

无限大多层油藏渗流问题的 解析解及其应用*

戴榕菁 孔祥言 钟钊新

(中国科学技术大学, 1988年4月26日收到)

摘 要

本文对无限大多层油藏有越流的定压生产情形, 利用 Weber 变换方法, 给出了产量函数及压力分布函数的解析解. 并将计算结果绘成曲线图, 这些结果可用于定压生产情形的不稳定试井分试.

一、前 言

在地下资源的开发中, 定压生产是相当普遍的, 特别是天然气井、地热井和某些油井, 往往是自然地处于定压条件下生产. 对于单层均质油藏定压生产的压力恢复分析, 已经取得了一些进展^[1,2]. 而多层油藏定产问题的试井分析, 近年来也有不少研究成果^[3,4]. 此外, 关于双重介质圆形地层中心一口井的情形, 有用 Hakei-Laplace 双重积分变换方法进行了理论研究^[5]. 本文对于多层油藏, 层间有低渗隔层的一般情形, 在无限大地层和定压生产的条件下, 首先导出主控方程组, 然后用 Weber 变换进行求解. 给出两层定压生产问题的解析解, 并讨论了早期和长期特性. 最后对这些结果进行了分析讨论.

二、基本控制方程

在忽略重力的情况下, n 层介质渗流的基本控制方程为 (见附录):

$$\begin{aligned} (kh)_j r^2 P_j = (\phi hc)_j \mu \frac{\partial P_j}{\partial t} + X_{j-1} (P_j - P_{j-1}) \\ - X_j (P_{j+1} - P_j) \quad (j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中 ϕ_j , h_j , c_j , k_j , P_j 分别为第 j 层介质的孔隙度、厚度、压缩系数、渗透率及压力函数.

$$X_j = 2 / \{ 2[\Delta h]_j / (kv)_j + x_{j+1} + x_j \} \quad (2.2)$$

* 李家春推荐.

为第 j 个交界面处单位面积上的越流所受阻力, $X_0 = X_n = 0$. $(\Delta h)_j$ 和 $(k\nu)_j$ 为隔膜的厚度及渗透率, 其中 $x_j = h_j/k_j$.

对于定压问题, 设初始条件为:

$$P_j(r, t)|_{t=0} = P_i, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.3)$$

内边界条件:

$$P_j(r_w, t) = P_w, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.4)$$

其中 P_w 为井中压力, 是不随时间而变的常数. 外边界条件:

$$P_j|_{r \rightarrow \infty} = P_i \quad (2.5)$$

采用如下的无量纲量对(2.1), (2.3)~(2.5)进行无量纲化

$$P_{jD} = (P_i - P_j)/(P_i - P_w), \quad r_D = r/r_w, \quad \bar{k}h = \sum_{j=1}^n (kh)_j, \quad t_D = t\bar{k}h/\phi h c \mu r_w^2$$

$$\overline{\phi hc} = \sum_{j=1}^n (\phi hc)_j, \quad (\bar{k}h)_j = (kh)_j/\bar{k}h, \quad (\overline{\phi hc})_j = (\phi hc)_j/\overline{\phi hc}$$

$$X_{j-1} = X_{j-1}r_w^2/\bar{k}h, \quad X_j = X_jr_w^2/\bar{k}h$$

得无量纲控制方程:

$$(\bar{k}h)_j \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} r_D \frac{\partial P_{jD}}{\partial r_D} = (\overline{\phi hc})_j \frac{\partial P_{jD}}{\partial t_D} + X_{j-1}(P_{jD} - P_{j-1D}) - X_j(P_{j+1D} - P_{jD}) \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.6)$$

无量纲初始条件:

$$P_{jD}(r_D, t_D)|_{t_D=0} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.7)$$

定压无量纲内边界条件:

$$P_{jD}(1, t_D) = 1 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.8)$$

无量纲无穷远处条件:

$$P_{jD}(\infty, t_D) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.9)$$

后面为简便起见, 将无量纲量的符号下标 D 去掉用原符号表示.

三、两层定压生产问题的解析解

对于两层问题, 即 $n=2$. 这时令 $X_1 = X$, 则方程组(2.2)~(2.6)可写成:

$$\left. \begin{aligned} (\bar{k}h)_1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P_1}{\partial r} &= (\overline{\phi hc})_1 \frac{\partial P_1}{\partial t} - X(P_2 - P_1) \\ (\bar{k}h)_2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P_2}{\partial r} &= (\overline{\phi hc})_2 \frac{\partial P_2}{\partial t} + X(P_2 - P_1) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

初始条件和边界条件仍为(2.7)~(2.9), 只是 $j=1, 2$.

为了求解上述问题, 我们将以上各式对空间变量 r 进行 Weber 变换, 变为对时间变量 t 的常微分方程组. 我们知道, Weber 变换及其反变换为:

$$P_j(\beta, t) = \int_{r=1}^{\infty} r R_0(r\beta) P_j(rt) dr \quad (3.2)$$

$$P_j(r, t) = \int_0^\infty \frac{\beta R_0(\beta, r)}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} \bar{P}_j(\beta, t) d\beta \quad (3.3)$$

其中核函数 $R_0(\beta r) = Y_0(\beta)J_0(\beta r) - J_0(\beta)Y_0(\beta r)$ (3.4)

经式(3.2)变换后, 容易求得变换函数

$$\begin{aligned} \bar{P}_1(\beta, t) = & \frac{2/\pi}{A_1 A_2 - \psi_1 \psi_2} \left\{ \frac{\psi_1(\alpha_1 \psi_2 - \alpha_2 A_1)}{\lambda_1} (\exp[\lambda_1 t] - 1) \right. \\ & \left. + \frac{A_1(\alpha_2 \psi_1 - \alpha_2 A_2)}{\lambda_2} (\exp[\lambda_2 t] - 1) \right\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_2(\beta, t) = & \frac{2/\pi}{A_1 A_2 - \psi_1 \psi_2} \left\{ \frac{A_2(\partial_1 \psi_2 - \partial_2 A_1)}{\lambda_1} (\exp[\lambda_1 t] - 1) \right. \\ & \left. + \frac{\psi_2(\partial_2 \psi_1 - \partial_1 A_2)}{\lambda_2} (\exp[\lambda_2 t] - 1) \right\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中 $\lambda_j = -2^{-1}[\alpha_1 + \alpha_2 \beta^2 + A_1 + A_2 + (-1)^j \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)\beta^2 + A_2 - A_1})^2 + 4A_1 A_2}]$ (3.7)

$$\psi_1 = -\psi_2 = \lambda_1 + \alpha_2 \beta^2 + A_2$$

$$\alpha_j = (\overline{kh})_j / (\overline{\phi hc})_j, \quad A_j = \mathbf{X} / (\overline{\phi hc})_j \quad (3.8)$$

再由式(3.3)进行反变换, 即得无量纲压力函数

$$P_j(r, t) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_{\beta=0}^\infty \frac{\beta R_0(\beta, r)}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} S_j(\beta, t) d\beta \quad (j=1, 2) \quad (3.9)$$

其中 $S_1 = \frac{1}{A_1 A_2 - \psi_1 \psi_2} \left\{ \frac{\psi_1(\alpha_1 \psi_2 - \alpha_2 A_1)}{\lambda_1} \exp[\lambda_1 t] + \frac{A_1(\alpha_2 \psi_1 - \alpha_1 A_2)}{\lambda_2} \exp[\lambda_2 t] \right\}$ (3.10)

$$S_2 = \frac{1}{A_1 A_2 - \psi_1 \psi_2} \left\{ \frac{A_2(\alpha_1 \psi_2 - \alpha_2 A_1)}{\lambda_1} \exp[\lambda_1 t] + \frac{\psi_2(\alpha_2 \psi_1 - \alpha_1 A_2)}{\lambda_2} \exp[\lambda_2 t] \right\} \quad (3.11)$$

为了求出流量随时间的变化关系, 我们将式(3.9)对 r 求导数, 可得

$$\frac{\partial P_j}{\partial r} = \frac{2}{\pi} \int_{\beta=0}^\infty \frac{\beta^2}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} S_j R_1(\beta, r) d\beta \quad (j=1, 2) \quad (3.12)$$

其中 $R_1(\beta, r) = J_0(\beta)Y_1(\beta r) - Y_0(\beta)J_1(\beta r)$ (3.13)

以上的 J_n, Y_n 为 n 阶贝塞尔函数.

各层径向流量为

$$\begin{aligned} Q_j &= \frac{Q_j \mu}{2\pi kh(P_i - P_w)} = \frac{\mu}{2\pi kh(P_i - P_w)} \frac{2\pi(kh)_j r}{\mu} \frac{\partial P_j}{\partial r} \\ &= (\overline{kh})_j r \frac{\partial P_j}{\partial r} \quad (j=1, 2) \end{aligned} \quad (3.14)$$

所以在井筒处有:

$$Q_j \Big|_{r=1} = -\frac{4}{\pi^2} (\overline{kh})_j \int_{\beta=0}^\infty \frac{\beta}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} S_j d\beta \quad (j=1, 2) \quad (3.15)$$

并且单位水平面积上的越流为:

$$q_0 = \frac{2\mathbf{X}}{\pi} \int_{\beta=0}^\infty \frac{\beta}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} (S_2 - S_1) R_0(\beta, r) d\beta \quad (3.16)$$

以上求出的解, 当 $\bar{X}=0$, $\alpha_1 \neq \alpha_2$ 时便为无越流两层流动解; 当 $\bar{X}=0$, $\alpha_1 = \alpha_2$ 时, 为单层流动解:

$$\lim_{\substack{\lambda_1 \rightarrow 0 \\ \lambda_2 \rightarrow 0 \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha}} P_j = 1 + \frac{2}{\pi} \int_{\beta=0}^{\infty} \exp[-\alpha\beta^2 t] \cdot \frac{J_0(\beta r) Y_0(\beta) - Y_0(\beta r) J_0(\beta)}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} \frac{d\beta}{\beta} \quad (3.17)$$

此即单层径向定压解, 这也完全可由热传导定温解进行类比而得到 (参见文献[6])。

下面来分析两层无限大地层定压流动在早期和长期时可能有一些特性。因为:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \beta^2 S_j = 1$$

所以由(3.15)得:

$$\lim_{t \rightarrow 0} Q_j \Big|_{r=1} = - \frac{4}{\pi^2} (\bar{kh})_j \int_{\beta=0}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} \frac{d\beta}{\beta} \quad (j=1, 2) \quad (3.18)$$

即早期的流量与 $(\bar{kh})_j$ 成正比, 且 $\lim_{t \rightarrow 0} Q = \lim_{t \rightarrow 0} (Q_1 + Q_2) = \text{常数}$, 与无量纲流动参数无关。

由于 Q_j 的积分表示中存在 $\exp[\lambda_j t]$ 因子, 而 $\lambda_2 < \lambda_1 \leq 0$ (λ_1 唯一的零点在 $\beta=0$), 所以在 β 远离 0 点的范围内, $\exp[\lambda_j t]$ 的作用, 使被积函数迅速趋于 0。因而

$$Q_j \approx \frac{2}{\pi} (\bar{kh})_j r \int_{\beta=0}^{f(t)} \frac{\beta^2 R_1(\beta, r)}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} S_j d\beta \quad (t \rightarrow \infty, j=1, 2) \quad (3.19)$$

其中 $f(t)$ 是 t 的单调函数, 它满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$, 使得 $\exp[\lambda_j t] |_{\beta=f}$ 非常小。

当 t 很大时, 因为 $\lambda_2 < \lambda_1 < 0$, $\exp[\lambda_2 t]$ 项可略去不计。故有

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} Q_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi} (\bar{kh})_1 r \int_{\beta=0}^{f(t)} \frac{\beta^2 (Y_1(\beta r) J_0(\beta) - J_1(\beta r) Y_0(\beta))}{(J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)) (A_1 A_2 - \psi_1 \psi_2)} \\ \cdot \frac{\psi_1 (\alpha_1 \psi_2 - \alpha_2 A_1)}{\lambda_1} \exp[\lambda_1 t] d\beta \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} Q_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi} (\bar{kh})_2 r \int_{\beta=0}^{f(t)} \frac{\beta^2 (Y_1(\beta r) J_0(\beta) - J_1(\beta r) Y_0(\beta))}{(J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)) (A_1 A_2 - \psi_1 \psi_2)} \\ \cdot \frac{A_2 (\alpha_1 \psi_2 - \alpha_2 A_1)}{\lambda_1} \exp[\lambda_1 t] d\beta \end{aligned} \quad (3.21)$$

且

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \lambda_1 = \lim_{\beta \rightarrow 0} -\beta^2 \quad (3.22)$$

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\beta^2 \psi_1 (\alpha_1 \psi_2 - \alpha_2 A_1)}{(A_1 A_2 - \psi_1 \psi_2) \lambda_1} = \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\beta^2 A_2 (\alpha_1 \psi_2 - \alpha_2 A_1)}{(A_1 A_2 - \psi_1 \psi_2) \lambda_1} = 1 \quad (3.23)$$

于是我们求得 (r 为有限值):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{kh})_1 \int_{\beta=0}^{f(t)} \frac{\exp[-\beta^2 t]}{\beta \ln^2 \beta} d\beta \quad (3.24)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{kh})_2 \int_{\beta=0}^{f(t)} \frac{\exp[-\beta^2 t]}{\beta \ln^2 \beta} d\beta \quad (3.25)$$

显然只有 $f(t)$ 足够小, 使 $\exp[-\beta^2 t] \sim O(1)$ 时, 所对应的被积函数对积分的贡献才为主要的。

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} Q_j = \lim_{t \rightarrow \infty} (\overline{kh})_j \int_{\beta=0}^{t(t)} \frac{1}{\beta \ln^2(\beta)} d\beta = \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{(\overline{kh})_j}{\ln f(t)} \quad (j=1, 2)$$

因为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$$

若 $f(t)$ 在 $t=\infty$ 处解析

$$f(t) = \frac{1}{\nu!} \left(\frac{\partial^\nu f(t)}{\partial \left(\frac{1}{t}\right)^\nu} \right) \Big|_{t=\infty} t^{-\nu} + O(t^{-(\nu+1)})$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} Q_j = O\left(\frac{1}{\ln t}\right) \quad (3.26)$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} Q_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} Q_1 + Q_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\nu \ln t - \ln\left(\frac{1}{\nu!}\right) \partial^\nu f(t) / \partial \left(\frac{1}{t}\right)^\nu} \Big|_{t=\infty} \quad (3.27)$$

可见当 t 很大时, r 不很大处的流量与 r 无关, 呈现出非弹性渗流的特性。且总流量与无量纲参数无关。

四、解的数值积分

本文采用的数值积分的方法是针对瑕积分的被积函数分布严重不均匀的特点, 对积分区间进行不均匀分割, 使得所需机时比通常采用的龙贝格积分大为下降。为了解决无限大区间积分所遇到的由步长和截断上限决定的精度与容量之间的矛盾, 本文把 $0 \sim \infty$ 区间的积分变为 $0 \sim 1$ 区间与 $1 \sim \infty$ 区间的两个积分之和, 再将在 $1 \sim \infty$ 区间的积分变为 $0 \sim 1$ 区间的瑕积分, 然后同时计算两个 $0 \sim 1$ 区间的瑕积分 (奇点均在 $\beta=0$), 最后把所得的结果相加。计算中所遇到的影响精度的因素首先是内部函数对自变量范围的限制, 比如 $\sin x$, 只允许 10^4 以下的自变量出现。本文根据 $\sin x = \sin(x + 2n\pi)$ 的周期性特点, 对此问题采取了一些措施 (这样自然要求 π 的小数点后面的位数尽可能地多取)。计算过程中, 计算机本身精度的限制也是影响计算精度的重要因素。计算工作是在 DPS8 型计算机上完成的。

五、结果及分析

本文选取不同的参数对井筒处的流量和 $r_D = 10$ 处单位面积上的越流量及该半径位置处两层的压力在 $t_D \leq 10^5$ 的时间范围内进行了计算。所取结果示于图 1~图 4 上。

由图 1~图 4 可看出, 在 $0 \leq t_D \leq 10^5$ 的范围内, 所有曲线均分为三个阶段: 第一个阶段中, 各层流量由一个较大的值沿着凹曲线下降, 不同参数的油藏的总流量之间有较明显的差别; 地层中的各层压力开始单调地下降 (P_j 单调上升); 越流开始产生, 并较迅速地向着峰值增大。这一阶段基本上持续到 $t_D = 1$ 左右。第二个阶段处于 $1 \sim 10^3$ 之间, 为过渡阶段, 各层流量的下降速度变慢, 且开始由凹曲线下降向直线下降转向完全汇集在一起过渡; 越流量的大小保持在一个大致稳定的值上。 $t_D > 10^3$ 后为第三个阶段, 这时各层流量均已转入直线下降阶段; 不同参数的油藏总流量已大致汇集在一起, 并以直线规律下降; 地层中 r_D 不大的地方的压力已开始基本达到平衡; 层间越流量迅速下降趋于零。

初始时刻由于内边界处的压力梯度趋于无穷大,所以流量也趋于无穷大,这个初始扰动迅速向外传播,使得井筒处的压力梯度迅速下降;由于初始时刻两层压力平衡,所以越流量为零,但随着时间的增加,井筒处的扰动迅速传到地层内部,使地层内各处的越流量迅速增大,越流量的增大反过来又影响地层内部压力的分布。最后,当时间较大时,两层的压力最终又趋于平衡,使得越流量又重新趋于零。

由图3可见, $(\bar{k}h)_1$ 大的地层的压力下降得比较快,而 $(\bar{k}h)_1$ 小的地层开始时降得很慢,这是因为 $(\bar{k}h)_1$ 大的地层流量大,弹性能量迅速释放的原因。

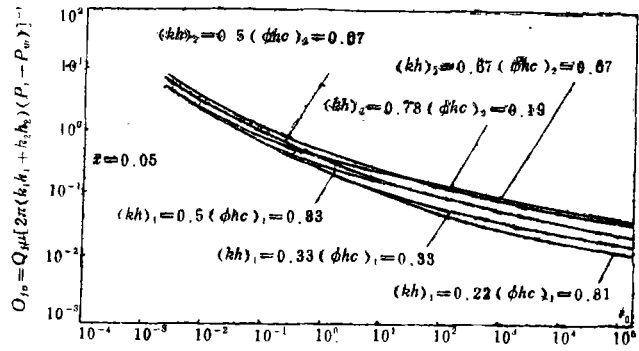


图1 各层流量随时间变化曲线

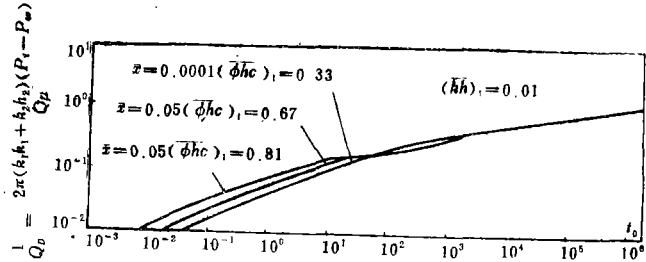


图2 总流量的倒数随时间变化曲线

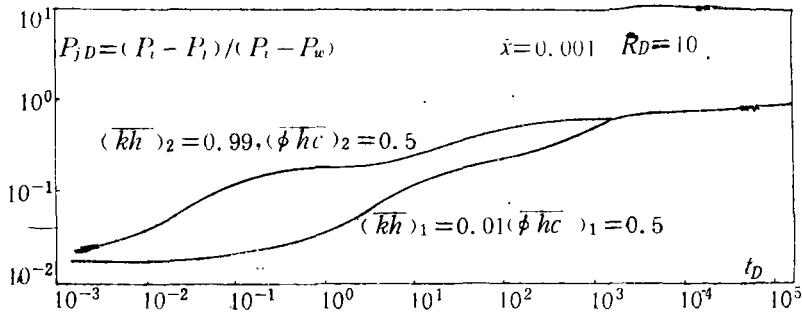


图3 地层内 $R_D=10$ 处压力随时间变化曲线

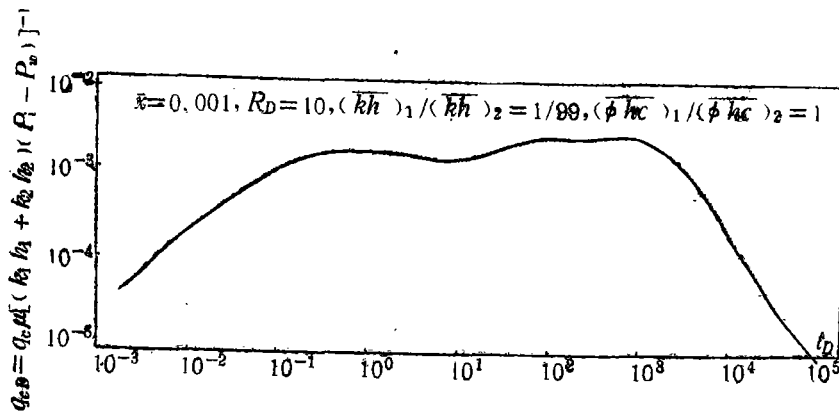


图4 地层中 $R_D=10$ 处单位面积上的越流

六、结 论

本文研究了无限多层油藏单井定压流动问题。讨论了早期及晚期流动的一些特性。并进行了数值积分计算。本文得出如下结论：

分层定压流动均表现出三个明显的阶段：起始阶段，过渡阶段，晚期阶段。在早期流动中，各层的井筒处流量迅速下降。过渡阶段中，各层间的越流量基本上保持为一定值（稍有起伏）。在流动的晚期，各层流量迅速趋于零，各层的压力趋于平衡，越流量迅速下降为零。

图2所示的 $1/Q_D$ 对 t_D 的曲线图，可作为样板曲线，用于油田试井分析，因此，本文结果有重要的实际应用。

附 录

单井 n 层无限大地层中任一层主控方程的一般形式为：

$$\frac{k_j}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P_j^*}{\partial r} + k_{zj} \frac{\partial^2 P_j^*}{\partial z^2} = (\phi c)_j \mu \frac{\partial P_j^*}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

其中 P_j^* 为第 j 层的压力， k_j 为第 j 层水平渗透率， k_{zj} 为第 j 层垂直渗透率。

将(A.1)两边对 z 从 z_{j-1} 到 z_j 积分：

$$\frac{k_j}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \int_{z_{j-1}}^{z_j} P_j^* dz + k_{zj} \frac{\partial P_j^*}{\partial z} \Big|_{z_{j-1}}^{z_j} = (\phi c)_j \mu \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_{j-1}}^{z_j} P_j^* dz$$

$$\text{令 } P_j = \frac{1}{h_j} \int_{z_{j-1}}^{z_j} P_j^* dz;$$

$$\frac{(kh)_j}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P_j}{\partial r} + k_{zj} \frac{\partial P_j}{\partial z} \Big|_{z_{j-1}}^{z_j} = (\phi hc)_j \mu \frac{\partial P_j}{\partial t} \quad (\text{A.2})$$

(A.2)中的 $k_{zj} \frac{\partial P_j}{\partial z} \Big|_{z_j}$ 与 $k_{zj} \frac{\partial P_j}{\partial z} \Big|_{z_{j-1}}$ 分别与由第 $j+1$ 层流到第 j 层的流量及第 j 层流入第 $j-1$ 层

的流量相对应。设 w_j 为第 $j+1$ 层流入第 j 层的流量， w_{j-1} 为第 j 层流入第 $j-1$ 层的流量，并设垂向的流量与垂向平均压力差成正比。则有：

$$\begin{aligned} \mu w_{j-1} &= k_{zj-1} \frac{P_j^+ - P_{j-1}}{h_{j-1}/2} = k_{zj} \frac{P_j - P_j^-}{h_j/2} = k_{vj-1} \frac{P_j^- - P_{j-1}^+}{(\Delta h)_{j-1}} \\ &= 2(P_j - P_{j-1}) / \left(\frac{h_{j-1}}{k_{zj-1}} + \frac{h_j}{k_{zj}} + \frac{2(\Delta h)_{j-1}}{k_{vj-1}} \right) \\ &= X_{j-1}(P_j - P_{j-1}) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

其中 P_{j-1}^+ 、 P_j^- 分别表示实际上第 $j-1$ 或 j 层的上、下底处的压力。 k_{vj-1} 是第 j 层和第 $j-1$ 层之间的夹层的渗透率。

$$X_{j-1} = 2 / \left(\frac{2(\Delta h)_{j-1}}{k_{vj-1}} + \frac{h_j}{k_{zj}} + \frac{h_{j-1}}{k_{zj-1}} \right)$$

同理可证：

$$\begin{aligned} \mu w_j &= 2(P_{j+1} - P_j) / \left(\frac{h_j}{k_{zj}} + \frac{h_{j+1}}{k_{zj+1}} + \frac{2(\Delta h)_j}{k_{vj}} \right) \\ &= X_j(P_{j+1} - P_j) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$X_j = 2 / \left(\frac{2(\Delta h)_j}{k v_j} + \frac{h_{j+1}}{k_{zj+1}} + \frac{h_j}{k_{zj}} \right)$$

将式(A.3)(A.4)代入(A.2), 得:

$$\frac{(kh)_j}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P_j}{\partial r} + X_j(P_{j+1} - P_j) - X_{j-1}(P_j - P_{j-1}) = (\phi h c)_j \mu \frac{\partial P_j}{\partial t} \quad (A.5)$$

或写成:

$$\frac{(kh)_j}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P_j}{\partial r} = (\phi h c)_j \mu \frac{\partial P_j}{\partial t} + X_{j-1}(P_j - P_{j-1}) - X_j(P_{j+1} - P_j) \quad (A.5')$$

参 考 文 献

- [1] Uraiet, A. A. R. Raghavan, Pressure build-up analysis for a well produced at constant bottom-hole pressure, Paper SPE, 7984 (1979).
- [2] Ehlig-Economides, C. A. and H. J. Ramey Jr., Pressure build-up for wells produced at a constant pressure, Paper SRE 7985 (1979).
- [3] 高承泰 (Gao Cheng-tai), Single-phase fluid flow in a stratified porous medium with cross flow, SPEJ (Feb. 1984).
- [4] 高承泰, Determination of parameters for individual layers in multilayer reservoirs by transient well tests, Paper SRE 13952 (1987).
- [5] 葛家理、吴玉树, 裂隙-油藏井底定压生产动态特征与不稳定试井分析方法, 石油勘探与开发, 3 (1982), 53—65.
- [6] Goldstein, S., Some two-dimensional diffusion problems with circular symmetry, *Proc. Lond. Math. Soc.*, 34, 2 (1932), 61—88.

Analytical Solution of Flow in Infinite Stratified Oil Reservoir and Its Application

Dai Rong-qing Kong Xiang-yan Zhong Zhao-xin
(University of Science and Technology of China, Hefei)

Abstract

This paper presents an analytical solution for the production function and pressure distribution function of flow in infinite stratified oil reservoir with crossflow under the condition of constant wellbore pressure (CWP condition) by Weber's integral transformation. The calculation results are shown in the form of curves and these results can be used to analyse unsteady flow test of production with CWP condition.