应用数学和力学，第10卷第8期(1989年8月)
Applied Mathematics and Mechanics
应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

广义神经传播型非线性拟双曲方程解的爆破*

张 健

(四川师范大学，1988年5月27日收到)

摘 要

本文讨论了广义神经传播型非线性拟双曲方程

$$u_{tt}-\Delta u_t=F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)$$

分别具Neumann边界和Dirichlet边界的两类混合问题．在非线性部分 $F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)$ 和初值满足某些条件时，我们得到了解的爆破性质．

一、引 言

非线性发展方程解的爆破研究不论在应用还是理论上都有着重要价值．非线性拟双曲方程是近年来发展起来的一类重要的非线性发展方程，它在生物、力学等领域有着广泛的实际背景．本文即讨论了如下一类非线性拟双曲方程

$$u_{tt}-\Delta u_t=F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t) \tag{1.1}$$

分别具第二类边界和第一类边界条件的混合问题解的爆破性．方程(1.1)是在由Nagumo等提出的神经传播方程

$$u_{tt}=u_{xxt}-c_1(1-u+c_2u^2)u_t-u \qquad (c_1>0,\ c_2>0) \tag{1.2}$$

基础上的推广．1975年，C. V. Pao曾把这个方程推广到下面的多维非线性拟双曲方程

$$u_{tt}=\sum_{ij=1}^{n}a_{ij}(t,x)\frac{\partial^3 u}{\partial x_i\partial x_j\partial t}+\sum_{i=1}^{n}b_i(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial x_i\partial t}$$

$$-f(t,x,u)u_t-g(t,x,u) \qquad (t\in[0,T)\ x\in\Omega\subset R^n) \tag{1.3}$$

最近文[3]又研究了更为广泛的非线性拟双曲方程

$$u_{tt}-\Delta u_t=-f(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)u_t-g(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t) \tag{1.4}$$

本文在这些基础上讨论了方程(1.1)的初边值问题，我们得到的结果表明，当非线性项 F 满足某些代数判定式时，所考虑的初边值问题之解一定在有限时间内爆破．这些结果推广和补充了文[1]、[2]、[3]的讨论，并且与文[4]、[5]、[6]等相对应，对非线性拟双曲方程的性质，进行了极有意义的描述．

* 丁协平推荐．

二、记号和引理

本文使用如下记号：

$x=(x_1, \cdots, x_n)\in R^n$，$u(x,t)$ 是 $(x,t)\in R^n\times R^+$ 的实函数，$\nabla u=(u_{x_1},\cdots,u_{x_n})$，$\nabla u_t=(u_{tx_1},\cdots,u_{tx_n})$，$\Delta$ 是 Laplace 算子，Ω 是 R^n 中有界域，$\partial\Omega$ 是 Ω 的边界且充分光滑，ν 是 $\partial\Omega$ 上的外法线方向，T 为 >0 的实数或 ∞。

$$C^1(0,T;\ H^2(\Omega))=\{u(x,t),\ u,\ u_t\in H^2(\Omega)\}$$
$$C^2(0,T;\ L^2(\Omega))=\{u(x,t),\ u,\ u_t,\ u_{tt}\in L^2(\Omega)\}$$

下面的讨论均假设所考虑的混合问题是局部可解的，这不影响对解的爆破性的讨论。

我们首先给出如下引理：

引理2.1 对非线性拟双曲方程的混合问题

$$\begin{cases} u_{tt}-\Delta u_t=G(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t) & t>0,\ x\in\Omega \\ u(x,0)=h(x),\ u_t(x,0)=g(x) & x\in\Omega \\ \partial u/\partial\nu|_{\partial\Omega}=0 \end{cases} \tag{2.1}$$

如果，$G: R^n\times R^+\times R^1\times R^n\times R\times R^n\to R$ 连续，且满足条件

(H_{21}) 存在 α，β，$\alpha>0$，$\beta<0$，使得：

$$uG(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)\geqslant(1-\alpha\beta)\ u_t^2+(\alpha-1)\sum_{i=1}^n u_{x_i}u_{tx_i} \tag{2.2}$$

$h(x)$，$g(x)$ 连续，且满足条件

(H_{22}) 对 (H_{21}) 中之 α 有

$$h(x)\geqslant 0,\ \int_\Omega[h(x)]^{\alpha-1}g(x)\,dx>0 \tag{2.3}$$

设 $u(x,t)\in C^2(\bar\Omega\times[0,T))\cap C^3(\Omega\times(0,T))$ 是问题(2.1)的解，则 $u(x,t)$ 一定在有限时间内爆破。

证明 对 (H_{21}) 中之 α 令：

$$J(t)=\int_\Omega[u(x,t)]^\alpha dx$$

因为 $u(x,t)$ 是正函数，所以 $J(t)$ 一定二次可微，且：

$$\left.\begin{aligned} J'(t)&=\int_\Omega \alpha u^{\alpha-1}u_t\,dx \\ J''(t)&=\int_\Omega \alpha(\alpha-1)^{\alpha-2}u_t^2\,dx+\int_\Omega \alpha u^{\alpha-1}u_{tt}\,dx \end{aligned}\right\} \tag{2.4}$$

由(2.1)，$u_{tt}=\Delta u_t+G$，所以

$$\int_\Omega \alpha u^{\alpha-1}u_{tt}\,dx=\int_\Omega \alpha u^{\alpha-1}\Delta u_t\,dx+\int_\Omega \alpha u^{\alpha-1}G\,dx \tag{2.5}$$

而 $\partial u/\partial\nu|_{\partial\Omega}=0$，且 $u\in C^2(\bar\Omega\times[0,T))$，所以

$$\left.\frac{\partial u_t}{\partial\nu}\right|_{\partial\Omega}=\left.\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial\nu}\right)\right|_{\partial\Omega}=0$$

则由 Green 第一公式有

$$\int_{\Omega} \alpha u^{\alpha-1} \Delta u_t dx = -\int_{\Omega} \alpha(\alpha-1) u^{\alpha-2} \sum_{i=1}^{n} u_{x_i} u_{tx_i} dx$$

上式代入(2.5)得

$$\int_{\Omega} \alpha u^{\alpha-1} u_{tt} dx = \int_{\Omega} \alpha u^{\alpha-2}\left[-(\alpha-1) \sum_{i=1}^{n} u_{x_i} u_{tx_i} + uG\right] dx$$

再把此式代入(2.4)得

$$J''(t) = \int_{\Omega} \alpha u^{\alpha-2}\left[(\alpha-1)\left(u_t^2 - \sum_{i=1}^{n} u_{x_i} u_{tx_i}\right) + uG\right] dx$$

由(2.2)则

$$J''(t) \geqslant \alpha^2(1-\beta)\int_{\Omega} u^{\alpha-2} u_t^2 dx \tag{2.6}$$

又令：$I(t) = [J(t)]^{\beta}$，则

$$\left.\begin{aligned} I'(t) &= \beta[J(t)]^{\beta-1} J'(t) \\ I''(t) &= \beta(\beta-1)[J(t)]^{\beta-2}[J'(t)]^2 + \beta[J(t)]^{\beta-1} J''(t) \\ &= \beta[J(t)]^{\beta-2}[(\beta-1)(J'(t))^2 + J(t) J''(t)] \end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

由 Schwartz 不等式有

$$[J'(t)]^2 = \left[\int_{\Omega} \alpha u^{\alpha-1} u_t dx\right]^2 \leqslant \alpha^2 \int_{\Omega} u^{\alpha} dx \int_{\Omega} u^{\alpha-2} u_t^2 dx \tag{2.8}$$

因为 $\beta<0$，$\beta-1<0$，所以由(2.8)

$$(\beta-1)[J'(t)]^2 \geqslant (\beta-1)\alpha^2 \int_{\Omega} u^{\alpha} dx \int_{\Omega} u^{\alpha-2} u_t^2 dx \tag{2.9}$$

而$J(t) = \int_{\Omega} u^{\alpha} dx > 0$，所以由(2.6)

$$J(t) J''(t) \geqslant \alpha^2(1-\beta)\int_{\Omega} u^{\alpha} dx \int_{\Omega} u^{\alpha-2} u_t^2 dx \tag{2.10}$$

则由(2.9)、(2.10)得：

$$(\beta-1)(J'(t))^2 + J(t) J''(t) \geqslant 0 \tag{2.11}$$

将(2.11)代入(2.7)则得：

$$I''(t) \leqslant 0$$

又由(2.3)可得

$$I(0) = \left[\int_{\Omega} (u(x,0))^{\alpha} dx\right]^{\beta} = \left[\int_{\Omega} (h(x))^{\alpha} dx\right]^{\beta} > 0$$

$$\begin{aligned} I'(0) &= \beta[J(0)]^{\beta-1} J'(0) \\ &= \beta\left[\int_{\Omega} (u(x,0))^{\alpha} dx\right]^{\beta-1} \int_{\Omega} \alpha[u(x,0)]^{\alpha-1}[u_t(x,0)] dx \\ &= \beta\left[\int_{\Omega} (h(x))^{\alpha} dx\right]^{\beta-1} \int_{\Omega} \alpha[h(x)]^{\alpha-1} g(x) dx < 0 \end{aligned}$$

对 $I(t)$，$t>0$，因为 $I''(t)\leqslant 0$，所以 $I(t)\leqslant I(0)+I'(0)t$，而 $I(0)>0$，$I'(0)<0$，因此，存在 $T_0>0$，满足 $T_0\leqslant -I(0)/I'(0)<\infty$，使得 $I(T_0)=0$，由

$$I(t)=\left[\int_\Omega (u(x,t))^\alpha dx\right]^\beta \qquad \alpha>0,\ \beta<0$$

所以有

$$\lim_{t\to T_0-}\ \sup_{x\in\Omega} u(x,t)=\infty$$

即 $u(x,t)$ 在有限时间内爆破。

三、具Neumann边界的混合问题

现在我们考虑拟双曲方程具 Neumann 边界的混合问题

$$\begin{cases} u_{tt}-\Delta u_t=F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t) & (x,t)\in\Omega\times(0,T) \\ u(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=\psi(x) & x\in\Omega \\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu}\Big|_{\partial\Omega}=0 \end{cases} \tag{3.1}$$

其中：$F: R^n\times R^+\times R^1\times R^n\times R^1\times R^n\to R$ 连续，且满足条件

(H_{31}) 存在 $q>0$，$\rho>0$，使得

$$F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)\geqslant\left(\rho u_t+q\sum_{i=1}^n u_{x_i}^2\right)u_t+(q-2)\sum_{i=1}^n u_{x_i}u_{tx_i}$$

$\varphi(x)$，$\psi(x)$ 连续，且满足条件

(H_{32}) 对(H_{31})中之 q 有

$$\int_\Omega e^{q\varphi(x)}\psi(x)dx>0$$

定理3.1 设 (3.1) 中方程的非线性项 F 满足条件(H_{31})，初值 $\varphi(x)$，$\psi(x)$ 满足条件(H_{32})，则问题(3.1)的经典光滑解一定在有限时间内爆破。

证明 设问题 (3.1) 的经典光滑解为 $u(x,t)\in C^2([0,T)\times\bar\Omega)\cap C^3((0,T)\times\Omega)$，作变换 $v=e^u$，则 v 一定为正函数，且 $u=\ln v$，$u_t=v_t/v$，$u_{tt}=(vv_{tt}-v_t^2)/v^2$，$u_{x_i}=v_{x_i}/v$ ($i=1,\cdots,n$)，$u_{tx_i}=(vv_{tx_i}-v_tv_{x_i})/v$ ($i=1,\cdots,n$)，

$$u_{tx_ix_i}=\frac{1}{v^4}\left[v^2(v_{x_i}v_{tx_i}+vv_{tx_ix_i})-2vv_tv_{x_i}^2\right] \qquad (i=1,\cdots,n)$$

$$\Delta u_t=\frac{1}{v^2}\sum_{i=1}^n v_{x_i}v_{tx_i}+\frac{1}{v}\Delta v_t-\frac{2v_t}{v^3}\sum_{i=1}^n v_{x_i}^2$$

$$F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)=\bar F(x,t,v,\nabla v,v_t,\nabla v_t)$$

因此问题(3.1)化为

$$\begin{cases} v_{tt}-\Delta v_t=v\bar F+\dfrac{v_t^2}{v}+\dfrac{1}{v}\sum\limits_{i=1}^n v_{x_i}v_{tx_i}-\dfrac{2v_t}{v^2}\sum\limits_{i=1}^n v_{x_i}^2 & (x,t)\in\Omega\times(0,T) \\ v(x,0)=e^{\varphi(x)},\ v_t(x,0)=e^{\varphi(x)}\psi(x) & x\in\Omega \\ \partial v/\partial\nu|_{\partial\Omega}=0 \end{cases} \tag{3.2}$$

而条件(H_{31})化为

$$\bar{F}\geqslant\rho\frac{v_t^2}{v^2}+q\frac{v_t}{v^3}\sum_{i=1}^n v_{x_i}^2+(q-2)\frac{1}{v^3}\sum_{i=1}^n v_{x_i}(vv_{tx_i}-v_tv_{x_i}) \tag{3.3}$$

令：

$$v\bar{F}+\frac{v_t^2}{v}+\frac{1}{v}\sum_{i=1}^n v_{x_i}v_{tx_i}-\frac{2v_t}{v^2}\sum_{i=1}^n v_{x_i}^2=G(x,t,v,\nabla v,v_t,\nabla v_t)$$

取$\alpha=q$，$\beta=-\rho/q$，则由(3.3)有

$$vG\geqslant(\alpha-1)\sum_{i=1}^n v_{x_i}v_{tx_i}+(1-\alpha\beta)v_t^2$$

即$G(x,t,v,\nabla v,v_t,\nabla v_t)$满足条件$(H_{21})$，且由$(H_{32})$，显然(3.2)中的初值满足$(H_{22})$，并且$v=e^u\in C^2(\bar{\Omega}\times[0,T))\cap C^3(\Omega\times(0,T))$是问题(3.2)的正解，则由引理2.1，$v(x,t)$一定在有限时间内爆破，即存在$T_0<\infty$，使得$\lim\limits_{t\to T_0-}\sup\limits_{x\in\Omega}v(x,t)=\infty$，从而

$$\lim_{t\to T_0-}\sup_{x\in\Omega}u(x,t)=\infty$$

即$u(x,t)$在有限时间内爆破。

由此可得

推论3.2 在条件(H_{31})，(H_{32})下，(3.1)中的T一定$<\infty$，即问题(3.1)不可能有整体经典解存在。

四、具Dirichlet边界的混合问题

考虑非线性拟双曲方程具Dirichlet边界的混合问题

$$\begin{cases} u_{tt}-\Delta u_t=F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t) & (x,t)\in(\Omega\times(0,T)) \\ u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x) & x\in\Omega \\ u|_{\partial\Omega}=0 \end{cases} \tag{4.1}$$

其中，$F:R^n\times R^+\times R^1\times R^n\times R^1\times R^n\to R$可测，且满足条件

(H_{41}) 存在$l>1$，使得

$$uF\geqslant lu_t^2+\sum_{i=1}^n u_{x_i}u_{tx_i} \tag{4.2}$$

$\varphi(x)$，$\psi(x)\in L^2(\Omega)$，且满足条件

(H_{42})
$$\int_\Omega\varphi(x)\psi(x)dx>0 \tag{4.3}$$

定理4.1 在条件(H_{41})、(H_{42})下，问题(4.1)的任何$C^1(0,T;H^2(\Omega))\cap C^2(0,T;L^2(\Omega))$解都在有限时间内爆破。

证明 令
$$J(t)=\int_\Omega\frac{1}{2}[u(x,t)]^2dx$$

则 $$J'(t)=\int_\Omega u\cdot u_t dx,\quad J''(t)=\int_\Omega u_t^2 dx+\int_\Omega u\cdot u_{tt}dx \tag{4.4}$$

由(4.1)，$u_{tt}=\Delta u_t+F$，所以

$$\int_\Omega u\cdot u_{tt}dx=\int_\Omega u\Delta u_t dx+\int_\Omega uF dx \tag{4.5}$$

因为 $u|_{\partial\Omega}=0$，使用 Green 第一公式则得

$$\int_\Omega u\Delta u_t dx=-\int_\Omega \sum_{i=1}^n u_{x_i}u_{tx_i}dx$$

代入(4.5)再代回(4.4)得

$$J''(t)=\int_\Omega u_t^2 dx-\int_\Omega\sum_{i=1}^n u_{x_i}u_{tx_i}dx+\int_\Omega uFdx$$

$$=\int_\Omega\left(u_t^2-\sum_{k=1}^n u_{x_i}u_{tx_i}+uF\right)dx$$

由条件(H_{41})，则

$$J''(t)\geqslant\int_\Omega (l+1)u_t^2 dx \tag{4.6}$$

又令 $I(t)=[J(t)]^\beta$，其中 $\beta=(1-l)/2<0$，则

$$I'(t)=\beta[J(t)]^{\beta-1}J'(t),\quad I''(t)=\beta[J(t)]^{\beta-2}[(\beta-1)(J'(t))^2+J(t)J''(t)] \tag{4.7}$$

由 Schwartz 不等式有

$$[J'(t)]^2=\left[\int_\Omega u\cdot u_t dx\right]^2\leqslant\int_\Omega u^2dx\int_\Omega u_t^2 dx$$

所以

$$(\beta-1)[J'(t)]^2=-\frac{l+1}{2}[J'(t)]^2\geqslant-\frac{l+1}{2}\int_\Omega u^2dx\int_\Omega u_t^2dx$$

又由(4.6)有

$$J(t)J''(t)=\int_\Omega\frac{1}{2}u^2dx\cdot J''(t)\geqslant\frac{l+1}{2}\int_\Omega u^2dx\int_\Omega u_t^2 dx$$

所以

$$(\beta-1)[J'(t)]^2+J(t)J''(t)\geqslant 0$$

因为 $\beta[J(t)]^{\beta-2}<0$，从而由(4.7)得

$$I''(t)\leqslant 0$$

再由条件(H_{42})可得

$$I(0)=[J(0)]^\beta=\left[\frac{1}{2}\int_\Omega[\varphi(x)]^2dx\right]^\beta>0$$

$$I'(0)=\beta[J(0)]^{\beta-1}J'(0)$$

$$=\beta\left[\frac{1}{2}\int_\Omega(\varphi(x))^2dx\right]^{\beta-1}\int_\Omega\varphi(x)\psi(x)dx<0$$

从而一定存在 $T_0\leqslant -I(0)/I'(0)<\infty$，使得 $I(T_0)=0$，由 $I(t)=\left[\int_\Omega \frac{1}{2}u^2dx\right]^\beta$，$\beta<0$

所以有
$$\lim_{t\to T_0-}\int_\Omega u^2dx=\infty \tag{4.8}$$

即问题(4.1)之解 $u(x,t)$ 在有限时间内爆破。

推论4.2 在条件 (H_{41})，(H_{42}) 下，问题(4.1)之解的任何 L^p 范数（$2\leqslant p<\infty$）均在有限时间内爆破。

证明 因为Ω有界，则由 Hölder 不等式有

$$\int_\Omega u^2dx\leqslant\left[\int_\Omega |u|^pdx\right]^{2/p}\cdot\left[\int_\Omega 1dx\right]^{1-2/p}=C\|u(t)\|^2_{L^p(\Omega)}\qquad (p\geqslant 2)$$

由(4.8)则

$$\lim_{t\to T_0-}\|u(t)\|_{L^p(\Omega)}=\infty$$

所以，(4.1)解的L^p范数($2\leqslant p<\infty$) 在有限时间内爆破。

五、一 些 应 用

考虑如下具神经传播型的非线性拟双曲方程的混合问题

$$\begin{cases} u_{tt}-\Delta u_t=\left(\rho u_t+q\sum\limits_{i=1}^n u_{x_i}^2\right)u_t-(2-q)\sum\limits_{i=1}^n u_{x_i}u_{tx_i} & x\in\Omega,\ t>0\\ u(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=\psi(x) & x\in\Omega\\ \partial u/\partial\nu|_{\partial\Omega}=0 \end{cases} \tag{5.1}$$

其中，$\rho>0$，$q>0$，$\varphi(x)$，$\psi(x)$连续，且满足：

$$\int_\Omega e^{q\varphi(x)}\psi(x)dx>0$$

及(5.1)中所要求的相容性条件，与文[3]讨论的方程相对照，取

$$f(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)=-\rho u_t-q\sum_{i=1}^n u_{x_i}^2$$

$$g(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)=(2-q)\sum_{i=1}^n u_{x_i}u_{tx_i}$$

则可知(5.1)中所讨论的方程正是具神经传播型的方程，由定理3.1，我们有

定理5.1 问题(5.1)的经典光滑解一定在有限时间内爆破，亦即，问题(5.1)不存在整体经典解。

证明 对于

$$F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)=\left(\rho u_t+q\sum_{i=1}^n u_{x_i}^2\right)u_t-(2-q)\sum_{i=1}^n u_{x_i}u_{tx_i}$$

显然满足条件(H_{31})，且初值满足(H_{32})，则由定理3.1及推论3.2得到结论。

我们又考虑非线性拟双曲方程具 Dirichlet 边界的混合问题

$$\begin{cases} u_{tt}-\Delta u_t=l(\ln u)_t u_t+\sum_{i=1}^{n}(\ln u)_{x_i}u_{tx_i} & x\in\Omega,\ t>0 \\ u(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=\psi(x) & x\in\Omega \\ u|_{\partial\Omega}=0 \end{cases} \tag{5.2}$$

其中，$l>1$，$\varphi(x)$，$\psi(x)\in L^2(\Omega)$，且满足

$$\int_\Omega \varphi(x)\psi(x)dx>0$$

及(5.2)中所要求的相容性条件。

仍与文[3]中讨论的方程相对照，取 $f(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)=-l(\ln u)_t$，

$$g(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)=-\sum_{i=1}^{n}(\ln u)_{x_i}u_{tx_i}$$

则可知，(5.2)中的方程亦是具神经传播型的方程，由定理4.1，我们有

定理5.2 问题(5.2)之解的任何L^p范数($2\leqslant p<\infty$) 均在有限时间内爆破，亦即，问题(5.2)不存在相应的整体解.

证明 对于

$$F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)=l(\ln u)_t u_t+\sum_{i=1}^{n}(\ln u)_{x_i}u_{tx_i}=l\frac{u_t^2}{u}+\sum_{i=1}^{n}\frac{u_{x_i}}{u}u_{tx_i}$$

有，

$$uF=lu_t^2+\sum_{i=1}^{n}u_{x_i}u_{tx_i}$$

所以，F满足条件(H_{41})，且(5.1)中初值满足(H_{42})，则由定理4.1及推论4.2得结论。

参 考 文 献

[1] Pao, C. V., A mixed initial boundary-value problem arising in neurophysiology, *J. Math. Anal. Appl.*, **52** (1975), 105—119.

[2] Ball, J. M., Remarks on blow-up and nonexistence theorems for nonlinear evolution equations, *Quant. J. Math.*, Oxford, **28** (1977), 473—486.

[3] 刘亚成、刘大成，三维广义神经传播型非线性拟双曲方程（组）的整体强解，数学学报，**30**, 4 (1987), 535—547.

[4] Shatah, J., Normal forms and quadratic nonlinear Klein-Gordon equations, *Comm. Pure Appl. Math.*, **38** (1985), 685—696.

[5] Schaeffer, J., Finite-time blow-up for $u_{tt}-\Delta u=H(u_r,u_t)$ in two space dimensions, *Comm. PDE*, **11**, 5 (1986), 513—543.

[6] Rammaha, M. A., Finite-time blow-up for nonlinear wave equations in high dimensions, *Comm. PDE*, **12**, 6 (1987), 677—700.

[7] Kato, T., Blow up of solutions of some nonlinear hyperbolic equations, *Comm. Pure Appl. Math.*, **33** (1980), 501—505.

[8] Klainerman, S. and G. Ponce, Global, small amplitude solutions to nonlinear evolution equations, *Comm. Pure Appl. Math.*, **36** (1983), 133—141.

Blow-up of Solutions of Nonlinear Pseudo-Hyperbolic Equations of Generalized Nerve Conduction Type

Zhang Jian

(*Sichuan Normal University, Chengdu*)

Abstract

This paper deals with the two types of mixed problems with respect to Neumann boundary and Dirichlet boundary for nonlinear pseudo-hyperbolic equations of generalized nerve conduction type

$$u_{tt}-\Delta u_t=F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)$$

When the nonlinear part $F(x,t,u,\nabla u,u_t,\nabla u_t)$ and the initial values satisfy some conditions, the blow-up properties of the solutions are obtained.