应用数学和力学，第10卷第6期(1989年6月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

数值求解对流扩散方程有限分析方法的稳定性与收敛性*

孙毓平　　吴江航

（北京大学力学系，1988年2月9日收到）

摘　要

本文利用椭圆型偏微分方程所满足的最大最小值原理研究有限分析方法．证明了数值求解对流扩散方程有限分析方法的稳定性与收敛性，顺便指出了前人理论中的错误．

一、引　言

C. J. Chen[1],[2],[3] 提出的有限分析法是数值求解对流扩散方程的一种数值方法，已被广泛应用于工业与环境中的各种流动和传热问题．有限分析法（简称FAM）与其它数值方法的区别在于，它将局部解析解引入线性或非线性微分方程的数值解中．按照这一方法，先将求解区域剖分为若干小的子区域，即使原来的控制方程是非线性的，也可以在每个小的子区域上线性化，从而求得局部分析解，它们将解在每一结点上的值与相邻结点上的值以代数方程的形式联系起来．求解代数方程组，从而得出原问题的数值解．

有限分析解有两个突出的特点：第一，解在每一结点的值与相邻结点值之间的相互关系是由分析解给出的，因此对流下游的极化及对流输运方法的迎风效应均可由分析解本身自动地体现出来．第二，有些分析解通常是非常稳定和精确的，然而这些数值上的特征尚未得到理论上的严格论证．Zeng Xiang-jin 与 Li Wei[5] 试图证明其稳定性与收敛性，遗憾的是未获成功．本文利用微分方程的极值原理证明了有限分析法的稳定性与收敛性．

二、有限分析方法

有限分析法中，将微分方程的求解区域分解为若干小的长方形区域．每一个内点$p(i,j)$由四个长方形所包围，从而构成一个子区域，其八个边界结点的名称和标号分别为$ec(i+1,j)$，$wc(i-1,j)$，$sc(i,j-1)$，$nc(i,j+1)$，$ne(i+1,j+1)$，$nw(i-1,j+1)$，$se(i+1,j-1)$和$sw(i-1,j-1)$（见图1）．

D被剖分后，在每个子区域上均可求得分析解．

* 苏煜城推荐．

考虑定常对流扩散方程所构成的边值问题：

$$L\xi=\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}-2A\frac{\partial\xi}{\partial x}-2B\frac{\partial\xi}{\partial y}=-f \qquad (x,y)\in D \tag{2.1}$$

$$\xi(x,y)=\xi_\Gamma \qquad (x,y)\in\partial D \tag{2.2}$$

其中∂D为矩形D的边界。

为了建立方程(2.1)的有限分析格式，我们将方程(2.1)在子区域D上线性化为常系数的对流扩散方程：

$$L\xi=\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}-2A_p\frac{\partial\xi}{\partial x}-2B_p\frac{\partial\xi}{\partial y}=-f_p \tag{2.3}$$

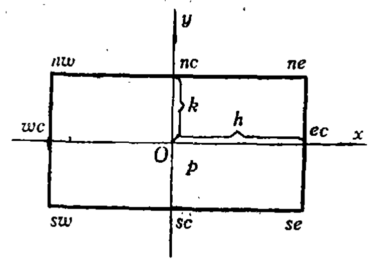

图 1

为求解方程(2.3)，引入变换：

$$\xi(x,y)=\xi_h(x,y)+\frac{f_p(A_px+B_py)}{A_p^2+B_p^2} \tag{2.4}$$

将变换(2.4)代入方程(2.3)得：

$$L\xi_h=\frac{\partial^2\xi_h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi_h}{\partial y^2}-2A_p\frac{\partial\xi_h}{\partial x}-2B_p\frac{\partial\xi_h}{\partial y}=0 \tag{2.5}$$

方程(2.5)在相应的边界条件下的解为：

$$\begin{aligned}\xi_h(x,y)=\exp[A_px+B_py]\sum_{n=1}^{\infty}&\{c_{1n}\mathrm{sh}\,[\sqrt{m^2+\lambda_n^2}\,(y+k)]\sin[\lambda_n(x+h)]\\&+c_{2n}\mathrm{sh}\,[\sqrt{m^2+\lambda_n^2}\,(y-k)]\sin[\lambda_n(x+h)]\\&+c_{3n}\mathrm{sh}\,[\sqrt{m^2+\lambda_n'^2}\,(x+h)]\sin[\lambda_n'(y+k)]\\&+c_{4n}\mathrm{sh}\,[\sqrt{m^2+\lambda_n'^2}\,(x-h)]\sin[\lambda_n'(y+k)]\}\end{aligned} \tag{2.6}$$

其中：

$$m^2=A_p^2+B_p^2,\ \lambda_n=n\pi/2h,\ \lambda_n'=n\pi/2k$$

$$c_{1n}=\frac{\exp[-B_pk]}{h\mathrm{sh}(2k\sqrt{m^2+\lambda_n^2})}\int_{-h}^{h}\exp[-A_px]\sin[\lambda_n(x+h)]\xi_h(x,k)dx \tag{2.7}$$

$$c_{2n}=\frac{\exp[B_pk]}{h\mathrm{sh}(-2k\sqrt{m^2+\lambda_n^2})}\int_{-h}^{h}\exp[-A_px]\sin[\lambda_n(x+h)]\xi_h(x,-k)dx \tag{2.8}$$

$$c_{3n}=\frac{\exp[-A_ph]}{k\mathrm{sh}(2h\sqrt{m^2+\lambda_n'^2})}\int_{-k}^{k}\exp[-B_py]\sin[\lambda_n'(y+k)]\xi_h(h,y)dy \tag{2.9}$$

$$c_{4n}=\frac{\exp[A_ph]}{k\mathrm{sh}(-2h\sqrt{m^2+\lambda_n'^2})}\int_{-k}^{k}\exp[-B_py]\sin[\lambda_n'(y+k)]\xi_h(-h,y)dy \tag{2.10}$$

$\xi_h(x,y)$在∂D上的边界条件为$\xi_h(x,k)$，$\xi_h(x,-k)$，$\xi_h(h,y)$，$\xi_h(-h,y)$。用边界上结点处函数值ξ_{hne}，ξ_{hnw}，…，ξ_{hwc}构造边界条件，如二次多项式边界函数，分段指数常数型边界函数，那么就可以得到方程(2.5)的有限分析格式：

$$\begin{aligned}\xi_{hp}=&c_{ne}\xi_{hne}+c_{nw}\xi_{hnw}+c_{se}\xi_{hse}+c_{sw}\xi_{hsw}\\&+c_{nc}\xi_{hnc}+c_{sc}\xi_{hsc}+c_{ec}\xi_{hec}+c_{wc}\xi_{hwc}\end{aligned} \tag{2.11}$$

将变换式(2.4)代入方程(2.11)，便可得到对流扩散方程(2.1)的有限分析格式：

$$\xi_p = c_{ne}\cdot\xi_{ne} + c_{nw}\cdot\xi_{nw} + c_{se}\cdot\xi_{se} + c_{sw}\cdot\xi_{sw} + c_{nc}\cdot\xi_{nc} + c_{sc}\xi_{sc} + c_{ec}\cdot\xi_{ec} + c_{wc}\cdot\xi_{wc} + c_f\cdot f_p \tag{2.12}$$

其中c_{ne}，c_{nw}，…，c_f为有限分析系数，它取决于所构造的边界条件，对于不同的边界条件，其表达式不同，详细的有限分析系数表达式见文献[1],[2],[3],[6]。

现在让我们考虑非定常的对流扩散方程：

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} + u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y} = \nu\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}\right) + f \tag{2.13}$$

为了建立它的有限分析格式，我们将非定常项差分处理，于是得到方程：

$$\frac{\partial^2\xi^{n+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi^{n+1}}{\partial y^2} - 2A_p\frac{\partial\xi^{n+1}}{\partial x} - 2B_p\frac{\partial\xi^{n+1}}{\partial y} + g_p = 0 \tag{2.14}$$

其中 $A_p = \frac{u_p}{2\nu}$， $B_p = \frac{v_p}{2\nu}$， $g_p = \frac{1}{\nu}\left(f_p - \frac{\xi_p^{n+1} - \xi_p^n}{\Delta t}\right)$

引入变换 $\xi^{n+1}(x,y) = \xi_h(x,y) + \frac{g_p\cdot(A_p x + B_p y)}{A_p^2 + B_p^2}$

可将方程(2.14)化为$L\xi_h = 0$。

显然方程(2.14)在$\bar{D}$上的有限分析格式为：

$$\xi_p^{n+1} = c_{ne}\,\xi_{ne}^{n+1} + c_{nw}\,\xi_{nw}^{n+1} + c_{se}\,\xi_{se}^{n+1} + c_{sw}\,\xi_{sw}^{n+1} + c_{nc}\,\xi_{nc}^{n+1} + c_{sc}\,\xi_{sc}^{n+1} + c_{ec}\,\xi_{ec}^{n+1} + c_{wc}\,\xi_{wc}^{n+1} + c_f\cdot\frac{1}{\nu}\left(f_p - \frac{\xi_p^{n+1} - \xi_p^n}{\Delta t}\right)$$

将上式整理可得方程(2.13)的有限分析格式：

$$\xi_p^{n+1} = \frac{c_{ne}\,\xi_{ne}^{n+1} + \cdots + c_{wc}\,\xi_{wc}^{n+1} + (c_f/\nu)(f_p + \xi_p^n/\Delta t)}{1 + c_f/\nu\Delta t} \tag{2.15}$$

其中有限分析系数表达式与方程(2.11)中的相同。

三、有限分析格式的稳定性与收敛性

对流扩散方程(2.13)的有限分析格式(2.15)是否稳定、收敛，完全取决于有限分析系数c_{ne}，c_{nw}，…，c_f的大小。下面我们应用微分方程的最大最小值原理研究有限分析格式的稳定性、收敛性。

定理 1[4] 方程(2.5) $\bar{L}\xi_h = 0$的非常数解在D的内点上既不能达到最大值也不能达到最小值。

为了更进一步建立具体边界条件下方程 (2.5) 的解所满足的最大最小值原理，我们引入下列引理。

引理1 若$\xi_h(x,y)$，$\forall\,(x,y)\in\partial D$满足：

$$\xi_h(x,k) = \begin{cases} \xi_{hnc} + \frac{\xi_{hne} - \xi_{hnc}}{h}\cdot x & x\in[0,h] \\ \xi_{hnc} + \frac{\xi_{hnc} - \xi_{hnw}}{h}\cdot x & x\in[-h,0] \end{cases} \tag{3.1}$$

$$\xi_h(x,-k)=\begin{cases}\xi_{hsc}+\dfrac{\xi_{hse}-\xi_{hsc}}{h}\cdot x & x\in[0,h]\\[2ex] \xi_{hsc}+\dfrac{\xi_{hsc}-\xi_{hsw}}{h}\cdot x & x\in[-h,0]\end{cases}\tag{3.2}$$

$$\xi_h(h,y)=\begin{cases}\xi_{hec}+\dfrac{\xi_{hne}-\xi_{hec}}{k}\cdot y & y\in[0,k]\\[2ex] \xi_{hec}+\dfrac{\xi_{hec}-\xi_{hse}}{k}\cdot y & y\in[-k,0]\end{cases}\tag{3.3}$$

$$\xi_h(-h,y)=\begin{cases}\xi_{hwc}+\dfrac{\xi_{hnw}-\xi_{hwc}}{k}\cdot y & y\in[0,k]\\[2ex] \xi_{hwc}+\dfrac{\xi_{hwc}-\xi_{hsw}}{k}\cdot y & y\in[-k,0]\end{cases}\tag{3.4}$$

则对于$\forall(x,y)\in\partial D$有：

$$\min(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\leqslant\xi_h\cdot(x,y)\leqslant\max(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\tag{3.5}$$

引理2 若$\xi_h(x,y)$，$\forall(x,y)\in\partial D$上满足：

$$\xi_h(x,k)=\begin{cases}\dfrac{\exp[2A_ph]\xi_{hnc}-\xi_{hne}}{\exp[2A_ph]-1}+\dfrac{\xi_{hne}-\xi_{hnc}}{\exp[2A_ph]-1}\exp[2A_px] & x\in[0,h]\\[2ex] \dfrac{\exp[2A_ph]\xi_{hnw}-\xi_{hnc}}{\exp[2A_ph]-1}+\dfrac{\exp[2A_ph](\xi_{hnc}-\xi_{hnw})}{\exp[2A_ph]-1}\exp[2A_px] & x\in[-h,0]\end{cases}\tag{3.6}$$

$$\xi_h(x,-k)=\begin{cases}\dfrac{\exp[2A_ph]\xi_{hsc}-\xi_{hse}}{\exp[2A_ph]-1}+\dfrac{\xi_{hse}-\xi_{hsc}}{\exp[2A_ph]-1}\exp[2A_px] & x\in[0,h]\\[2ex] \dfrac{\exp[2A_ph]\xi_{hsw}-\xi_{hsc}}{\exp[2A_ph]-1}+\dfrac{\exp[2A_ph](\xi_{hsc}-\xi_{hsw})}{\exp[2A_ph]-1}\exp[2A_px] & x\in[-h,0]\end{cases}\tag{3.7}$$

$$\xi_h(h,y)=\begin{cases}\dfrac{\exp[2B_pk]\xi_{hec}-\xi_{hne}}{\exp[2B_pk]-1}+\dfrac{\xi_{hne}-\xi_{hec}}{\exp[2B_pk]-1}\exp[2B_py] & y\in[0,k]\\[2ex] \dfrac{\exp[2B_pk]\xi_{hse}-\xi_{hec}}{\exp[2B_pk]-1}+\dfrac{\exp[2B_pk](\xi_{hec}-\xi_{hse})}{\exp[2B_pk]-1}\exp[2B_py] & y\in[-k,0]\end{cases}\tag{3.8}$$

$$\xi_h(-h,y)=\begin{cases}\dfrac{\exp[2B_pk]\xi_{hwc}-\xi_{hnw}}{\exp[2B_pk]-1}+\dfrac{\xi_{hnw}-\xi_{hwc}}{\exp[2B_pk]-1}\exp[2B_py] & y\in[0,k]\\[2ex] \dfrac{\exp[2B_pk]\xi_{hsw}-\xi_{hwc}}{\exp[2B_pk]-1}+\dfrac{\exp[2B_pk](\xi_{hwc}-\xi_{hsw})}{\exp[2B_pk]-1}\exp[2B_py] & y\in[-k,0]\end{cases}\tag{3.9}$$

则对$\forall(x,y)\in\partial D$有：

$$\min(\xi_{hne},\ \xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\leqslant\xi_h(x,y)\leqslant\max(\xi_{hne},\ \xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\tag{3.10}$$

定理 2 方程(2.5)$\bar{L}\xi_h=0$在∂D上边界条件(3.1)～(3.4)下的解$\xi_h(x,y)$满足对$\forall(x,y)\in D$，

$$\min(\xi_{hne},\ \xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\leqslant\xi_h(x,y)\leqslant\max(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\tag{3.11}$$

其中等号对应于常数解。

证明　由引理1知对$\forall(x,y)\in\partial D$

$$\min(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\leqslant\xi_h(x,y)\leqslant\max(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})$$

所以对$\forall(x,y)\in D$，根据定理1，我们有：

$$\min(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})<\xi_h(x,y)<\max(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc}) \tag{3.12}$$

注意到　$\xi_h(x,y)=C$为方程(2.5)在边界条件(3.1)～(3.4)下的解，于是我们可以得到，对$\forall(x,y)\in D$

$$\min(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\leqslant\xi_h(x,y)\leqslant\max(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc}) \tag{3.13}$$

定理 3　方程(2.5) $\bar{L}\xi_h=0$在∂D上边界条件(3.6)～(3.9)下的解$\xi_h(x,y)$满足对于$\forall(x,y)\in D$。

$$\min(\xi_{hne},\ \xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc})\leqslant\xi_h(x,y)\leqslant\max(\xi_{hne},\xi_{hnw},\cdots,\xi_{hwc}) \tag{3.14}$$

其中等号对应于常数解。

应用定理1以及引理2可以象证明定理2一样证明定理3。

定理 4　通过求解由方程(2.5)与边界条件(3.1)～(3.4)所构成的边值问题而得到的有限分析格式(2.11)，其有限分析系数$c_{ne},\cdots,c_{ec}$，c_f满足：

1)　$c_{ne}+c_{nw}+c_{se}+c_{sw}+c_{nc}+c_{sc}+c_{ec}+c_{wc}=1$　(3.15)

2)　$c_f>0$，$0<(c_{ne},\ c_{nw},\cdots,c_{wc})<1$　(3.16)

证明　由于有限分析格式(2.11)是方程(2.5)在边界条件(3.1)～(3.4)下的解在p点取值所得的离散结点上函数值之间关系式，所以根据定理2可知：

$$\min(\xi_{hne},\cdots,\xi_{hwc})\leqslant\xi_p=c_{ne}\cdot\xi_{hne}+\cdots+c_{ec}\xi_{hec}+c_{wc}\xi_{hwc}\leqslant\max(\xi_{hne},\cdots,\xi_{hwc}) \tag{3.17}$$

当$\xi_h(x,y)$取常数解时，例如设$\xi_h(x,y)=1$，上式等号成立，所以可知：

$$c_{ne}+c_{nw}+\cdots+c_{wc}=1 \tag{3.18}$$

现在令$\xi_{hne}=1$，而其余结点上$\xi_h(x,y)$值为零，显然是非常数解的情况，于是由定理2知式(3.17)取不等号，即：

$$0<\xi_p=c_{ne}<1 \tag{3.19}$$

同理，应用定理2让ξ_h在某一结点取值为1，而在其余结点上取值0，这样便可得到有限分析系数都大于0小于1，即：

$$0<(c_{ne},\ c_{nw},\cdots,c_{wc})<1 \tag{3.20}$$

考虑到有限分析解$\xi_h(x,y)$在零边值条件下有：

$$\xi_p=c_f\cdot f_p$$

取$f_p=1$，则由比较定理知$\xi_p=c_f>0$

即：

$$c_f>0 \tag{3.21}$$

定理 5　通过求解由方程(2.5)与边界条件(3.6)～(3.9)所构成的边值问题而得到的有限分析格式(2.11)，其有限分析系数$c_{ne},\cdots,c_{ec},c_f$满足：

1)　$c_{ne}+c_{nw}+\cdots+c_{wc}=1$　(3.22)

2)　$c_f>0$，$0<(c_{ne},\ c_{nw},\cdots,c_{wc})<1$　(3.23)

可利用定理3及c_f[6]的表达式，按照定理4中同样的方法来证明定理5。

下面我们应用所得的结论证明有限分析格式(2.15)的稳定性与收敛性。

定理 6　以式(3.1)～(3.4)作边界条件，通过求解对流扩散方程(2.13)在有限单元内线性化方程(2.5)而得到的有限分析格式(2.15)是L_∞稳定的。

证明　有限分析格式(2.15)的误差方程为

$$\varepsilon_p^{n+1}=\frac{c_{ne}\varepsilon_{ne}^{n+1}+\cdots+c_{wo}\varepsilon_{wc}^{n+1}+\varepsilon_p^n c_f/\nu\Delta t}{1+c_f/\nu\Delta t}\tag{3.24}$$

根据定理4可知

$$|\varepsilon_p^{n+1}|\leqslant\frac{(c_{ne}+c_{nw}+\cdots+c_{wo})\cdot|\varepsilon^{n+1}|_{\max}+(c_f/\nu\Delta t)|\varepsilon^n|_{\max}}{1+c_f/\nu\Delta t}\tag{3.25}$$

由p点的任意性立即可得：

$$|\varepsilon^{n+1}|_{\max}\leqslant|\varepsilon^n|_{\max}\tag{3.26}$$

这说明格式L_∞稳定。

定理 7　以式(3.6)～(3.9)作边界条件，通过求解对流扩散方程(2.13)在有限单元内线性化方程(2.5)而得到的有限分析格式(2.15)是L_∞稳定的。

和前面一样，可用定理5证明定理7。

为了证明有限分析格式的收敛性，我们引入下列引理：

引理 3　有限分析格式(2.11)

$$(L_\Delta\xi)_p=\frac{1}{c_f}(c_{ne}\cdot\xi_{ne}+\cdots+c_{wo}\cdot\xi_{wo}-\xi_p)=-f_p\tag{3.27}$$

与微分方程(2.1)是相容的。

证明　设$\xi(x,y)$为原问题的精确解，$\xi^*(x,y)$为其有限分析解，它们分别满足：

$$\begin{cases}L\xi+f=0 & (x,y)\in D\\ \xi(x,y)=\xi_\Gamma & (x,y)\in\partial D\end{cases}\tag{3.28}$$

$$\begin{cases}L\xi^*+f_p=0 & (x,y)\in D\\ \xi^*(x,y)=\xi_\Gamma' & (x,y)\in\partial D\end{cases}\tag{3.29}$$

其中ξ_Γ为精确解在∂D上取值，ξ_Γ'为如前所述的近似边界条件（如分段线性函数）。于是

$$(L\xi)_p-(L_\Delta\xi)_p=(L\xi)_p-(L_\Delta\xi^*)_p+(L_\Delta\xi^*)_p-(L_\Delta\xi)_p$$

$$=(L_\Delta\xi^*)_p-(L_\Delta\xi)_p=\frac{1}{c_f}(\xi_p-\xi_p^*)$$

根据量级估计

$$\xi_p-\xi_p^*=o(h^3,\ k^3),\ c_f=O(h^2,k^2)$$

知

$$(L\xi)_p-(L_\Delta\xi)_p=o(h,k)$$

即有限分析格式(2.11)与微分方程(2.1)相容。

引理 4　有限分析格式(2.15)与对流扩散方程(2.13)是相容的。

定理 8　如果方程(2.13)是线性的，那么以式(3.1)～(3.4)作边界条件，通过求解对流扩散方程(2.13)在有限单元内常系数方程(2.5)而得到的有限分析格式(2.15)是收敛的。

证明　由引理4及定理6可知有限分析格式(2.15)与微分方程(2.13)是相容的，并且也稳定，所以根据Lax定理可知线性方程(2.13)的有限分析格式(2.15)是收敛的。

定理 9　如果方程(2.13)是线性的，那么以式(3.6)～(3.9)作边界条件，通过求解对流扩散方程(2.13)在子区域D内常系数方程(2.5)而得到的有限分析格式(2.15)也是收敛的。

四、结 论

以分段线性函数(3.1)～(3.4)作边界条件及以分段指数常数(3.6)～(3.9)作边界条件而得到的关于对流扩散方程(2.13)的有限分析格式是L_∞稳定的；如果方程(2.13)是线性的，那么它也是收敛的。但是以二次多项式函数[3]及指数线性函数[6]作边界条件所得的有限分析格式，由于边界上函数值会小于或大于诸结点上函数值，从而不能保证有限分析系数都大于零，致使有限分析系数出现负值[1],[3]，所以不能得出文献[5]所指出的稳定性与收敛性的结论。

参 考 文 献

[1] Chen, C. J., H. Naseri-Neshat and K. S. Ho, Finite analytic numerical solution of heat transfer in two-dimensional cavity flow, *Int. J. Numerical Heat Transfer*, **4** (1981), 179—197.

[2] Chen, C. J. and H. C. Chen, Finite analytic numerical method for unsteady two-dimensional Navier-Stokes equations, *J. C. P.*, **53**, 2 (1984), 209—226.

[3] 陈景仁，《流体力学及传热学》，国防工业出版社 (1984).

[4] Protter, M. H. and H. F. Weinberger, *Maximum Principles in Differential Equations*, Prentice-Hall (1967).

[5] Zeng Xiang-jin and Li Wei, The stability and convergence of FAM for unsteady two-dimensional convective transport equation, *International Symposium on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, The University of Iowa, Iowa City, Iowa, USA, Sep. (1985), 16—18.

[6] 吴江航、韩庆书，《计算流体力学的理论、方法及应用》，科学出版社 (1988).

The Stability and Convergence of the Finite Analytic Method for the Numerical Solution of Convective Diffusion Equation

Sun Yu-ping Wu Jiang-hang

(*Department of Mechanics, Peking University, Beijing*)

Abstract

In this paper we make a close study of the finite analytic method by means of the maximum principles in differential equations and give the proof of the stability and convergence of the finite analytic method.