应用数学和力学, 第 25 卷 第 7 期(2004 年 7 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2004) 07_0661_06

带状态约束的双曲型 H_半变分不等式的最优控制问题*

陆伟刚, 郭兴明, 周世兴

(上海市应用数学和力学研究所, 上海大学, 上海 200072)

(我刊编委郭兴明来稿)

摘要: 研究带状态约束的退化多值双曲型 H_变分不等式的最优控制问题, 获得了满足状态约束问题的最优解• 此外, 还讨论了最优问题的逼近等•

关 键 词: H_半变分不等式; 优化控制; 状态约束; 非单调多值映射

中图分类号: O232 文献标识码: A

1 引言与问题提出

本文我们将研究非线性双曲型 H_变分不等式的最优控制问题, 即

$$\begin{cases} y'' + Ay + \beta(y') \in Bu + f, \text{ a. e. 在 } Q = \Omega \times [0, T] \text{ 中}, \\ y(0) = y_0, \quad y'(0) = y_1, \end{cases} \tag{1}$$

状态约束为 $F(y) \subset S$, 目标泛函设为 I• 这里 β 是一个不连续、非单调和非线性的多值映射•

H_半变分不等式是 P. D. Panagiotopoulos 为研究非光滑变形体力学等问题而引入的[1, 2]• 而变分不等式的最优控制问题的研究有很丰富的成果• 大量的有关变分不等式及最优控制的结果都是基于 β 是一个极大单调算子的情形, 部分结果还讨论了带状态约束的情况[3~ 12]• [13] 中我们研究了带状态约束的抛物型变分不等式的最优控制• 双曲型变分不等式的最优控制问题相对于抛物型、椭圆型的问题研究得更少• 本文将研究双曲型 H_半变分不等式的最优控制问题• 这里 β 将不再是一个单调算子• 这里考虑的状态约束与文献[12] 相类似, 较[3, 6, 11] 等更为一般• 研究变分不等式的最优控制问题的物理背景部分源于连续统力学和工程科学•

设 Ω 是 R^n 空间的一个有界开子集, 其边界 Γ 是李普希兹的• 希尔伯空间 V, 满足 $V \subset L^2(\Omega) \subset V'$, 且嵌入是连续的、紧的• 记 $H = L^2(\Omega)$• 另外, 控制空间 U 也是一个希尔伯特空间, U_{ad} 是 U 中一个非空闭凸子集• 现在我们给出如下几个假设:

(H_1) $A: V \to V'$ 是一个对称的, 线性连续算子, 满足如下的强制性条件:

$$\langle Ay, y \rangle \geqslant \omega \| y \|_V^2 - \alpha \| y \|_H^2,$$

* 收稿日期: 2003_01_16; 修订日期: 2004_03_20
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19802012)
作者简介: 陆伟刚(1964—) , 男, 江苏苏州人, 副教授, 博士;
郭兴明(联系人) , Tel: + 86_21_56331453; E_mail: xmguo@ yc. shu. edu. cn.

任取 $y\in V$，这里 $\omega>0$ 且 $\alpha\in\mathbf{R}$．

(H_2) β 是一个非单调、不连续的多值映象（见[14]）．

设 $b(\xi)\in L^{\infty}_{loc}(\mathbf{R})$，对所有的 $\rho>0$，我们给定

$$\underline{b}_\rho(\xi)=\operatorname*{ess\,inf}_{|\xi_1-\xi|\leqslant\rho} b(\xi_1),\quad \bar{b}_\rho(\xi)=\operatorname*{ess\,sup}_{|\xi_1-\xi|\leqslant\rho} b(\xi_1),$$

$$\underline{b}(\xi)=\lim_{\rho\to0^+}\underline{b}_\rho(\xi),\quad \bar{b}(\xi)=\lim_{\rho\to0^+}\bar{b}_\rho(\xi),\quad \beta(y)=[\underline{b}(y),\bar{b}(y)].$$

此外，还假设 $|b(\xi)|\leqslant C(1+|\xi|)$，$C>0$．

(H_3) Z 是一个巴拿赫空间，$S\subset Z$ 是一个闭凸子集．

设 $F:L^2(0,T;V)\to Z$ 是连续的．

(H_4) B 是一个从 U 到 H 的线性连续算子．

(H_5) 我们给出目标泛函 $I:V\times U\to\mathbf{R}$ 的如下假设

（i）$I(y,u)$ 是弱下半连续的；（ii）$\forall k>0$，$\exists r>0$ 使得．

$\forall\ \|u\|\geqslant r$，$u\in U_{ad}$，以及 $\forall y\in V$，$I(y,u)\geqslant k$．

定义 $Y(u)$ 为对应于每个 $u\in U_{ad}$ 的控制方程(1)的解集．

我们研究如下两个问题．

问题$(\mathrm{P}(u))$　求解 $y\in Y(u)$ 使得 $I(y,u)\leqslant I(y,u)$ 并且 $F(y)\subset S$．

用 $E(u)$ 来表示 $I(y,u)$，这里 $y\in Y(u)$ 是问题$(\mathrm{P}(u))$的解．

问题(P)　求解 $u_*\in U_{ad}$ 使得 $E(u_*)\leqslant E(u)$，$\forall u\in U_{ad}$．

2　主要结果和证明

命题 1　设 $f\in L^2(0,T:L^2(\Omega))$，$u\in U_{ad}$，则状态方程(1)存在一个解 $y\in Y(u)$ 使得

$$\begin{cases} y\in L^\infty(0,T;H^1_0(\Omega))\cap C([0,T];L^2(\Omega)),\\ y'\in L^\infty(0,T;L^2(\Omega))\cap C([0,T];H^{-1}(\Omega)),\\ y''\in L^2(0,T;H^{-1}(\Omega)).\end{cases}$$

证明　类似[15,16]的方法，可证．

命题 2　给定 $u\in U_{ad}$，任意的解序列$\{y_n\}\subset Y(u)$ 都有一个子序列$\{y_n\}$（标记不变），使得 y_n 强收敛于 y 且 $y\in Y(u)$．

证明　我们有

$$\begin{cases} y''_n+Ay_n+b(y'_n)=Bu+f,\quad b(y'_n)\in\beta(y'_n),\\ y_n(0)=y_0,\quad y'_n(0)=y_1.\end{cases}\tag{2}$$

将(2)中的方程两端与 y'_n 作内积并沿$(0,t)$作积分，则依据假设(H_1)、(H_2)，我们得到

$$\|y'_n\|^2_H+\omega\|y_n\|^2_V-\alpha\|y_n\|^2_H+\int_0^t\langle b(y'_n),y'_n\rangle\mathrm{d}s\leqslant\int_0^t\langle Bu+f,y'_n\rangle\mathrm{d}s,$$

注意到 $|g_n(y_n)|<C(1+\|y_n\|_H)$，$Bu+f$ 是有界的，V 是连续嵌入 H 中的．于是我们有，

$$\|y'_n\|^2_H\leqslant C_1+C_2\int_0^t\|y'_n\|^2_H\mathrm{d}s,\quad C_1,C_2>0.$$

应用 Gronwall 不等式并且注意到 $y_n=y_n(0)+\int_0^t y'_n\mathrm{d}s$，可以得到

$$\|y_n\|_H\leqslant C_3,\quad\|y'_n\|_H\leqslant C_4,\quad C_3,C_4>0.$$

依据 Ascoli_Arzela 定理，可以得到如下结果：

y_n 强收敛于y, $y_n, y \in L^{\infty}(0,T;H_0^1(\Omega)) \cap C([0,T];L^2(\Omega))$,

y_n' 弱收敛于y', $y_n', y' \in L^{\infty}(0,T;L^2(\Omega)) \cap C([0,T];H^{-1}(\Omega))$•

现证明: $y \in Y(u)$•

依 $y_n' = y_n'(0) + \int_0^t y_n'' \mathrm{d}s$ 和 $\| y_n' \|_H \leqslant C_3$, 我们可以推得: 在空间 $L^2(0,T;L^2(\Omega))$ 中, y_n'' 弱收敛于 y''• 而由假设(H_1), 易知 Ay_n 弱收敛于Ay 且$Ay, Ay_n \in L^{\infty}(0,T;V')$•

此外, g_n 是有界(这里由假设(H_2) 以及前面证明结果得来的)• 因此, 我们假定 g_n 弱收敛于 g• 根据命题 1,

y_n' 弱收敛于y', $y_n', y' \in L^{\infty}(0,T;L^2(\Omega)) \cap C([0,T];H^{-1}(\Omega))$•

进一步, $y_n'(x,t) \to y'(x,t) \quad n \to \infty$, a. e. $(x,t) \in Q$•

根据 Egorov 定理, 对于任给的 $\delta > 0$, 存在一个子集 $Q_\delta \subseteq Q = \Omega \times [0,T]$ 且 $| Q_\delta | \leqslant \delta$, 使得 $Q \setminus Q_\delta$ 上$y_n'(x,t)$ 一致收敛于 $y'(x,t)$•

也就是说, 对于任给的 $\varepsilon > 0$, 存在一个正整数 N, 当 $n > N$ 时有,

$$| y_n'(x,t) - y'(x,t) | \leqslant \varepsilon, \quad \forall (x,t) \in Q \setminus Q_\delta•$$

设 χ 是一个磨光函数, 满足 $\chi \in C^{\infty}(R)$, $\chi \geqslant 0$, $\operatorname{supp}\chi \subset (-1,1)$, $\int_{\mathbf{R}} \chi(\xi)\mathrm{d}\xi = 1$•

记
$$b_\varepsilon(\xi) = \frac{1}{\varepsilon}\int_{\mathbf{R}} \xi\left(\frac{\xi - z}{\varepsilon}\right) b(z)\mathrm{d}z = \int_{|z|=1} \chi(z) b(\xi - \varepsilon z)\mathrm{d}z•$$

并且以 $b_{1/n}$ 代替 b_n, n 是任意的正整数•

对几乎所有的 $(x,t) \in Q \setminus Q_\delta$, 当 $1/n \leqslant \varepsilon$ 和 $n > N$ 时显然有,

$$\underline{b}_n(y_n'(x,t)) = b_n(y_n'(x,t)) = \bar{b}_n(y_n'(x,t)) \leqslant \bar{b}_\varepsilon(y_n'(x,t)) \leqslant \bar{b}_{2\varepsilon}(y'(x,t))•$$

因此, 对所有的 $\mu \in L^1(0,T;L^2(\Omega))$, $\mu \geqslant 0$, 可以得到

$$\int_{Q \setminus Q_\delta} g(x,t)\mu(x,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t = \lim_{n\to\infty}\int_{Q \setminus Q_\delta} b_n(y_n'(x,t))\mu(x,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t \leqslant$$
$$\int_{Q \setminus Q_\delta} b_{2\varepsilon}(y_n'(x,t))\mu(x,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t,$$

$$\int_{Q \setminus Q_\delta} g(x,t)\mu(x,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t \leqslant \lim_{\varepsilon\to 0^+}\sup\int_{Q \setminus Q_\delta} \bar{b}_{2\varepsilon}(y'(x,t))\mu(x,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t \leqslant$$
$$\int_{Q \setminus Q_\delta} \bar{b}_{2\varepsilon}(y'(x,t))\mu(x,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t•$$

类似地, $\int_{Q \setminus Q_\delta} g(x,t)\mu(x,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t \geqslant \int_{Q \setminus Q_\delta} \underline{b}(y'(x,t))\mu(x,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t$•

于是
$$g(x,t) \in \beta(y(x,t)) \qquad \text{a. e. } (x,t) \in Q \setminus Q_\delta•$$

当 $\delta \to 0^+$, 得到: $b(x,t) \in \beta(y(x,t))$•

很明显, $y_n(0) \to y_0 = y(0)$, $y_n'(0) = y_1 = y'(0)$• 因此命题 2 得证•

定理 1 对任一 $u \in U_{ad}$, 问题$(\mathrm{P}(u))$ 至少有一个解•

证明 任给 $u \in U_{ad}$, 设 $p = \inf\left\{ I(y,u): y \in Y(u), F(y) \in S \right\}$, 则存在一个极小化序列$\left\{ y_n: y_n \in Y(u), F(y_n) \in S \right\}$, 使得 $I(y_n,u) < p + 1/n$•

从命题 2 的证明过程中, 我们可以推知$\left\{ y_n \right\}$是有界的且存在一个子序列$\left\{ y_n \right\}$(标示不变), 使得 y_n 弱收敛于y, $y_n, y \in L^{\infty}(0,T;L^2(\Omega))$, y_n 强收敛于y, $y_n, y \in L^{\infty}(0,T;L^2(\Omega)) \cap C([0,T];L^2(\Omega))$, 并且 $y \in Y(u)$• 依(H_5), 我们得到 $I(y,u) \leqslant I(y_n,u) < p + 1/n$•

现在我们来考虑 $F(y)$ 和 S 的关系•

依(H_3)，当 $F(y_n)\in S$ 时，我们容易推得 $F(y)\in S$•　定理证毕•

命题 3　如果 u_n 弱收敛于u，$u_n, u\in U_{ad}$，$y_n\in Y(u_n)$，那么必存在一个子序列$\{y_n\}$（标记不变），使得，

y_n 弱收敛于y，$y_n, y\in L^\infty(0,T;H^1(\Omega))$，

y_n 强收敛于y，$y_n, y\in L^\infty(0,T;H_0^1(\Omega))\cap C([0,T];L^2(\Omega))$，

并且 $y\in Y(u)$•

证明　命题 3 的证明与命题 2 类似•　只需在命题 2 的证明过程中以 u_n 代替 u 且注意到u_n 是有界的•

定理 2　最优控制问题(P)至少有一个解•

证明　设 $q=\inf\{E(u):u\in U_{ad}\}=$

$$\inf\{I(y(u),u):u\in U_{ad}, y\in Y(u), F(y)\in S\}•$$

如果$\{u_n\}(u_n\in U_{ad})$是问题(P)的一个极小化序列，那么我们假定 $E(u_n)<q+1/n$•　由假设(H_5)_(ii)推知$\{u_n\}$是有界的•　因此，存在子序列$\{u_n\}$（标记不变）使得 u_n 弱收敛于u_*，$u_n, u_*\in U$•　又因 U_{ad} 闭凸集，所以有 $u_*\in U_{ad}$•

我们来考虑问题$(P(u_n))$的解 $y(u_n)$•　容易推得 $y(u_n)$ 是有界的，因此存在子序列$\{y(u_n)\}$（标示不变）使得 $y(u_n)$ 弱收敛于 y_*，$y(u_n), y_*\in V$•　这样，由命题 3，我们得到：$y_*\in Y(u)$•　依假设(H_5)，$q=I(y_*, u_*)$•

显而易见，由命题 3 我们还得到：当 $F(y_n)\in S$ 时，$F(y)\in S$•　证毕•

3　逼近问题

设 h 是一个离散参数，$V_h\subset V\subset L^\infty(\Omega)$，$U_h\subset U$ 分别是V和U的有限维子空间•　U_{ad}^h 是 U_h 的凸闭子集但不必包含于 U_{ad}•　为了更好地讨论逼近问题，我们给出另外两个假设•

(H_6)　$\forall v\in V\cap L^\infty(\Omega)$，$\exists v_h\in V_h$ 使得v_h 强收敛于v，$v_h, v\in L^\infty(\Omega), V$；$\forall u\in U_{ad}$，$\exists u_h\in U_{ad}$ 使得u_h 弱收敛于u，$u_h, u\in U$•

(H_7)　$V_h\in y_n$ 弱收敛于y，$y_h, y\in V$，$U_{ad}^h\in u_h$ 弱收敛于u，$u_h, u\in U\Rightarrow \lim\limits_{h\to 0^+} I(y_h, u_h)=I(y,u)$•

定义 $Y_u(u_h)$ 为$(1)_h$ 的解集•

$$\begin{cases} y_h''+Ay_h+\beta(y_h')\in Bu_h+f, \\ y_h(0)=y_{0,h},\ y_h'(0)=y_{1,h}• \end{cases} \tag{1$_h$}$$

这里给出两个待解决的逼近问题•

问题$(P_h(u_h))$　求解 $y_h\in Y_h(u_h)$ 使得 $I(y_h, u_h)\leqslant I(y_h, u_h)$，$\forall y_h\in Y_h(u_h)$ 且 $F(y_h)\subset S$•

我们用 $E(u_h)$ 来表示 $I(y_h, u_h)$，这里 $y_h\in Y_h(u_h)$ 是问题$(P_h(u_h))$的解•

问题(P_h)　求解 $u_h^*\in U_{ad}^h$ 使得 $E(u_h^*)\leqslant E(u_h)$，$\forall u_h\in U_{ad}^h$•

类似前面的证明，我们可以得到以下结果•

引理 1　设 $u_h\in U_{ad}^h\cup U_{ad}$，则存在$(1)_h$ 的一个解$y_h\in V_h$ 使得

$$\begin{cases} y_h \in L^{\infty}(0, T; H_0^1(\Omega)) \cap C([0, T]; L^2(\Omega)), \\ y_h' \in L^{\infty}(0, T; L^2(\Omega)) \cap C([0, T]; H^{-1}(\Omega)), \\ y_h'' \in L^2(0, T; H^{-1}(\Omega)). \end{cases}$$

引理 2　给定 $u_h \in U_{ad}^h \cup U_{ad}$，任一序列 $\{y_{h,l}\} \subset Y_h(u_h)$ 均有一个子序列 $\{y_{h,l}\}$（标示不变）使得 $y_{h,l}$ 强收敛于 $y_h(l \to \infty)$ 且 $y_h \in Y_h(u_h)$.

定理 3　对所有的 $u_h \in U_{ad}^h \cup U_{ad}$，问题 $(\mathrm{P}_h(u_h))$ 至少有一个解.

引理 3　如果 $u_{h,k}$ 弱收敛于 u_h，$u_{h,k}, u_h \in U_{ad}^h \cup U_{ad}$，则其存在一个子序列 $y_{h,l} \in Y_h(u_h)$，使得 $y_{h,l}$ 弱收敛于 $y_h(l \to \infty)$，$y_{h,l}, y_h \in L^{\infty}(0, T; H_0^1(\Omega))$，$y_{h,l}$ 强收敛于 $y_h(l \to \infty)$，$y_{h,l}, y_h \in L^{\infty}(0, T; H_0^1(\Omega)) \cap C([0, T]; L^2(\Omega))$ 且 $y_h \in Y_h(u_h)$.

定理 4　问题 (P_h) 至少有一个解.

命题 4　设 $u_h \in U_{ad}^h$ 且 u_h 弱收敛于 $u(h \to 0^+)$，$u_h, u \in U$ 且 $y_h \in Y_h(u_h)$.　则其存在一个子序列 $\{y_h\}$（标示不变）及 $y \in Y(u)$ 使得 y_h 弱收敛于 $y\ (h \to 0^+)$，$y_h, y \in V$.

证明　依假设 (H_5)_(ii)，u_h 是有界的.　从命题 2 知道 y_h 也是有界的.　因此，存在子序列 $\{u_h\}$、$\{y_h\}$，使得 u_h 弱收敛于 u，y_h 弱收敛于 $y\ (h \to 0^+)$.

类似于命题 2 的证明，只需将 n 替换为 h 即可证得.

用 $Y(u)$ 表示集合

$$Y(u) = \Big\{ y \in V: \exists \{u_h\},\ u_h \in U_{ad}^h, \text{使得}\ u_h \xrightarrow{w} u\ \text{及}\ y_h(u_h) \xrightarrow{w} y, \text{这里}\ y_h(u_h) \in Y_h(u_h) \Big\},$$

显然 $\phi \neq Y(u) \subset Y(u)$，$\forall u \in U_{ad}$.

定理 5　设 u_h^* 是问题 (P_h) 的一个解，$y_h^* \in V_h$ 是对应其问题 $(\mathrm{P}_h(u_h^*))$ 的解.　则存在它们的子序列 $\{u_h^*\}$ 和 $\{y_h^*\}$，使得

$$u_h^*\ \text{弱收敛于}\ u_*,\quad u_h^*, u_* \in U, \tag{3}$$

$$y_h^*\ \text{弱收敛于}\ y_*,\quad y_h^*, y_* \in V. \tag{4}$$

这里 u_h^* 是问题 $(\mathrm{P}(u_*))$ 的解.

注　问题 $(\mathrm{P}(u))$ 定义为当 $y \in Y(u)$ 时的 $(\mathrm{P}(u))$.　类似地，我们也可定义问题 (P).

证明　序列 $\{u_h^*\}$ 和 $\{y_h^*\}$ 是有界的.　因此存在子序列满足 (3) 和 (4).　由命题4 及 $Y(u)$ 的定义，我们有：$y_* \in Y(u_*)$.　此外，问题 (P_h) 表明

$$I(y_h^*, u_h^*) \leqslant I(y_h, u_h),\quad \forall u_h \in U_{ad}^h,\quad \forall y_h \in Y_h(u_h). \tag{5}$$

给定 $u \in U_{ad}$ 和 $y \in Y(u)$，依集合 $Y(u)$ 的定义，可以得到：存在一个子序列 $\{u_h\}$，$u_h \in U_{ad}^h$，使得 u_h 弱收敛于 u，$u_h, u \in U$，且 $\forall y_h \in Y_h(u_h)$，y_h 弱收敛于 y，$y_h, y \in V$.

在 (5) 式的右端置 $y_h = y_h$，$u_h = u_h$.　当 $h \to 0^+$ 时，由假设 (H_7) 推知

$$I(y_*, u_*) \leqslant (y, u),\quad \forall u \in U_{ad}^h,\quad \forall y \in Y_h(u_h),$$

即 u_* 是问题 (P) 的解，y_* 是对应问题 $(\mathrm{P}(u_*))$ 的解.　定理得证.

[参　考　文　献]

[1] Panagiotopous P D. Hemivariational Inequalities, Applications in Mechanics and Engineering [M]. Berlin: Springer_Verlag, 1993.

[2] Panagiotopoulos P D. Coercive and semicoercive hemivariational inequalitis[J]. Nonlinear Anal, 1991, **16**(3): 209—231.
[3] Friedman A. Optimal control for variational inequalities[J]. SIAM J Control Optim, 1986, **24**: 439—451.
[4] Barbu V. Optimal Control of Variational Inequalities[M]. London: Pitman, 1983.
[5] Barbu V. Analysis and Control of Nonlinear Infinite Dimensional Sysems[M]. Academic Press: inc, 1993.
[6] Haslinger J, Panagiotopoulos P D. Optimal control of systems governed by hemivariational inequalities existence and approximation results[J]. Nonlinear Anal, 1995, **24**(1): 105—119.
[7] WANG Geng_sheng. Optimal control of parabolic variational inequality involving state constraint[J]. Nonlinear Anal, 2000, **42**(5): 789—801.
[8] Arada N, Raymond J P. Optimal control problems with mixed control_state constraints[J]. SIAM J Control Optim, 2000, **39**(5): 1391—1407.
[9] HE Zheng_xu. State constrained control problems governed by variational inequality[J]. SIAM J Control Optim, 1987, **25**(5): 1119—1144.
[10] Tiba D. Optimality conditions for distributed control problems with nonlinear state equation[J]. SIAM J Control Optim, 1985, **23**(1): 85—110.
[11] Mignot F, Puel J P. Optimal control in some variational inequalities[J]. SIAM J Control Optim, 1984, **22**(3): 466—476.
[12] Frederic Bonnans, Eduardo Casas. An extension of pontryagin' s principle for state_constrained optimal control of semilinear elliptic equations and variational inequalities[J]. SIAM J Control Optim, 1995, **33**(1): 271—298.
[13] 郭兴明, 周世兴. 抛物型变分不等式的最优控制[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(7): 669—674.
[14] CHANG Kung_ching. Variational methods for non_differentiable functionals and their applications to partial differential equations[J]. J Math Anal Appl, 1981, **80**(1): 102—129.
[15] GUO Xing_ming. On existence and uniqueness of solution of hyperbolic differential inclusion with discontinuous nonlinearity[J]. J Math Anal Appl, 2000, **241**(2): 198—213.
[16] GUO Xing_ming. The initial boundary value problem of a mixed_typed hemivariational inequality[J]. Internat J Math Math Sci, 2001, **25**(1): 43—52.

Optimal Control of Hyperbolic H_Hemivariational Inequalities With State Constraints

LU Wei_gang, GUO Xing_ming, ZHOU Shi_xing
(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, P.R.China)

Abstract: The optimal control problems of hyperbolic H_hemivariational inequalities with the state constraints and nonmomotone multivalued mapping term are considered. The optimal solutions are obtained. In addition, their approximating problems are also studied.

Key words: H_hemivariational inequality; optimal control; state constraint; nonmomotone multivalued mapping