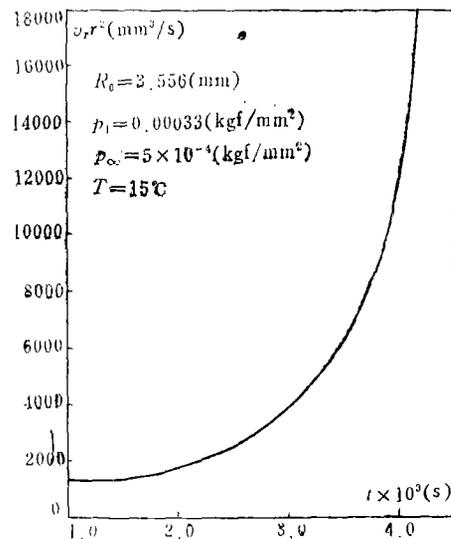
代入式(3.1)得

$$v_r = \frac{1}{4\pi r^2} \int_{R_0}^R \dot{V} dR \quad (3.2)$$

将式(2.1)及式(2.2)代入上式，并考虑到 R 和 t 的对应关系式(2.4)，即可求得振速函数 $v_r(r, t)$ 。

对空泡起始阶段，应用上述方法得出 $v_r r^2$ 与 t 的关系曲线如图4所示(计算值见表3)。

对溃灭阶段，如图5所示(计算值见表4)。

图4 起始阶段的 $v_r r^2 \sim t$ 曲线(1kgf=9.8N)图5 溃灭阶段的 $v_r r^2 \sim t$ 曲线(1kgf=9.8N)

可以看出，在空泡起始和溃灭阶段液体的振速是不大的，即使在溃灭阶段晚期的空泡附近，其数量级也仅有100米/秒左右，远小于液体中的声速 c_0 ，符合声学基本假定的要求。

在得出声压 p 和振速 v_r 之后,利用水声学关系便可直接得出声强、声功率、声阻抗及幅射能量等各个声学参数。

对所得声压函数 $p(t)$ 作付氏变换,即可求得其频谱函数,从而借以进行空泡噪声的谱分析。

表3 起始阶段的 $v_r r^2 \sim t$ 计算值

$R(\text{mm})$	$t(\text{s})$	$v_r r^2(\text{mm}^2/\text{s})$
1.1×10^{-3}	0.7104×10^{-7}	7.058×10^{-3}
1.2×10^{-3}	0.9046×10^{-7}	9.334×10^{-3}
1.3×10^{-3}	1.086×10^{-7}	10.917×10^{-3}
1.4×10^{-3}	1.269×10^{-7}	12.157×10^{-3}
1.5×10^{-3}	1.459×10^{-7}	13.200×10^{-3}
1.6×10^{-3}	1.658×10^{-7}	14.133×10^{-3}
1.7×10^{-3}	1.868×10^{-7}	15.016×10^{-3}
1.8×10^{-3}	2.090×10^{-7}	15.897×10^{-3}
1.9×10^{-3}	2.323×10^{-7}	16.815×10^{-3}
2.0×10^{-3}	2.565×10^{-7}	17.807×10^{-3}

表4 溃灭阶段的 $v_r r^2 \sim t$ 计算值

$R(\text{mm})$	$t(\text{s})$	$v_r r^2(\text{mm}^3/\text{s})$
3.40	1.0365×10^{-3}	1285.254
3.00	3.5365×10^{-3}	6239.279
2.50	3.9904×10^{-3}	11995.189
2.00	4.1684×10^{-3}	17335.703
1.50	4.2468×10^{-3}	22382.853
1.00	4.2788×10^{-3}	27384.589
0.50	4.2885×10^{-3}	33090.126
0.10	4.2897×10^{-3}	42022.946

参 考 文 献

- [1] 罗斯, D., 《水下噪声原理》, 海洋出版社 (1983).
- [2] Lighthill, M. J., Sound generated aerodynamically, *Proc. Royal Soc. (London)*, **A267** (1962), 147—182.
- [3] 黄景泉, 空化起始条件的确定, *应用数学和力学*, **10**, 2 (1989), 155—159.
- [4] 黄景泉, 空泡溃灭时的流场, *应用数学和力学*, **10**, 3 (1989), 247—251.
- [5] Knapp, R. T., J. W. Daily and F. G. Hammitt, *Cavitation*, McGraw-Hill, New York (1970).

Noise at Inception and Collapse of a Cavity

Huang Jing-chuan

(Northwest Polytechnical University, Xi'an)

Abstract

The paper analyzes the noise at inception and collapse of an isolated bubble cavity filled with gas and vapour. The expressions and their numerical solutions of the sound pressure and the vibration velocity are presented.

The results indicate that the noise occurs at every stage of a cavity. The noise has comparatively big value only at the late period of collapse. The sound pressure is of magnitude 100db.