

反射型激波风洞中激波与边界层的相互作用*

徐立功

(中国科学技术大学近代力学系, 1988年4月3日收到)

摘 要

本文研究了反射型激波风洞中由于非完全反射对激波与壁面边界层相互作用的影响, 给出了在反射激波坐标系中计算边界层速度分布、温度分布和马赫数分布的计算方法. 算例表明, 在计及氮气的平衡真实气体效应的情形下, 随着入射激波马赫数 M_1 的增大, 边界层的最小马赫数从壁面处移到边界层内; 随着喷管喉道面积的增大, 边界层的最小马赫数、反射激波的分叉角 α 和分叉区后的射流速度均随之减小. 计算结果与实验值相比是一致的.

一、引 言

在理想情形下, 激波管末端的反射激波波后提供了一个滞止的高温高压气体区, 这对于气体动力学研究非常有用. 然而, 在实际情形下, 由于粘性效应, 入射激波诱导的流动中要形成边界层, 这种增长着的边界层的存在, 使反射激波的图象和波后滞止区的特性变得复杂化了. 许多作者研究了激波管中反射激波与边界层相互作用的现象^{[1]~[7]}, 目的是阐明反射激波波后高温高压气源被提前冷却的原因. 不过, 这些研究都局限于激波管内.

本文研究反射型激波风洞中由于喷管喉道引起的非完全反射对反射激波(和透射激波)与边界层相互作用的影响, 分析了反射激波坐标系中的层流边界层方程组及其边界条件, 用数值方法得到非完全反射情形下边界层内的速度分布、温度分布和马赫数分布. 在此基础上, 计算了反射激波的分叉形状和分叉区后沿管壁的射流速度, 并与部分试验结果进行了比较.

二、非完全反射的参数计算

在理想激波管理论中, 反射激波马赫数 M_r 与运动坐标系中入射激波波后气流马赫数 $M'_1 = (M_1 a_1 - u_2) / a_2$ 的关系为 $M_r M'_1 = 1$ (参看图1). 然而, 在反射型激波风洞中(参看图2), 由于喷管的存在, 这一简单的关系不再成立, 这时 M_r 由下列关系式确定:

* 蔡树棠推荐.

$$\frac{A^*}{A_1} = M_3 \left[\frac{2}{\gamma_3 + 1} \left(1 + \frac{\gamma_3 - 1}{2} M_3^2 \right) \right]^{\frac{\gamma_3 + 1}{2(\gamma_3 - 1)}} \quad (2.1)$$

$$M_3 = \frac{u_2}{a_3} = \frac{2(M_2^2 - 1)a_2}{(\gamma_2 + 1)M_2 a_3} \quad (2.2)$$

和

$$a_3 = \frac{a_2}{(\gamma_2 + 1)M_2} \{ [2\gamma_2 M_2^2 - (\gamma_2 - 1)] [(\gamma_2 - 1)M_2^2 + 2] \}^{\frac{1}{2}} \quad (2.3)$$

其中 A^* 和 A_1 分别为喷管喉道和被驱动段的截面积, γ 为比热比, a 为声速。在已知入射激波马赫数 M_2 和 A^*/A_1 的情况下, 上述方程组是封闭的。显然, 在同一 M_2 时, 随着 A^*/A_1 的增大, $M_3 = u_3/a_3$ 增大而 M_2 却减小。用迭代法解得的 M_2 随 M_3 和 A^*/A_1 的变化曲线示于图 3, 其试验气体为 N_2 , 并假定 $\gamma = 1.4$ 。求得 M_2 以后, 利用激波关系式可以得到其它的气体参数, 而实验室坐标下非完全反射的反射激波速度为 $U_r = M_2 a_2 - u_2$ 。

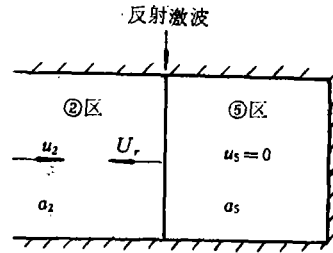


图 1

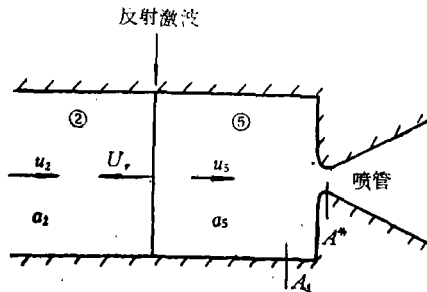


图 2

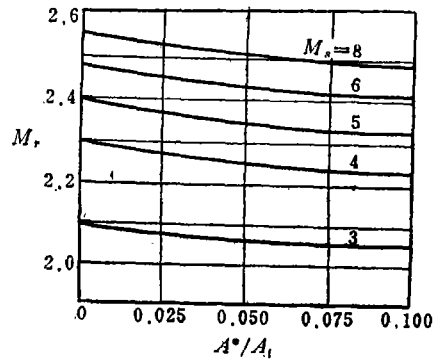


图 3

三、反射激波坐标系中边界层内的参数分布

由于粘性效应, 运动激波诱导的流动中将出现边界层。在反射型激波风洞中, 入射激波从端面反射以后, 实验室坐标系中的流动图象及边界层内的速度分布如图 4a 所示 (图中将边界层的 y 向夸大了)。如果将坐标系取在入射激波上, 那么在相似坐标系^[8,9]

$$\xi(x) = (\rho\mu)_{\infty} u_{\infty} x, \quad \eta(x, y) = \frac{u_{\infty}}{\sqrt{2\xi}} \int_0^y \rho dy \quad (3.1)$$

中, 激波管壁面层流边界层方程为:

$$(lf'')' + ff'' = 0 \quad (3.2)$$

$$(lc_2\theta')' + P_r c_2 f\theta' + \frac{P_r u_{\infty}^2}{T_{\infty}} l(f'')^2 = 0 \quad (3.3)$$

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \eta=0 \text{ 时, } f(0)=0, f'(0)=-\frac{u_w}{u_o}, \theta(0)=-\frac{T_w}{T_o} \\ \eta \rightarrow \infty \text{ 时, } f'(\infty)=1, \theta(\infty)=1 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

其中, 流函数

$$\psi = \sqrt{2\xi} f(\eta); f'(\eta) = \frac{df}{d\eta} = \frac{u}{u_o}, \theta = \frac{T}{T_o}, l = \frac{\rho\mu}{(\rho\mu)_w}$$

P_r 为普朗特数, $u_o = U_o - u_2$, $u_w = U_o$, 和 $T_o = T_2$.

研究反射激波与边界层相互作用时, 应将坐标系取在反射激波上. 这种坐标系中的流动图象及速度分布如图4b所示. 若反射激波距离端面为 x_r , 则在 x_r 处的壁面边界层正是距入射激波为 x 处的边界层 (见图4a), x_r 与 x 的关系为

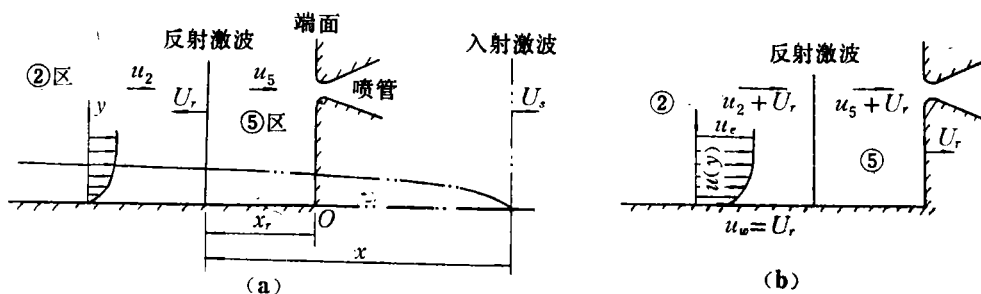


图 4

$$x = x_r(1 + U_o/U_r) \quad (3.5)$$

由此得到在 x_r 处边界层内的速度分布 $F'(\eta)$ 的表达式为:

$$F'(\eta) = \frac{1}{U_r + u_2} [U_r + U_o - (U_o - u_2)f'(\eta)] \quad (3.6)$$

其中 $f'(\eta)$ 是由方程 (3.2) 解得的入射激波坐标系中边界层的速度分布. 在壁面处, $\eta=0$, $F'(0) = U_r/(U_r + u_2)$. 当入射激波很弱 ($M_o \rightarrow 1$) 时, $F'(0) \rightarrow 1$; 当入射激波很强 ($M_o \rightarrow \infty$) 时,

$$F'(0) \rightarrow 1 - \left[\frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_1 \gamma_2 (\gamma_1 - 1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

如果 $\gamma_1 = \gamma_2$, 则 $F'(0) \rightarrow (\gamma - 1)/\gamma$. 值得指出的是, 温度分布 $\theta(\eta)$ 与坐标系的选取无关.

计及高温气体的真空气体效应, 用差分方法对上述边界层方程 (3.2) 至 (3.4) 进行数值求解, 并利用转换关系式 (3.6), 得到反射激波坐标系边界层内的速度分布 $F'(\eta)$, 温度分布 $\theta(\eta)$ 和马赫数分布 $M(\eta)$, 计算结果列于表 1 和表 2. 计算条件是: 试验气体为 N_2 , $p_1 = 10132.5 \text{ N/m}^2$, $T_1 = T_w = 298 \text{ K}$, 认为边界层内为平衡流动, $(\rho\mu) = \text{常数}$, $P_r = 0.72$, 并利用离解氮气的化学热力学特性和平衡常数公式^[8,9]. 表 1 是完全反射 ($A^* = 0$) 时的 $F'(\eta)$, $\theta(\eta)$ 和 $M(\eta)$ 值. 表 2 是 $M_o = 8$, $A^* \neq 0$ 时, 非完全反射情形的 $F'(\eta)$ 和 $M(\eta)$ 值. 计算结果表明, $M_o \leq 4$ 时, 边界层的最小马赫数 M_{blm} 在壁面上; $M_o > 4$ 时, M_{blm} 在边界层内. 另外, 由表 2 可以看出, A^*/A_1 对 $F'(\eta)$ 和 $M(\eta)$ 的影响是明显的, 特别是反射型风洞采用大喉道运行时, 例如 $A^*/A_1 = 0.1$, 则 M_{blm} 减小 8% 左右.

表 1

M_∞	2.0			4.0			6.0			8.0			10.0		
	F'	θ	M	F'	θ	M	F'	θ	M	F'	θ	M	F'	θ	M
0	0.4394	0.5958	0.986	0.2990	0.2579	1.354	0.2445	0.1397	1.819	0.2144	0.0864	1.856	0.1984	0.0583	2.098
0.05	0.4703	0.6221	1.032	0.3489	0.3299	1.397	0.3038	0.2395	1.536	0.2791	0.2034	1.575	0.2643	0.1835	1.592
0.08	0.4882	0.6369	1.059	0.3774	0.3691	1.428	0.3375	0.2927	1.543	0.3158	0.2637	1.565	0.3029	0.2458	1.576
0.10	0.5050	0.6507	1.084	0.4045	0.4051	1.461	0.3696	0.3409	1.566	0.3507	0.3169	1.585	0.3395	0.3008	1.597
0.15	0.5331	0.6730	1.125	0.4489	0.4617	1.519	0.4220	0.4150	1.621	0.4075	0.3969	1.646	0.3990	0.3834	1.662
0.20	0.5676	0.6996	1.175	0.5028	0.5266	1.593	0.4850	0.4977	1.701	0.4757	0.4847	1.739	0.4704	0.4748	1.762
0.40	0.6808	0.7813	1.334	0.6713	0.7046	1.839	0.6772	0.7103	1.988	0.6808	0.7075	2.060	0.6829	0.7061	2.097
0.60	0.7752	0.8438	1.461	0.7969	0.8173	2.027	0.8128	0.8322	2.204	0.8208	0.8334	2.288	0.8256	0.8351	2.331
0.80	0.8510	0.8916	1.561	0.8876	0.8916	2.161	0.9037	0.9062	2.349	0.9116	0.9087	2.434	0.9158	0.9110	2.475
1.0	0.9103	0.9286	1.636	0.9416	0.9360	2.238	0.9538	0.9475	2.424	0.9593	0.9500	2.505	0.9621	0.9520	2.544
1.5	0.9745	0.9727	1.711	0.9891	0.9821	2.295	0.9929	0.9871	2.473	0.9942	0.9879	2.546	0.9950	0.9890	2.580
2.0	0.9957	0.9921	1.731	0.9988	0.9962	2.301	0.9994	0.9976	2.476	0.9996	0.9980	2.546	0.9996	0.9982	2.581
2.5	0.9994	0.9980	1.732	0.9998	0.9992	2.300	0.9999	0.9996	2.474	0.9999	0.9997	2.545	0.9999	0.9997	2.580
3.0	0.9999	0.9996	1.732	0.9999	0.9998	2.299	0.9999	0.9999	2.474	0.9999	0.9999	2.545	0.9999	0.9999	2.580
3.5	1	0.9999	1.732	1	0.9999	2.299	1	0.9999	2.474	1	0.9999	2.545	1	0.9999	2.580

表 2

A^*/A_1	0.025		0.050		0.075		0.100	
	$F'(\eta)$	$M(\eta)$	$F'(\eta)$	$M(\eta)$	$F'(\eta)$	$M(\eta)$	$F'(\eta)$	$M(\eta)$
0	0.2097	1.804	0.2050	1.754	0.2002	1.702	0.1954	1.651
0.05	0.2748	1.541	0.2705	1.508	0.2661	1.475	0.2616	1.442
0.06	0.2919	1.534	0.2877	1.503	0.2834	1.471	0.2791	1.440
0.08	0.3117	1.536	0.3076	1.507	0.3035	1.477	0.2993	1.448
0.10	0.3468	1.559	0.3429	1.532	0.3390	1.506	0.3350	1.479
0.15	0.4040	1.622	0.4004	1.599	0.3968	1.575	0.3932	1.551
0.20	0.4726	1.717	0.4694	1.696	0.4633	1.674	0.4630	1.652
0.40	0.6789	2.042	0.6770	2.024	0.6750	2.006	0.6730	1.988
0.60	0.8198	2.272	0.8187	2.255	0.8176	2.239	0.8165	2.222
0.80	0.9111	2.418	0.9105	2.402	0.9100	2.387	0.9095	2.371
1.00	0.9590	2.489	0.9588	2.474	0.9585	2.458	0.9583	2.443
2.00	0.9996	2.531	0.9993	2.516	0.9996	2.501	0.9996	2.486
2.50	0.9999	2.530	0.9999	2.515	0.9999	2.500	0.9999	2.485

四、反射激波与边界层相互作用

当反射激波波后的滞止压力大于边界层内的滞止压力时，激波与边界层相互作用使边界层分离，并引起反射激波分叉，典型图象示于图 5。分离泡随反射激波一道运动。分离区中的滞止压力 p_{st} 由边界中最小马赫数所确定，利用以上求得的 M_{blm} ，有如下表达式：

$$M_{blm} < 1, \quad \frac{p_{st}}{p_2} = \left[1 + \frac{\gamma_1 - 1}{2} M_{blm}^2 \right]^{\frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}} \quad (4.1)$$

和

$$M_{blm} > 1, \quad \frac{p_{st}}{p_2} = \left(\frac{\gamma_1 + 1}{2} M_{blm}^2 \right)^{\frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}} \left[\frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + 1} M_{blm}^2 - \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 + 1} \right]^{\frac{1}{1 - \gamma_1}} \quad (4.2)$$

图6是 $M_s=3.4$ 时测得的压力曲线^[7]，压电晶体传感器分别安装在末端（图中上线）和侧壁（图中下线）上。由侧壁上压力随时间的历程可以发现三次阶跃：从 p_1 到 p_2 是入射激波产生的，从 p_2 到 p_{s1} 是反射激波分叉前腿产生的，从 p_{s1} 到 p_5 是分叉后腿产生的。按照式(4.2)和激波关系式计算的 $p_{s1}/p_2=2.809$ 和 $p_5/p_2=5.464$ ，理论值与图6的测量结果是吻合的。

在反射激波坐标系中，根据斜激波关系式可以计算分叉形状和流动参数。分叉前腿与壁面的夹角 α 和通过前腿的流向折角 δ 分别为：

$$\sin^2\alpha = \frac{(\gamma_2+1)p_{s1}/p_2 + (\gamma_2-1)}{2\gamma_2 M'^2} \quad (4.3)$$

$$\text{tg}(\alpha-\delta) = \left[\frac{(\gamma_2-1)M'^2 \sin^2\alpha + 2}{(\gamma_2-1)M'^2 \sin^2\alpha} \right] \text{tg}\alpha \quad (4.4)$$

分叉区中的流动马赫数 M' 为：

$$M' = \left[\frac{(\gamma_2-1)p_{s1}/p_2 + (\gamma_2+1)}{2\gamma_2(p_{s1}/p_2)\sin^2(\alpha-\delta)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

同理，根据 p_5/p_{s1} 和 M' ，可以得到分叉后腿的夹角 β 和分叉区后的气流马赫数 M_j ，即

$$M_j = \left[\frac{(\gamma_2-1)p_5/p_{s1} + (\gamma_2+1)}{2\gamma_2(p_5/p_{s1})\sin^2\beta} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

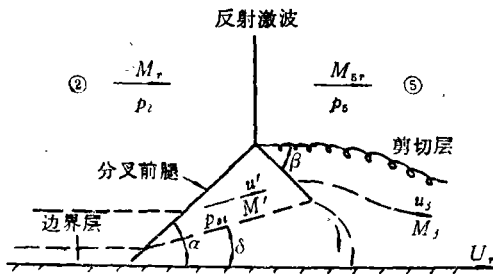


图 5

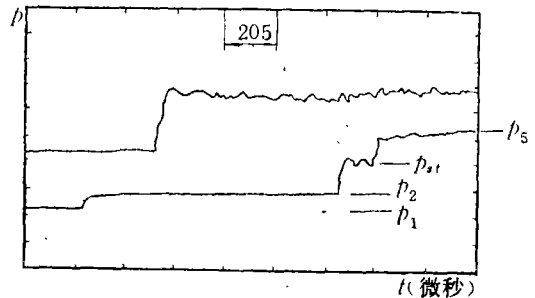


图 6

以 $M_s=8$ 为例，由方程(4.2)至(4.6)计算得到的数值列表3。表中同时列出了反射激波坐标系正激波波后的马赫数 M_{sr} 。由表3可以看出非完全反射对激波与边界层相互作用的影响：随着 A^*/A_1 的增大， α 角和 β 角以及 M_j 减小而 M' 增大。另外，比较 M_j 和 M_{sr} 可以发现 $M_j > M_{sr}$ ，这表明反射激波与边界层的相互作用，产生了沿着管壁流向端面的射流，这一射流提前污染了⑤区气体。

表 3

A^*/A_1	α°	β°	M'	M_j	M_{sr}
0	45.37	58.49	1.566	0.8283	0.5090
0.025	44.82	57.98	1.583	0.8266	0.5202
0.050	44.24	57.59	1.600	0.8234	0.5315
0.075	43.83	57.18	1.619	0.8202	0.5429
0.100	43.08	56.94	1.636	0.8167	0.5543

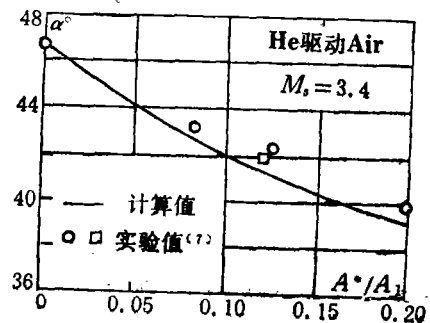


图 7

图7画出了 $M_s=3.4$ 时用上述方法计算的 α 角随 A^*/A_1 的变化曲线。图中的实验点取自文献[7]，该实验与非完全反射情形是类似的。由图可见两者符合得较好。

五、透射激波与边界层相互作用

反射激波与接触面相交以后形成透射激波。在透射激波坐标系中，流动图象和③区边界层速度分布如图8所示。根据驱动气体的特性，利用激波与接触面相互作用的理论，可以得出图8中各区的参数，并由此得到非完全反射情况下透射激波的速度 U_t 和③区边界层的外缘条件。在实际激波风洞流动中，接触面犹如一个漏活塞，因此③区边界层内贴近管壁处的气体仍为试验气体。如果边界层最小马赫数在壁面处，则可以直接用下述公式求得 M_{blm} ：

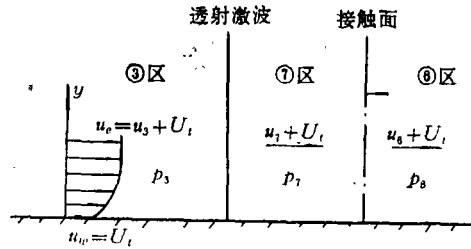


图 8

对亚缝合情形，

$$M_{blm} = \frac{\alpha_3}{\alpha_1} \left[\frac{p_1/p_3 + \alpha_3}{\delta_3 \gamma_3 (\alpha_3 p_1/p_3 + 1)^{1/2}} + \frac{2\alpha_6}{(\gamma_1 - 1)\alpha_3} \left[1 - \left(\frac{p_6}{p_5} \right)^{\beta_1} \right] \right] \quad (5.1)$$

对超缝合情形，

$$M_{blm} = \frac{\alpha_3}{\alpha_1} \left[\frac{p_1/p_3 + \alpha_3}{\delta_3 \gamma_3 (\alpha_3 p_1/p_3 + 1)^{1/2}} - \frac{\alpha_6 \delta_1 (p_6/p_6 - 1)}{\alpha_3 (\alpha_1 p_6/p_6 + 1)^{1/2}} \right] \quad (5.2)$$

其中 $\alpha = (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$ ， $\beta = (\gamma - 1)/2\gamma$ 和 $\delta = \sqrt{2/[\gamma(\gamma - 1)]}$ 。得到 $M_t = (U_t + u_3)/a_3$ 和 M_{blm} 以后，采用类似于式(4.1)至(4.6)的相应关系式，就可以解出非完全反射情形下透射激波与边界层相互作用的分叉形状及沿壁面的射流速度等参数。

六、结 论

1. 当反射型激波风洞采用大喉道运行时，非完全反射的影响是显著的。在同一 M_s 下，反射激波坐标系中边界层的速度分布和马赫数分布随 A^*/A_1 而变化，当 $A^*/A_1=0.1$ 时，最小马赫数减小8%。

2. 边界层方程的数值解表明，在反射激波坐标系中， $M_s \leq 4$ 时，最小马赫数在壁面处； $M_s > 4$ 时，最小马赫数在边界层内。

3. 反射激波与边界层相互作用引起边界层分离和激波分叉，分叉区内的压力为边界层最小马赫数所确定的滞止压力。这一论断得到实验证实。

4. 在同一 M_s 下，反射激波分叉前腿与壁面夹角 α 随 A^*/A_1 的增大而减小，计算结果与实验是吻合的。

5. 反射激波与边界层相互作用产生沿壁面流向喷管的射流，其速度随 A^*/A_1 的增大而减小。由此可以看出，在同一 M_s 下，反射型风洞⑥区气源被提前冷却的现象不如激波管中严重。

参 考 文 献

- [1] Mark, H., The interaction of a reflected shock wave with the boundary layer in a shock tube, *J. A. S.*, 24, April (1957), 304—306.
- [2] Byron, S. and N. Rott, On the interaction of the reflected shock wave with the laminar boundary layer on the shock tube walls, *Proceedings of the 1961 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute*, Stanford University Press, Stanford, Calif. (1961), 38—54.
- [3] Davies, L. D., The interaction of the reflected shock with the boundary layer in a shock tube and its influence on the duration of hot flow in the reflected tunnel, NPL Aero. Reports 1158 and 1167 (1965).
- [4] Davies, L. D. and J. L. Wilson, Influence of reflected shock and boundary-layer interaction on shock-tube flows, *Physics of Fluids*, 12, suppl. 1 (1969), 37—43.
- [5] Matsuo, K., K. Kage and S. Kawagoe, The interaction of a reflected shock wave with the contact region in a shock tube, *Bulletin of the JSME*, 18, 121, July (1975).
- [6] Stalker, R. J. and C. A. Crane, Driver gas contamination in a high enthalpy reflected shock tunnel, *AIAA Journal*, 16, 3 (1978), 277—279.
- [7] Xu, L.G. and C.M. Gourlay, Reflected shock boundary layer interaction in a shock tube with boundary layer suction, Research Report No. 14/86, Dept. Mech. Eng., Univ. of Qld., Australia, Dec. (1986).
- [8] 卞荫贵、钟家康, 《高温边界层传热》, 科学出版社 (1986).
- [9] 徐立功、王中东, 激波管平衡边界层的数值解, 中国科学技术大学学报, 18, 3 (1988), 352—358.

The Interaction of a Shock Wave with the Boundary Layer in a Reflected Shock Tunnel

Xu Li-gong

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei)

Abstract

The influence of a nontotal reflection on the interaction of a reflected shock wave with the boundary layer in a reflected shock tunnel has been investigated. The calculating method of the velocity, the temperature and the Mach number profiles in the boundary layer in reflected shock fixed coordinates has been obtained. To account for equilibrium real gas effects of nitrogen, the numerical results show that the minimum Mach number in the boundary layer has been moved from the wall into the boundary layer with the increasing of the incident shock Mach number. The minimum Mach number, the shock angle in the bifurcated foot and the jet velocity along the wall to the end plate are reduced owing to the increasing of the area of nozzle throat. The numerical results are in good agreement with measurements.