

文章编号: 1000-0887(2004) 07_0695_06

墙体绕墙顶转动情况下挡 土墙主动土压力分布*

王元战¹, 唐照评¹, 郑 斌²

(1. 天津大学 建筑工程学院, 天津 300072;
2. 交通部第四航务工程勘察设计院, 广州 510230)

(陈正汉推荐)

摘要: 根据库仑土压力理论的假设, 挡土墙上的土压力是由墙后填土在极限平衡状态下出现的滑动楔体产生, 给出了墙体绕墙顶转动变位模式下土压力强度、土压力合力和土压力合力作用点的理论公式, 并与库仑土压力理论、墙体平动变位模式下土压力和有关实验结果进行了比较。结果表明, 墙体绕墙顶转动变位模式下土压力合力与墙体平动变位模式下土压力合力相等, 且等于库仑理论计算结果, 但土压力合力作用点和土压力分布有显著差别

关键词: 挡土墙; 绕墙顶转动; 主动土压力; 分布; 作用点
中图分类号: TU432 **文献标识码:** A

引 言

挡土墙上的土压力是土木工程的一个经典问题。早在 1776 年法国学者库仑就建立了挡土结构上土压力的理论公式, 通常称为库仑土压力理论^[1]。库仑土压力理论假设, 挡土墙上的土压力是由墙后填土中由墙背和与水平面成 θ 角的破裂面构成的滑动楔体产生, 通过作用于该滑动楔体上的静力平衡条件, 得到作用于挡土墙上的主动土压力。1857 年朗金根据土体中一点的力极限平衡条件, 建立了土压力计算公式^[2], 通常称为朗金土压力理论。此后, 在该领域开展了大量的理论和实验研究工作, 提出了很多理论和方法。但是, 库仑土压力理论和朗金土压力理论目前仍在土木工程中得到广泛应用。

在挡土结构稳定性验算中, 关于土压力要解决两个关键问题: 土压力的大小和土压力合力作用点, 土压力合力作用点是由土压力分布决定的。库仑土压力理论是根据作用在整个滑动楔体上的力平衡条件, 通过作用于该三角形滑动楔体上的静力平衡条件, 给出土压力合力。在库仑土压力理论实际应用中, 通常假设土压力为线性分布, 土压力合力作用点在距基础三分之一倍墙高处。但大量实验资料表明, 库仑理论计算的土压力大小与实测结果非常接近, 但土压力合力作用点与线性土压力分布假设有较大差别。如文献[3]给出的实验研究结果表明, 土压力合力作用点在距基础 $1/3 \sim 1/2$ 倍墙高处。因此, 挡土墙上的土压力及其分布, 仍然是有待

* 收稿日期: 2002_05_20; 修订日期: 2004_04_25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50279027); 天津市自然科学基金资助课题(973606311)

作者简介: 王元战(1958—), 男, 天津人, 教授, 系主任, 博士(联系人, Tel: + 86_22_27401337; Fax: + 86_22_27890758; E_mail: yzwang@public.tpt.tj.cn)。

于深入研究的问题。

大量研究结果表明, 墙体变位对挡土墙上的土压力分布或土压力合力作用点有很大影响^[3-5]。文献[4]考虑了三种墙体变位模式: 水平变位模式(T模式)、绕基础转动模式(RB模式)和绕墙顶转动模式(RT模式), 对挡土墙上主动土压力的大小和作用点与墙体的三种变位模式的关系进行了模型实验研究。模型实验研究结果表明, 在墙体水平变位模式下, 对不同的土体内摩擦角, 土压力合力作用点在0.38~0.47倍墙高处; 在绕基础转动变位模式下, 土压力合力作用点在0.24~0.30倍墙高处; 在绕墙顶转动变位模式下, 土压力合力作用点在0.39~0.57倍墙高处。

文献[6]和[7]分别建立了墙体水平变位模式下和墙体绕基础转动变位模式下挡土墙土压力分布、土压力合力及土压力合力作用点的理论公式。本文在上述工作的基础上, 进一步建立了墙体绕墙顶转动模式下挡土墙土压力分布、土压力合力及土压力合力作用点的理论公式, 并与墙体水平变位模式下的土压力分布、土压力合力及土压力合力作用点进行了比较。

1 分析模型

大量土压力试验研究表明, 在极限状态下墙后填土中会出现一滑动面, 该滑动面总是通过挡土墙的基底, 与墙面构成一滑动楔体。在滑动面下部可能是凹面、凸面或平面; 滑动面上部往往接近于平面。基于这一实验观测现象, 本文采用库仑土压力理论中墙后填土极限平衡的概念, 假设当土墙向前移动达一定值时, 墙后填土将沿墙背面及过墙基底与水平面夹角 θ 的土体中某一平面发生滑动。现取该滑动楔体为隔离体, 如图1(a)所示。

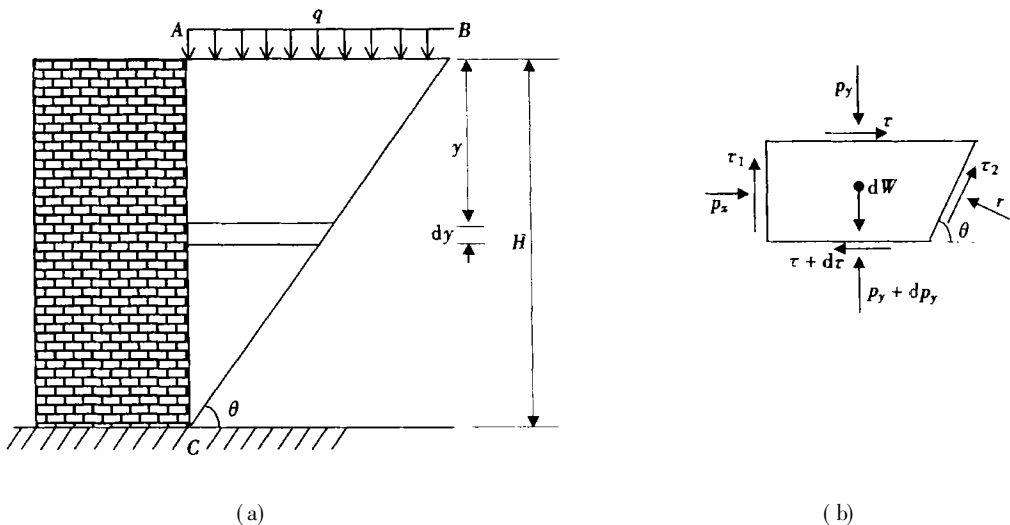


图1 墙体绕墙顶转动变位模式的分析模型

为简明, 设填土表面为水平面, 墙背为垂直面。在距楔体表面深度为 y 处取一厚度为 dy 的薄单元, 作用于薄单元上的力有: 单元顶面的垂直压力 p_y , 底面的垂直反力 $p_y + dp_y$, 挡土墙水平反力 p_x , 挡土墙背与填土的摩擦力 τ_1 , 垂直于滑动面的不动土体反力 r , 不动土体对滑动土体的摩擦力 τ_2 , 以及薄单元的重力 dW 。在墙体水平变位模式下^[6], 假设滑动楔体作为一整体运动, 在各水平土层之间不产生相对运动, 没有考虑薄单元上、下表面上的水平剪力。但是, 在墙体绕墙顶转动变位模式下, 假设墙体绕墙顶转动时, 滑动楔体的各土层相对于其上层土层产生向转动方向的相对运动, 在土层之间出现水平剪切力。作用于薄单元上、下表面的

剪切力分别为 τ 和 $\tau + d\tau$, 如图 1(b) 所示。

由作用于薄单元上的水平方向力的平衡条件得:

$$p_x + \tau_2 \cot \theta - r + \tau \cot \theta - (H - y) \frac{d\tau}{dy} \cot \theta = 0, \quad (1)$$

式中, H 为墙高。由作用于薄单元上的竖向力平衡条件得:

$$\frac{dp_y}{dy} = \gamma + \frac{1}{H - y} [p_y - r - (\tau_1 + \tau_2) \tan \theta], \quad (2)$$

其中, γ 为填土的重度。令:

$$p_x = K p_y, \quad \tau_1 = p_x \tan \delta, \quad \tau_2 = r \tan \varphi, \quad \tau = p_y \tan \varphi, \quad (3)$$

式中, δ 为填土与墙背的摩擦角; φ 为填土的内摩擦角; φ' 是墙体绕墙顶转动变位模式下土层间的等效摩擦角, φ' 应比土体的内摩擦角小; K 为填土的侧压力系数, 在有剪应力作用条件下, K 值应该不是常数, 其值介于静止土压力系数和主动土压力系数之间。为简化分析, 本文假定 K 为常数, 并取为静止土压力系数, $K = 1 - \sin \varphi$ 。在极限条件下, 假设作用于土层间的水平剪切力 τ 为土层间的摩擦力, 故 $\tau = p_y \tan \varphi$ 。

将式(3)代入方程(1), 整理后得

$$r = - (H - y) \frac{\cos \theta \cos \varphi \sin \varphi'}{\sin(\theta - \varphi) \cos \varphi'} \frac{dp_y}{dy} + \left[K \frac{\sin \theta \cos \varphi}{\sin(\theta - \varphi)} + \frac{\cos \theta \cos \varphi \sin \varphi'}{\sin(\theta - \varphi) \cos \varphi'} \right] p_y. \quad (4)$$

将式(3)和式(4)代入方程(2), 整理后得以下方程

$$\frac{dp_y}{dy} = \left[1 - \frac{\cos(\theta - \varphi - \delta) \cos \varphi' \tan \theta}{\sin(\theta - \varphi - \varphi') \cos \delta} K \right] \frac{p_y}{H - y} + \frac{\sin(\theta - \varphi) \cos \varphi'}{\sin(\theta - \varphi - \varphi')} \gamma. \quad (5)$$

方程(5)即为墙体绕墙顶转动变位模式下的基本方程。

2 基本方程的解

2.1 土压力强度

方程(5)是关于土体垂直压力强度的一阶微分方程, 令

$$a_u = \frac{\cos(\theta - \varphi - \delta) \cos \varphi' \tan \theta}{\sin(\theta - \varphi - \varphi') \cos \delta}, \quad b_u = \frac{\sin(\theta - \varphi) \cos \varphi'}{\sin(\theta - \varphi - \varphi')}. \quad (6)$$

方程(5)变为

$$\frac{dp_y}{dy} = - (-a_u K - 1) \frac{p_y}{H - y} + b_u \gamma. \quad (7)$$

方程(7)满足边界条件: $y = 0$ 时, $p_y = q$ 的解为

$$p_y = \left[q - \frac{b_u \gamma H}{a_u K - 2} \right] \left[\frac{H - y}{H} \right]^{a_u K - 1} + \frac{b_u \gamma H}{a_u K - 2} \frac{H - y}{H}. \quad (8)$$

由式(3) $p_x = K p_y$, 得作用于挡土墙上的水平土压力为

$$p_{xu} = K \left[\left[q - \frac{b_u \gamma H}{a_u K - 2} \right] \left[\frac{H - y}{H} \right]^{a_u K - 1} + \frac{b_u \gamma H}{a_u K - 2} \frac{H - y}{H} \right]. \quad (9)$$

2.2 土压力合力

水平土压力的合力可由以下积分得到

$$P_{xu} = \int_0^H p_{xu} dy = \frac{1}{a_u} \left[qH + \frac{1}{2} b_u \gamma H^2 \right], \quad (10)$$

土压力的合力为

$$P_u = \frac{P_{xu}}{\cos \delta} = \frac{1}{a_u \cos \delta} \left[qH + \frac{1}{2} b_u \gamma H^2 \right]. \quad (11)$$

如果地面超载 $q = 0$, 并将式(6)代入上式, 土压力的合力可表示为

$$P_{\text{u}} = \left[\frac{1}{2} \gamma H^2 \right] \frac{\sin(\theta - \varphi) \cot \theta}{\sin(\theta - \varphi - \delta)} \quad (12)$$

2.3 土压力合力作用点

土压力合力的作用点可由以下方法确定。首先由以下积分确定土压力对基础的力矩

$$M = \int_0^H (H - y) p_{xu} dy = \frac{KH^2}{a_u K + 1} \left(q + \frac{1}{3} b_u \gamma H \right), \quad (13)$$

土压力合力作用点高度为

$$H_{p_{\text{u}}} = \frac{M}{P_{x_{\text{u}}}} = \left[\frac{1}{3} + \frac{a_u K - 1}{3(a_u K + 1)} \right] H \frac{3q + b_u \gamma H}{2q + b_u \gamma H} \quad (14)$$

如果地面超载 $q = 0$, 土压力合力作用点高度变为

$$H_{p_{\text{u}}} = \left[\frac{1}{3} + \frac{a_u K - 1}{3(a_u K + 1)} \right] H \quad (15)$$

3 与库仑土压力理论和试验数据的比较

3.1 库仑土压力理论

当墙背为垂直, 地面为水平面时, 库仑土压力理论给出的总土压力为:

$$P = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin(\theta - \varphi) \cot \theta}{\sin(\theta - \varphi - \delta)} \quad (16)$$

取不同的 θ 角, P 也随之改变。为求最大 P 值, 令 $dP/d\theta = 0$, 得总主动土压力:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \quad (17)$$

其中, H 为墙高, K_a 为主动土压力系数。

根据文献[8]的叙述, 由(17)式知, 主动土压力 P_a 是墙高的二次函数, 主动土压力强度由以下方式获得:

$$p_a = \frac{dP_a}{dy} = \gamma y K_a \quad (18)$$

由此得到线性分布的主动土压力强度。但是, 式(17)给出的总主动土压力并不与式(18)给出的线性分布土压力强度唯一对应, 其它分布形式的土压力强度同样可以给出式(17)所确定的总主动土压力。如二次分布形式的主动土压力强度: $p_a = 3 \gamma y^2 K_a / (2H)$, 总土压力也是 $P_a = \gamma H^2 K_a / 2$ 。因此, 由总主动土压力表达式是墙高的二次函数推断主动土压力强度是填土深度的一次函数, 是不充分的。

3.2 总土压力

由式(12)和式(16)比较可知, 本文给出的墙体绕墙顶转动变位模式下的总土压力与库仑理论给出的总土压力完全相同, 也与文献[6]给出的墙体水平变位模式下的总土压力相同。

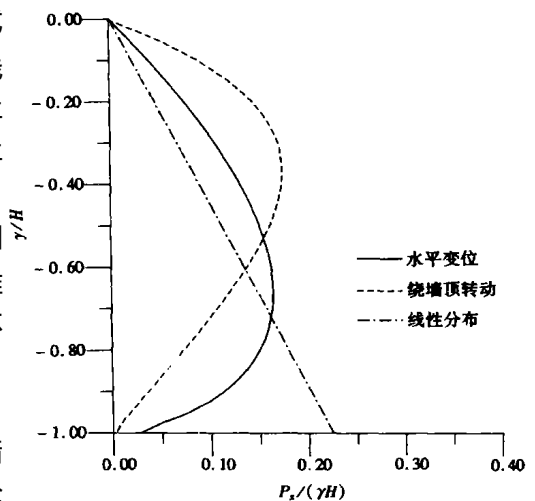


图2 二种墙体变位模式下土压力分布

3.3 土压力分布

应用库仑理论计算主动土压力时,假设土压力沿墙背线性分布,由式(18)给出。本文给出的土压力为非线性分布,由式(9)给出。

图2给出了墙体水平变位、墙体绕墙顶转动变位模式下的土压力沿墙背的分布。计算中取土体内摩擦角 $\varphi = 36^\circ$,土与墙背的摩擦角 $\delta = \varphi/2$ 。

由图可见,墙体水平变位模式下和墙体绕墙顶转动变位模式下的土压力分布有很大差别,也与线性土压力分布有很大差别。在墙体水平变位模式下,土压力最大值出现在距基础约0.3~0.4倍墙高处;在墙体绕墙顶转动变位模式下,最大土压力值出现在距基础约0.6~0.7倍墙高处。

3.4 土压力合力作用高度

库仑理论假设土压力强度为直线分布,当地面超载 $q = 0$ 时,土压力合力作用点距墙底高度 $H_p = H/3$ 。本文公式给出的土压强度为曲线分布,当地面超载 $q = 0$ 时,土压力合力作用点距墙底高度由式(15)给出。

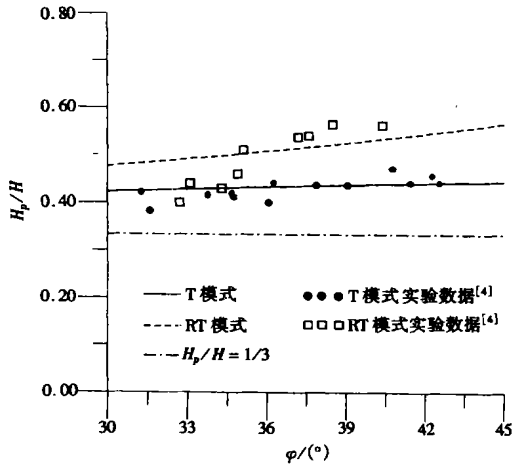


图3 二种墙体变位模式下土压力合力作用点高度

图3给出了墙体水平变位、墙体绕墙顶转动变位模式下,土压力合力作用点与墙高的比值随土体内摩擦角 φ 的变化曲线,图中同时给出了文献[4]的模型实验数据。在墙体水平变位模式下,土压力合力作用点在距基础约0.40~0.45倍墙高处;线性分布假设给出的土压力合力作用点在距基础1/3倍墙高处;在墙体绕墙顶转动变位模式下土压力合力作用点比墙体水平变位模式下土压力合力作用点高,约在距基础0.46~0.57倍墙高处。

在墙体绕墙顶转动变位模式下,本文给出的土压力合力作用点与文献[4]的实验结果基本吻合,实验结果为 $H_{pII} = 0.39H \sim 0.57H$ 。在墙体水平变位模式下,文献[6]公式给出的土压力合力作用点与文献[4]给出的模型实验结果很接近,实验结果为: $H_{pI} = 0.38H \sim 0.47H$ 。

4 结 语

1) 在墙体绕墙顶转动变位模式下与墙体水平变位模式下的土压力合力相同,并且等于库仑土压力理论给出的结果。

2) 在墙体水平变位、墙体绕墙顶转动变位模式下,本文公式给出的土压力强度为非线性分布,不同墙体变位模式下土压力分布不同,土压力合力作用点也不同。在墙体水平变位模式下,土压力合力作用点在距基础约0.40~0.45倍墙高处;在墙体绕墙顶转动变位模式下,土压力合力作用点比墙体水平变位模式下的作用点要高,约在距基础0.46~0.57倍墙高处。

3) 各种墙体变位模式下土压力合力相同,并且等于库仑土压力理论给出的结果。因此,在重力式挡土结构滑移稳定性验算中,可采用库仑土压力理论计算土压力合力。

4) 不种墙体变位模式下土压力合力作用点有显著差别,并且与线性分布假设给出的土压力合力作用点不同。因此,在考虑墙体绕墙顶转动稳定性验算中,应考虑结构的失稳模式。

[参 考 文 献]

- [1] Liu Cheng, Evett Jack B. Soil and Foundations [M]. New Jersey: Prentice_Hall, Inc, 1998.
- [2] Rankine W J M. On the stability of loose earth[J]. Phil Trans Roy Soc, Lond, 1857, **147**(1): 9—27.
- [3] 陈万佳. 散粒体结构力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 1983.
- [4] Fang Y S, Ishibashi I. Static earth pressures with various wall movements[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1986, **112**(3): 317—333.
- [5] Tsinker G P. Handbook of Port and Harbor Engineering_Geotechnical and Structural Aspects [M]. New York Chapman & Hall, I (T) P International Thomson Publishing, 1997.
- [6] WANG Yuan_zhan. Distribution of earth pressure on a retaining wall[J]. Geotechnique, 2000, **50**(1): 83—88.
- [7] 王元战, 李蔚, 黄长虹. 墙体绕基础转动情况下挡土墙主动土压力分布[J]. 岩土工程学报, 2003, **25**(2): 208—211.
- [8] 天津大学. 土力学与地基[M]. 北京: 人民交通出版社, 1980.

Distribution of Active Earth Pressure of Retaining Wall With Wall Movement of Rotation About Top

WANG Yuan_zhan¹, TANG Zhao_ping¹, ZHENG Bin²

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University,
Tianjin 300072, P. R. China;

2. China Communications Fourth Design Institute of Navigation,
Guangzhou 510230, P. R. China)

Abstract: Based on the Coulomb's theory that the earth pressure against the back of a retaining wall is due to the thrust exerted by the sliding wedge of soil from the back of the wall to a plane which passes through the bottom edge of the wall and has an inclination equal to the angle of θ , the theoretical answers to the unit earth pressure, the resultant earth pressure and the point of application of the resultant earth pressure on a retaining wall were obtained for the wall movement mode of rotation about top. The comparisons were made among the formula presented here, the formula for the wall movement mode of translation, the Coulomb's formula and some experimental observations. It is demonstrated that the magnitudes of the resultant earth pressures for the wall movement mode of rotation about top is equal to that determined by the formula for the wall movement mode of translation and the Coulomb's theory. But the distribution of the earth pressure and the points of application of the resultant earth pressures have significant difference.

Key words: retaining wall; rotation about top; active earth pressure; distribution; point of application