

文章编号: 1000-0887(2004) 06_0607_07

斜拉桥拉索_阻尼器系统非线性瞬态响应分析*

陈水生¹, 孙炳楠², 冯义卿³

- (1. 华东交通大学 土木建筑学院, 南昌 330013;
2. 浙江大学 建筑工程学院, 杭州 310027;
3. 江西省公路开发总公司, 南昌 330006)

(我刊原编委李骊推荐)

摘要: 考虑索的抗弯刚度、垂度及几何非线性的影响, 得出了索_阻尼器系统的空间非线性振动偏微分方程, 用中心差分法将偏微分方程在空间内离散, 导出了系统的非线性振动常微分方程组。结合 Newmark 法及虚拟力法提出了一种用于求解非线性振动瞬态响应的杂交分析算法。并以典型的斜拉桥拉索为研究对象, 给出了数值算例, 并与 Runge_Kutta 直接积分法进行了比较, 说明了杂交算法的准确性及有效性。为大跨斜拉桥拉索的振动控制研究提供了一种简便、有效、快速的时程分析方法。

关键词: 斜拉索; 振动控制; 粘弹性阻尼器; 瞬态响应

中图分类号: O322; TU311.3 **文献标识码:** A

引 言

斜拉索是斜拉桥的主要支承体系, 是斜拉桥的主要受力构件之一。准确分析斜拉索的动力特性并对振动进行控制, 是保证桥梁安全、正常运营的重要课题。随斜拉桥跨度的不断增大, 斜拉索变得越来越长, 由于拉索的阻尼、质量、抗弯刚度小等特点, 在交通及环境激励下容易引起振动, 如果索的振动得不到消除或控制, 很容易引起索的疲劳破坏及索套保护层破坏, 影响正常的交通安全, 甚至导致桥梁破坏。荷兰的 Erasmus 大桥、比利时的 Ben_Ahin 大桥、美国的 Fred Hartman 桥及我国的杨浦大桥、南京长江二桥均发生过拉索大幅振动的现象。国内外学者对此进行了大量的研究^[1-3]。

Irvine^[4]等首先对两端固定的水平小垂度悬索进行了开创性的研究, 提出了索的面内、外线性振动方程, 为拉索的进一步研究打下了基础。Wu 和 Chen^[5]用 Newmark 积分和 Newton_Raphson 迭代法求解了水平悬索在移动荷载作用下的动力响应; Wang^[6]等用 Rung_Kutta 直接积

* 收稿日期: 2002_03_12; 修订日期: 2003_12_02

基金项目: 江西省自然科学基金资助项目(0350061)

作者简介: 陈水生(1968—), 男, 江西乐安人, 副教授, 博士, 副院长, 主要研究方向: 结构动力学及结构振动控制(联系人, Tel: + 86_(0) 13907006807; Fax: + 86_791_7046013; E_mail: chenpo. zju@263.net);

孙炳楠(1943—), 男, 浙江绍兴人, 教授, 研究所所长, 博士生导师;

冯义卿(1962—), 男, 江西临川人, 教授, 总工程师

分法分析了水下时变长度索的振动; Ni 和 Lou^[7] 等用 Laplace 变换及虚拟力结合法研究了水平悬索在任意荷载作用下的面内非线性瞬态振动。而对斜拉索的面内、外非线性瞬态振动响应研究还没有见到详细的报道, 尤其是对索_阻尼器系统的非线性瞬态振动更是需要进一步的研究。

本文考虑拉索的抗弯刚度、垂度及几何非线性的影响, 得出了索_阻尼器系统的空间非线性振动偏微分方程, 用中心差分法将偏微分方程在空间内离散, 导出了系统的非线性振动常微分方程组。结合 Newmark 法及虚拟力法(pseudo force method) 提出了一种用于求解非线性振动瞬态响应的杂交分析算法, 本文方法简单且收敛较快。计算了典型斜拉桥拉索在集中谐波荷载作用下的瞬态振动响应, 并与 Runge_Kutta 直接积分法进行了比较, 说明了本文算法的准确性及高效性。

1 系统非线性振动方程及求解

如图 1 所示, 定义 $X-Y$ 平面的振动为面内振动, $X-Z$ 平面的振动为面外振动。不计索的轴向振动, 由牛顿定律, 考虑索的垂度及抗弯刚度, 可以得出索_阻尼器系统的面内外耦合非线性振动方程^[4,8]:

$$-EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + (H+h) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h \frac{d^2 y}{dx^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c_1 \frac{\partial v}{\partial t} + C_{dy} \frac{\partial v}{\partial t} - f_y(x, t), \quad (1)$$

$$-EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (H+h) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_2 \frac{\partial w}{\partial t} + C_{dz} \frac{\partial w}{\partial t} - f_z(x, t), \quad (2)$$

m 为索的单位长度质量, c_1, c_2 分别为单位长索的面内、外阻尼系数, y 为索的自重产生的垂度曲线, f_y, f_z 分别为 Y, Z 方向作用的外荷载,

EI 为索的截面抗弯刚度, H, h 分别为 X 方向静、动张拉力, 在整个 L 范围内近似为常数, C_{dy}, C_{dz} 分别为阻尼器在 Y, Z 方向产生的被动等效阻尼系数。

根据几何转换关系, C_{dy}, C_{dz} 可表示为:

$$C_{dy} = 2\sin^2 \alpha \cdot c_d \frac{\partial v}{\partial t} \delta(x - L + x_d), \quad (3)$$

$$C_{dz} = 2\cos^2 \alpha \cdot c_d \frac{\partial w}{\partial t} \delta(x - L + x_d), \quad (4)$$

c_d 为阻尼器的阻尼系数, x_d 为索下端部至阻尼器的距离, δ 为 Dirac_delta 函数。

振动张拉力 h 可表示为^[4]:

$$h = \frac{EA}{L_e} \left[-\int_0^L \frac{d^2 y}{dx^2} v dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \right], \quad (5)$$

$$L_e = L \left[1 + 8 \left(\frac{d}{L} \right)^2 \right], \quad (6)$$

其中 d 为跨中垂度在 Y 方向的值, $d = mg \cos \theta \cdot L^2 / (8H)$ 。而索的重力垂度曲线 y 为^[9]:

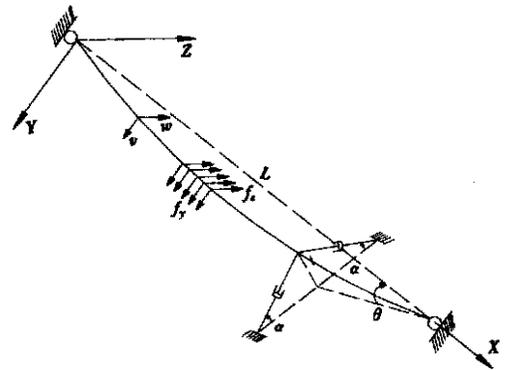


图 1 索_阻尼器振动模型

$$y = \frac{mg \cos \theta \cdot L^2}{2H} \left[\frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right]. \quad (7)$$

由方程(1)、(2)及(5)式可知,斜拉索的面内外振动方程是非线性的耦合动力系统。将索均分为 $n+1$ 段,每段长度 $a = L/(n+1)$,用中心差分法将方程(1)、(2)中的微分项转化为各结点位移形式^[8],同时将(5)式中的积分近似为各段求和的形式:

$$h = \frac{EA}{L_e} \left[\frac{mg \cos \theta}{H} \sum_{j=1}^n v_j \cdot a + \frac{1}{8a} \sum_{j=1}^n (v_{j+1} - v_{j-1})^2 + \frac{1}{8a} \sum_{j=1}^n (w_{j+1} - w_{j-1})^2 \right]. \quad (8)$$

对 i 结点,将(8)式代入方程(1)、(2)得:

$$m \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} + (c_1 + C_{dy}) \frac{\partial v_i}{\partial t} + \Lambda_{iy} + \Gamma_{iy} = f_y(x_i, t), \quad (9)$$

$$m \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} + (c_2 + C_{dz}) \frac{\partial w_i}{\partial t} + \Lambda_{iz} + \Gamma_{iz} = f_z(x_i, t), \quad (10)$$

其中 Λ_{iy} 、 Λ_{iz} 为对应方程的线性项,而 Γ_{iy} 、 Γ_{iz} 则为对应方程的非线性项,分别为:

$$\Lambda_{iy} = \frac{EI}{a} (v_{i-2} - 4v_{i-1} + 6v_i - 4v_{i+1} + v_{i+2}) - \frac{H}{a} (v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}) + \frac{EA}{L_e} \left[\frac{mg \cos \theta}{H} \right]^2 \sum_{j=1}^n v_j \cdot a, \quad (11a)$$

$$\Lambda_{iz} = \frac{EI}{a} (w_{i-2} - 4w_{i-1} + 6w_i - 4w_{i+1} + w_{i+2}) - \frac{H}{a} (w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}), \quad (12a)$$

$$\Gamma_{iy} = - \frac{EA}{L_e} \left\{ \sum_{j=1}^n v_j \cdot a + \frac{1}{8a} \sum_{j=1}^n [(v_{j+1} - v_{j-1})^2 + (w_{j+1} - w_{j-1})^2] \right\} \times \frac{1}{a^2} (v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}) + \frac{EA}{8aL_e} \sum_{j=1}^n [(v_{j+1} - v_{j-1})^2 + (w_{j+1} - w_{j-1})^2] \cdot \frac{mg \cos \theta}{H}, \quad (11b)$$

$$\Gamma_{iz} = - \frac{EA}{L_e} \left\{ \sum_{j=1}^n v_j \cdot a + \frac{1}{8a} \sum_{j=1}^n [(v_{j+1} - v_{j-1})^2 + (w_{j+1} - w_{j-1})^2] \right\} \times \frac{1}{a^2} (w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}). \quad (12b)$$

以上各式中 $i = 2, 3, \dots, n-1$ 。对 $i = 1$,各式中的 v_{i-2}, w_{i-2} 分别为 $-v_i, -w_i$;而 v_{i-1}, w_{i-1} 均为零。对 $i = n$,各式中的 v_{i+2}, w_{i+2} 分别为 $-v_i, -w_i$;而 v_{i+1}, w_{i+1} 均为零。方程(1)、(2)用矩阵求解形式记为:

$$[M] \cdot \left\{ \dot{\Delta} \right\} + [C] \cdot \left\{ \Delta \right\} + [K] \cdot \left\{ \Delta \right\} = \left\{ f \right\} - \left\{ \Gamma \right\}, \quad (13)$$

其中:

$$[M] = \begin{bmatrix} [M]_y & \\ & [M]_z \end{bmatrix}, [C] = \begin{bmatrix} [C]_y & \\ & [C]_z \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} [K]_y & \\ & [K]_z \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\left\{ \Delta \right\} = \left\{ \begin{matrix} v \\ w \end{matrix} \right\}, \left\{ f \right\} = \left\{ \begin{matrix} f_y \\ f_z \end{matrix} \right\}, \left\{ \Gamma \right\} = \left\{ \begin{matrix} \Gamma_y \\ \Gamma_z \end{matrix} \right\}, \quad (15)$$

式中 $[M]_y, [M]_z$ 均为对角矩阵,各元素为 m ; $[C]_y, [C]_z$ 均为对角矩阵,各元素由 c_1, c_2 及 C_{dy}, C_{dz} 确定; $[K]_y, [K]_z$ 为线性刚度矩阵,分别由(11a)、(12a)确定; $\left\{ \Gamma \right\}_y, \left\{ \Gamma \right\}_z$ 为非线性力

列向量, 分别由(11b)、(12b)确定; $\{f\}_y, \{f\}_z$ 为外荷载列向量。由 $\{\Gamma\}_y, \{\Gamma\}_z$ 的各元素可知, 方程(13)是包含二次、三次非线性项的常微分方程组, 求解这种方程可以用 Rung_Kutta 等直接对非线性方程积分的方法, 但这种方法收敛速度慢, 对于求解未知量较多的系统是不合适的。本文采用 Newmark 法对方程(13)求解, 在每一时间步内, 对 $\{\Gamma\}$ 进行迭代, 在每一迭代步将前一步的结果代入(11b)、(12b)计算 $\{\Gamma\}$, 并作为虚拟力(pseudo_force)荷载加于方程的右端, 此时, 方程(13)为线性方程, 采用通常的 Newmark 积分方法求解。具体计算步骤如下:

1. 确定积分时间步长 δt 及最大积分步 M , 令 $j = 0$; 确定非线性迭代收敛小量 ε 及最大迭代次数 N ; 给定初始位移值 $\{\Delta\}_0$;
2. 令 $k = 0$, 计算 $\{f\}|_{j, \delta t}$;
3. 如果 $k = 0$, 则令 $\{\Gamma\}$ 为零向量; 否则, 将 $\{\Delta\}^{k-1}$ 代入(11b)、(12b)式计算 $\{\Gamma\}$;
4. Newmark 法求解方程(13), 得 $\{\Delta\}^k$;
5. 如果 $k < N$ 并且 $\|\{\Delta\}^k - \{\Delta\}^{k-1}\| > \varepsilon$, 则 $k = k + 1$, 转步骤 2;
如果 $k > N$ 或 $\|\{\Delta\}^k - \{\Delta\}^{k-1}\| \leq \varepsilon$, 转步骤 6;
6. 记 $\{\Delta\}^k$ 为当前时间积分步的解, 如果 $j < M$, 令 $j = j + 1$, 转步骤 2; 否则, 计算结束。

2 数值算例及结果分析

为便于分析, 引进以下无量纲参量^[8]:

$$\lambda^2 = \left[\frac{mgL \cos \theta}{H} \right]^2 \cdot L \sqrt{\left[\frac{HL_c}{EA} \right]}, \quad \Theta = L \left[\frac{H}{EI} \right]^{1/2}, \quad (16)$$

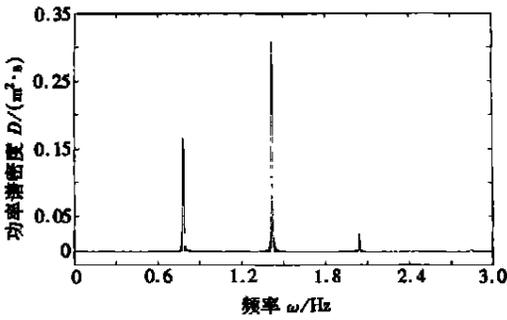
$$\Gamma_i = \frac{c_d}{mL\omega_{01}} \frac{x_d}{L}, \quad \eta = \frac{x_d}{L}, \quad \xi_i = \frac{\xi}{x_d/L}, \quad (17)$$

其中, λ^2 是反映斜拉索垂度及拉伸性能的无量纲参数, Θ 是反映斜拉索抗弯刚度的无量纲参数, Γ_i 是与斜拉索振动模态有关的粘弹性阻尼器阻尼系数的无量纲参数, ω_{01} 是不考虑垂度影响时无阻尼索的面内一阶振动频率, ξ_i 是与阻尼器位置有关的无量纲阻尼比, ξ 是索的 i 阶模态阻尼比, η 为阻尼器位置无量纲参数, 取 $\eta = 2.27\%$ 。

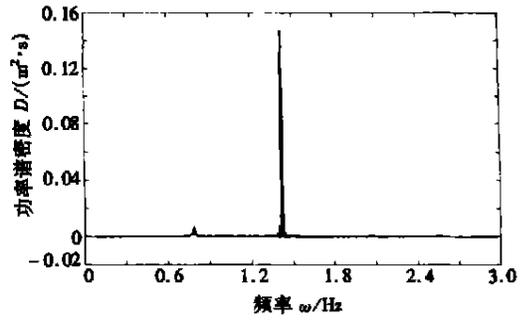
斜拉索长为 $L = 144.1 \text{ m}$, 初始轴向拉力为 $H = 1.32 \times 10^7 \text{ kN}$, 弹性模量为 $E = 1.95 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, 横截面积为 $A = 0.0314 \text{ m}^2$, 单位长索重量为 $m = 260 \text{ kg/m}$, 索的倾斜角度为 $\theta = 37.2^\circ$, 可以算得索的无量纲参数: $\lambda^2 = 0.023$, $\Theta = 133$ 。阻尼器总是对称的安装在索的近端部, 并且, 两阻尼器所在平面与索轴线保持垂直, 取阻尼器的倾斜角度为 45° , 在跨中受集中荷载作用:

$$f_y(L/2, t) = F_0 \sin(2\pi\phi \cdot t), \quad f_z(L/2, t) = F_0 \sin(2\pi\phi \cdot t), \quad (18)$$

其中, F_0 为激励幅值, ϕ 是激励频率, t 为振动时间, 在本节的计算中, $F_0 = 1.6 \times 10^2 \text{ kN}$, $\phi = 1.42 \text{ Hz}$, 总的计算时间为 100 s 。为了解在此荷载作用下拉索振动响应的频率成分, 首先对没有阻尼器的索进行了分析, 对四分之三跨处点的面内振动响应进行了频响分析, 得出了如图 2(a) 所示的频谱曲线。从图可知, 无阻尼器索的振动响应主要由二种频率成分组成: 索的一阶固有振动频率(0.78 Hz)及外激励频率(1.42 Hz)。所以, 为了有效地抑制拉索振动, 本节选择一阶振动模态对应的最优阻尼器系数进行分析^[8], 即取 $\Gamma_1 = 0.13$, 对应的阻尼器系数为 $1.03 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。图 2(b) 给出了面内响应频谱曲线, 因为图 2(a) 及图 2(b) 是由同一点(四分之三跨处的点), 在相同的响应时间内由频谱分析得到, 所以, 可以通过比较两图功率谱密度的大小

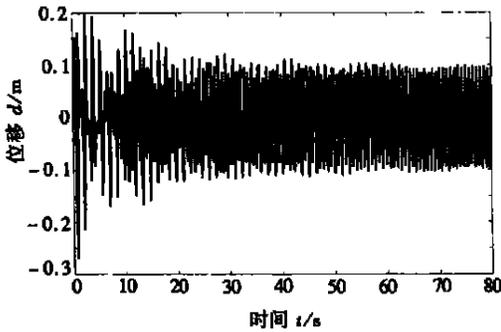


(a) 没有阻尼器

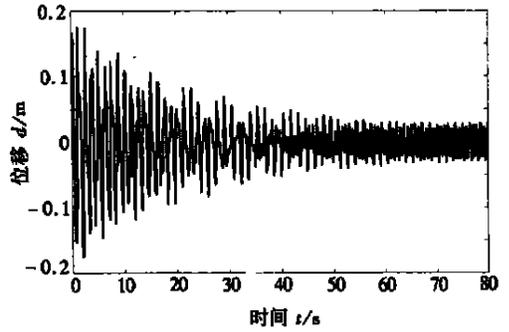


(b) 有阻尼器

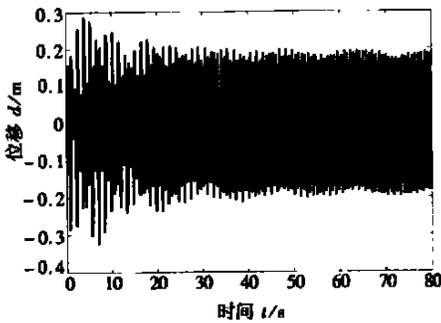
图2 短索在集中荷载作用时,四分之三跨处位移频谱图



(3a) 四分之三跨



(3b) 跨中



(3c) 四分之一跨

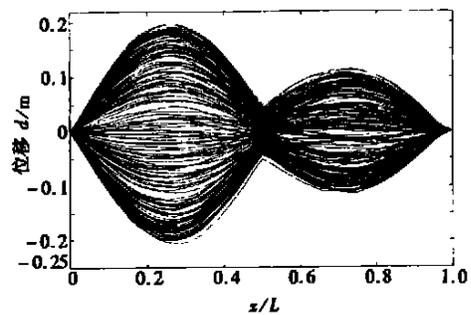


图4 在集中荷载作用时,40 s~ 55 s 间的内面响应变形历程

图3 受集中荷载作用,面内振动响应时程曲线

来分析阻尼器的控制效果。由图 2(b)可知,有阻尼器时索的振动响应主要是外激励频率成分,而索的一阶固有频率成分则变得很小,说明索的一阶频率成分得到了很好的控制,同时,外激励频率响应也得到了一定的抑制,响应功率谱密度由 $0.32 \text{ m}^2 \cdot \text{s}$ 减小到 $0.15 \text{ m}^2 \cdot \text{s}$ 。图 3 给出了单点面内响应时间历程曲线,图 4 给出了 40 s~ 55 s 时间内索的面内振动变形时间历程。从图可知,跨中的振动响应得到了最大的控制,四分之三跨处的振

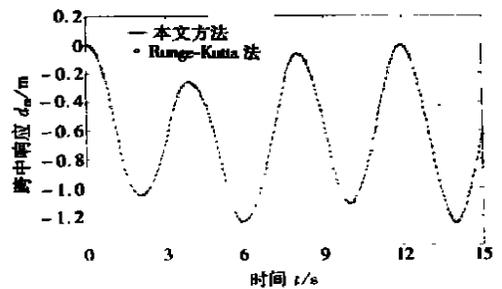


图5 本文算法与 Runge_Kutta 法比较图

动也得到了较好的抑制,而四分之一跨处则控制效果较差,这是因为阻尼器是安装在近四分之三跨的一端,如果在索的两端均安装阻尼器则两边均会有很好的控制效果。从图3还可发现,稳态时索的振动幅值有轻微的变化,这是由于面内外的非线性耦合引起的。本节所取的激励频率避免了面内外的耦合共振,所以,面内外的振动特性是相似的。

为进一步验证本文算法的正确性,用 Runge_Kutta 法计算了图3工况的前15s振动响应,如图5所示。结果表明本文算法与 Runge_Kutta 方法的计算结果是一致的,且本文方法的计算时间较少。

3 结 语

考虑拉索垂度、抗弯刚度、倾斜角度的影响,结合中心差分法导出了索_阻尼器系统面内外耦合非线性振动方程,运用本文提出的杂交算法,对典型斜拉桥拉索在粘弹性阻尼器控制下的瞬态响应进行了研究。本文算法可适用于任意荷载(如:谐荷载、随机风载等)作用下,斜拉桥索_阻尼器系统的瞬态响应分析,为大跨斜拉桥拉索的振动控制研究提供了一种简便、有效、快速的时程分析方法。

[参 考 文 献]

- [1] Pacheco Benito M, Fujino Yozo, Sulekh Ajai. Estimation curve for modal damping in stay cables with viscous damper[J]. Journal of Structural Engineering, 1993, **119**(6): 214—225.
- [2] Xu Y L, Yu Z Mitigation of three_dimensional vibration of inclined sag cable using discrete oil dampers—I: Formation[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, **214**(4): 659—673.
- [3] Yu Z, Xu Y L. Mitigation of three_dimensional vibration of inclined sag cable using discrete oil dampers—II: Application[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, **214**(4): 675—693.
- [4] Irvine H Max. Cable Structure[M]. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1981.
- [5] Wu J S, Chen C C. The dynamic analysis of a suspended cable due to a moving load[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1989, **28**(3): 2361—2381.
- [6] Wang P H, Fung R F, Lee M J. Finite element analysis of a three_dimensional underwater cable with time_dependent length[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, **209**(2): 223—249.
- [7] Ni Y Q, Lou W J, Ko J M. A hybrid pseudo_force/ Laplace transform method for non_linear transient response of a suspended cable[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, **238**(2): 189—214.
- [8] 陈水生, 孙炳楠. 粘弹性阻尼器对斜拉桥拉索的振动控制研究[J]. 土木工程学报, 2002, **35**(6): 59—65.
- [9] 陈水生, 孙炳楠. 斜拉索受轴向激励引起的面内参数振动分析[J]. 振动工程学报, 2002, **15**(2): 144—150.

Nonlinear Transient Response of Stay Cable With Viscoelasticity Damper in Cable Stayed Bridge

CHEN Shui_sheng¹, SUN Bing_nan², FENG Yi_qing³

(1. School of Architecture and Civil Engineering, East China Jiaotong University,
Nanchang 330013, P. R. China;

2. Department of Civil Engineering, Zhejiang University,
Hangzhou 310027, P. R. China;

3. Highway Development Company of Jiangxi,
Nanchang 330006, P. R. China)

Abstract: Taking the bending stiffness, static sag, and geometric nonlinearity into consideration, the space nonlinear vibration partial differential equations were derived. The partial differential equations were discretized in space by finite center difference approximation, then the nonlinear ordinary differential equations were obtained. A hybrid method involving the combination of the Newmark method and the pseudo_force strategy was proposed to analyze the nonlinear transient response of the inclined cable_dampers system subjected to arbitrary dynamic loading. As an example, two typical stay cables were calculated by the present method. The results reveal both the validity and the deficiency of the viscoelasticity damper for vibration control of stay cables. The efficiency and accuracy of the proposed method is also verified by comparing the results with those obtained by using Runge_Kutta direct integration technique. A new time history analysis method is provided for the research on the stay cable vibration control.

Key words: stay cable; transient response; vibration control; non_linearity