应用数学和力学，第9卷第4期（1988年4月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

一种摄动迭代法应用于弹性圆薄板大挠度问题

周焕文　殷传炎

（武汉大学数学系，1987年3月23日收到）

摘　要

在这篇文章里，我们介绍一种摄动迭代法求非线性弹性圆薄板边值问题的解，对承受某些载荷的圆板大挠度问题的解的收敛性作了严格的证明.

一、前　言

圆板大挠度问题，几十年来，一直是数学力学家关心的课题，也提出过一些数学方法进行求解。钱伟长的摄动法[2]，Way[3]的幂级数方法，钱伟长[4]和 Bromberg[5]采用渐近展开的方法，以及H. B. Keller 与 E. L. Reiss 使用迭代法[1]。本文将摄动与迭代结合起来，提出一个所谓的摄动迭代法[6]。这个方法克服了摄动法的某些局限性，对于某些强非线性问题也能求解。

二、方程的建立

考虑半径为a，厚度为h的弹性圆薄板在荷载函数为q的作用下的大挠度问题。假设挠度为w，应力函数为φ，则对于旋转对称变形的 von Kármán 方程可以写为：

$$\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}\frac{d}{dr}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{dw}{dr}-\frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{dw}{dr}=\frac{1}{r}\int_0^r tq(t)dt \tag{2.1}$$

$$r\frac{d}{dr}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d\varphi}{dr}+\frac{Eh}{2}\left(\frac{dw}{dr}\right)^2=0 \tag{2.2}$$

其中E是弹性模量，μ是泊松比。

作无量纲变换：

$$r=ax,\quad \frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr}=\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)a^2}F$$

$$\frac{dw}{dr}=\frac{1}{\sqrt{12(1-\mu^2)}}\cdot\frac{h}{a}\theta,\quad p(x)=\frac{a^2}{Eh^4}[12(1-\mu^2)]^{\frac{3}{2}}\cdot\frac{1}{x}\int_0^{ax} rqdr$$

于是(2.1)～(2.2)变为：

$$L(x\theta)=F\theta+p(x) \tag{2.3}$$

$$xL(x^2F)=-\theta^2/2 \qquad (0\leqslant x\leqslant 1) \tag{2.4}$$

其中：　$L=(d/dx)x^{-1}(d/dx)$

相应于(2.3)～(2.4)的边界条件设为：

$x=0$时，　$F,\ \theta<\infty$　　(2.5)

$x=1$时，　$\theta(1)+\lambda_1\theta'(1)=0,\ F(1)-\lambda_2F'(1)=0$　　(2.6)

其中：　$\lambda_1\geqslant 0$或$\lambda_1<-1$，$\lambda_2\leqslant 0$

将(2.3)～(2.6)化为等价的积分方程：

$$\theta=\frac{1}{2x}\int_x^1(F\theta+p)(\xi^2-x^2)d\xi+\frac{x}{2}\frac{1-\lambda_1}{1+\lambda_1}\int_0^1(F\theta+p)\xi^2d\xi-\frac{1}{2x}\int_0^1(F\theta+p)\xi^2d\xi \tag{2.7}$$

$$F=\frac{1}{4}\int_x^1\frac{\theta^2}{\xi}d\xi+\frac{1}{4x^2}\int_0^x\xi\theta^2d\xi-\frac{1+2\lambda_2}{4}\int_0^1\xi\theta^2d\xi \tag{2.8}$$

将(2.7)～(2.8)整理，可得：

$$\theta=-\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)F\theta d\xi-\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^2F\theta d\xi-p_0(x) \tag{2.9}$$

$$F=\frac{1}{4}\int_x^1\frac{1-\nu_2\xi^2}{\xi}\theta^2d\xi+\frac{1-\nu_2x^2}{4x^2}\int_0^x\xi\theta^2d\xi \tag{2.10}$$

其中：　$\nu_1=(1-\lambda_1)/(1+\lambda_1)\leqslant 1,\ \nu_2=1+2\lambda_2\leqslant 1$

$$p_0(x)=\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)pd\xi+\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^2pd\xi$$

(2.9)～(2.10)就是与(2.3)～(2.6)等价的积分方程。

三、摄动迭代法的应用

将(2.9)～(2.10)写为：

$$\theta=\varepsilon\left\{-\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)F\theta d\xi-\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^2F\theta d\xi\right\}-p_0(x) \tag{3.1}$$

$$F=\frac{1}{4}\int_x^1\frac{1-\nu_2\xi^2}{\xi}\theta^2d\xi+\frac{1-\nu_2x^2}{4x^2}\int_0^x\xi\theta^2d\xi \tag{3.2}$$

其中ε是一个参数。

设(3.1)～(3.2)的解为：

$$\theta=\sum_{i=0}^{\infty}\theta_i\varepsilon^i,\quad F=\sum_{i=0}^{\infty}F_i\varepsilon^i \tag{3.3}$$

将(3.3)代入(3.1)～(3.2)并比较方程两边ε同次幂的系数，即有：

$$\theta_0=-p_0(x) \tag{3.4}$$

$$F_0=\frac{1}{4}\int_x^1\frac{1-\nu_2\xi^2}{\xi}p_0^2d\xi+\frac{1-\nu_2x^2}{4x^2}\int_0^x\xi p_0^2d\xi \tag{3.5}$$

$$\theta_{n+1}=-\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)\sum_{i=0}^{n}F_i\theta_{n-i}d\xi-\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^2\sum_{i=0}^{n}F_i\theta_{n-i}d\xi \tag{3.6}$$

$$F_{n+1}=\frac{1}{4}\int_x^1\frac{1-\nu_2\xi^2}{\xi}\sum_{i=0}^{n+1}\theta_i\theta_{n+1-i}d\xi+\frac{1-\nu_2x^2}{4x^2}\int_0^x\xi\sum_{i=0}^{n+1}\theta_i\theta_{n+1-i}d\xi \tag{3.7}$$

$(n=0,1,2,\cdots)$

我们来证明，在一定条件下，(3.3)当$\varepsilon=1$时收敛。为此，我们有如下引理：

引理1 假设$0\leqslant p(x)\leqslant p^*x$，则对于$n=0,1,2,\cdots$，我们有：

$\theta_{2n}\leqslant 0$，$\theta_{2n+1}\geqslant 0$；$F_{2n}\geqslant 0$，$F_{2n+1}\leqslant 0$

证明 结果是显然的。

引理2 在引理1的条件下，对于$n=0,1,2,\cdots$

有：
$$|\theta_n|\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2n+1}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^n\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^n\bar{\theta}_nx$$

$$|F_n|\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2n+2}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^n\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{n+1}\bar{F}_n$$

其中：
$$\bar{\theta}_{n+1}=\sum_{i=0}^{n}\bar{F}_i\bar{\theta}_{n-i},\quad \bar{F}_{n+1}=\sum_{i=0}^{n+1}\bar{\theta}_i\bar{\theta}_{n+1-i},\quad \bar{\theta}_0=\bar{F}_0=1$$

证明 我们用归纳法来证明这一结论。

$$|\theta_0|=p_0(x)=\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)pd\xi+\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^2pd\xi$$

$$\leqslant\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)p^*\xi d\xi+\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^2p^*\xi d\xi$$

$$=p^*\left[\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)\xi d\xi+\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^3d\xi\right]$$

$$=\frac{p^*}{8}x(2-\nu_1-x^2)\leqslant\frac{p^*}{8}x(2-\nu_1)=\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\bar{\theta}_0x$$

$$|F_0|=\frac{1}{4}\int_x^1\frac{1-\nu_2\xi^2}{\xi}\theta_0^2d\xi+\frac{1-\nu_2x^2}{4x^2}\int_0^x\xi\theta_0^2d\xi$$

$$\leqslant\frac{1}{4}\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^2\left[\int_x^1\frac{1-\nu_2\xi^2}{\xi}\cdot\xi^2d\xi+\frac{1-\nu_2x^2}{x^2}\int_0^x\xi^3d\xi\right]$$

$$=\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^2\cdot\frac{2-\nu_2}{16}\cdot\bar{F}_0$$

假设当$n\leqslant m$时结论成立。则当$n=m+1$时，由于：

$$\left|\sum_{i=0}^{m}F_i\theta_{m-i}\right|\leqslant\sum_{i=0}^{m}|F_i|\cdot|\theta_{m-i}|$$

$$\leqslant\sum_{i=0}^{m}\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2i+2}\cdot\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^i\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{i+1}\bar{F}_i\cdot\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2(m-i)+1}$$

$$\cdot\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^{m-i}\cdot\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{m-i}\cdot\bar{\theta}_{m-i}\cdot x$$

$$=\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2(m+1)+1}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^{m}\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{m+1}\bar{\theta}_{m+1}x$$

所以，我们有：

$$|\theta_{m+1}|\leqslant\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)\left|\sum_{i=0}^{m}F_i\theta_{m-i}\right|d\xi+\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^2\left|\sum_{i=0}^{m}F_i\theta_{m-i}\right|d\xi$$

$$\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2(m+1)+1}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^{m}\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{m+1}\bar{\theta}_{m+1}$$

$$\cdot\left\{\frac{x}{2}\int_x^1(1-\nu_1\xi^2)\,\xi d\xi+\frac{1-\nu_1x^2}{2x}\int_0^x\xi^3d\xi\right\}$$

$$\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2(m+1)+1}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^{m+1}\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{m+1}\bar{\theta}_{m+1}\cdot x$$

同样地，经过计算知：

$$\left|\sum_{i=0}^{m+1}\theta_i\theta_{m+1-i}\right|\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2(m+1)+2}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^{m+1}\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{m+1}\bar{F}_{m+1}x^2$$

从而，

$$|F_{m+1}|\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2(m+1)+2}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^{m+1}\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{m+1}$$

$$\cdot\left\{\frac{1}{4}\int_x^1\frac{1-\nu_2\xi^2}{\xi}\xi^2d\xi+\frac{1-\nu_2x^2}{4x^2}\int_0^x\xi^3d\xi\right\}\cdot\bar{F}_{m+1}$$

$$=\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2(m+1)+2}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^{m+1}\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{(m+1)+1}\cdot\bar{F}_{m+1}$$

因此，当$n=m+1$时，结论成立，证毕。

引理3 对

$$\bar{\theta}_{n+1}=\sum_{i=0}^{n}\bar{F}_i\bar{\theta}_{n-i},\ \bar{F}_{n+1}=\sum_{i=0}^{n+1}\bar{\theta}_i\bar{\theta}_{n+1-i},\ \bar{\theta}_0=\bar{F}_0=1\qquad(n=0,1,2,\cdots)$$

$\bar{\theta}_n$是$x\theta^3-\theta+1=0$的根θ按x的升幂展开时x^n前的系数。

证明 令

$$\theta(x)=\sum_{i=0}^{\infty}\bar{\theta}_ix^i,\ \mathrm{F}(x)=\sum_{i=0}^{\infty}\bar{F}_ix^i$$

我们证明$\theta(x)$满足$x\theta^3-\theta+1=0$。事实上，

$$\theta\mathrm{F}=\left(\sum_{i=0}^{\infty}\bar{\theta}_ix^i\right)\cdot\left(\sum_{i=0}^{\infty}\bar{F}_ix^i\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\sum_{i=0}^{n}\bar{F}_i\bar{\theta}_{n-i}\right)x^n=\sum_{n=0}^{\infty}\bar{\theta}_{n+1}x^n$$

从而

$$x\theta F=\sum_{n=0}^{\infty}\bar{\theta}_{n+1}x^{n+1}=\sum_{i=0}^{\infty}\bar{\theta}_i x^i-\bar{\theta}_0=\theta-1 \tag{A}$$

又
$$\theta^2=\left(\sum_{i=0}^{\infty}\bar{\theta}_i x^i\right)\cdot\left(\sum_{i=0}^{\infty}\bar{\theta}_i x^i\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\sum_{i=0}^{n}\bar{\theta}_i\bar{\theta}_{n-i}\right)x^n=\sum_{i=0}^{\infty}\bar{F}_i x^i=F \tag{B}$$

由(A)，(B)知：$x\theta^3-\theta+1=0$。证毕。

引理4

$$\theta(x)=1+\sum_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n-1}\frac{1}{n}x^n$$

其中

$$\binom{3n}{n-1}=\frac{(3n)!}{(n-1)!(2n+1)!}$$

于是

$$\bar{\theta}_n=\frac{1}{n}\binom{3n}{n-1},\quad \bar{\theta}_0=1 \qquad (n=1,2,\cdots)$$

证明 令$\theta(x)=1+z(x)$，$\varphi^*(z)=(1+z)^3$。则由$x\theta^3-\theta+1=0$得到

$$x=(\theta-1)/\theta^3=z/(1+z)^3=z/\varphi^*(z)$$

当$x=0$时，$\theta=1$ 而$z=0$。令

$$z=\sum_{n=1}^{\infty}a_n x^n$$

则由复变函数理论中的Lagrange级数公式[7]，知

$$z=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}\left[\frac{d^{n-1}(\varphi^*(x))^n}{dx^{n-1}}\right]_{x=0}$$

这里，

$$\frac{d^{n-1}(\varphi^*(x))^n}{dx^{n-1}}\Bigg|_{x=0}=\frac{d^{n-1}(1+x)^{3n}}{dx^{n-1}}\Bigg|_{x=0}=\frac{(3n)!}{[3n-(n-1)]!}$$

所以

$$z=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}\frac{(3n)!}{(2n+1)!}=\sum_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n-1}\frac{x^n}{n},\quad \theta(x)=1+\sum_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n-1}\frac{1}{n}x^n$$

从而，

$$\bar{\theta}_n=\frac{1}{n}\binom{3n}{n-1},\quad \bar{\theta}_0=1 \qquad (n=1,2,\cdots)$$

引理5 对于$n=0,1,2,\cdots$

$$\bar{F}_n\leqslant(n+1)(27/4)^n$$

证明

$$\because \qquad \bar{F}_{n+1}=\sum_{i=0}^{n+1}\bar{\theta}_i\bar{\theta}_{n+1-i}$$

$$\therefore \qquad \bar{F}_{n+1}-\bar{F}_n=\sum_{i=0}^{n}\bar{\theta}_i(\bar{\theta}_{n+1-i}-\bar{\theta}_{n-i})+\bar{\theta}_0\bar{\theta}_{n+1}$$

由于，$\bar{\theta}_{m+1}-\bar{\theta}_m=\dfrac{1}{m+1}\binom{3m+3}{m}-\dfrac{1}{m}\binom{3m}{m-1}$

$$=\bar{\theta}_m\left[\frac{(3m+3)(3m+2)(3m+1)}{(m+1)(2m+3)(2m+2)}-1\right]$$

$$\leqslant\bar{\theta}_m(27/4-1) \qquad (m=0,1,2,\cdots)$$

所以，$\bar{\theta}_{m+1}\leqslant(27/4)\bar{\theta}_m$

从而，$\bar{F}_{n+1}-\bar{F}_n\leqslant\sum_{i=0}^{n}\bar{\theta}_i\cdot(23/4)\bar{\theta}_{n-i}+\bar{\theta}_{n+1}=(23/4)\bar{F}_n+\bar{\theta}_{n+1}$

$$\begin{aligned}\bar{F}_{n+1}&\leqslant(27/4)\bar{F}_n+\bar{\theta}_{n+1}\leqslant(27/4)[(27/4)\bar{F}_{n-1}+\bar{\theta}_n]+\bar{\theta}_{n+1}\\&=(27/4)^2\bar{F}_{n-1}+(27/4)\bar{\theta}_n+\bar{\theta}_{n+1}\\&\leqslant\cdots\cdots\\&\leqslant(27/4)^{n+1}\bar{F}_0+(27/4)^n\bar{\theta}_1+\cdots+(27/4)\bar{\theta}_n+\bar{\theta}_{n+1}\\&=\sum_{i=0}^{n+1}\left(\frac{27}{4}\right)^i\bar{\theta}_{n+1-i}=\sum_{i=0}^{n+1}\alpha_i\end{aligned}$$

因为，$\dfrac{\alpha_i}{\alpha_{i+1}}=(27/4)^i\bar{\theta}_{n+1-i}/(27/4)^{i+1}\bar{\theta}_{n+1-i-1}<1$

所以 $\alpha_i<\alpha_{i+1}$

从而，$\bar{F}_{n+1}\leqslant\sum_{i=0}^{n+1}\alpha_i\leqslant\sum_{i=0}^{n+1}\alpha_{n+1}=(n+2)\left(\dfrac{27}{4}\right)^{n+1}$. 证毕.

引理6 当

$$p^*<64\left[\frac{3}{2}(2-\nu_1)\right]^{-\frac{3}{2}}(2-\nu_2)^{-\frac{1}{2}}$$

时，有 $|\theta_n|\to0$，$|F_n|\to0 \qquad (n\to\infty)$

证明

$$\because \qquad |\bar{\theta}_n|\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2n+1}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^n\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^n\frac{1}{n}\binom{3n}{n-1}x$$

令 $$b_n=\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2n+1}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^n\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^n\frac{1}{n}\binom{3n}{n-1}$$

考虑级数$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$，由于

$$\lim_{n\to\infty}\frac{b_{n+1}}{b_n}=\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^2\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)$$

$$\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{n(3n+3)(3n+2)(3n+1)}{(n+1)n(2n+3)(2n+2)}$$

$$=\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^2\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)\cdot\frac{27}{4}<1$$

所以级数$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$收敛。故$b_n\to 0$ $(n\to\infty)$进而有：$|\theta_n|\to 0$ $(n\to\infty)$。

同样地，由于

$$|F_n|\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2n+2}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^n\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{n+1}\bar{F}_n$$

$$\leqslant\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^{2n+2}\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)^n\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)^{n+1}\cdot(n+1)\left(\frac{27}{4}\right)^n$$

$$=(n+1)\left\{\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^2\left(\frac{2-\nu_1}{8}\right)\cdot\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)\cdot\frac{27}{4}\right\}^n$$

$$\cdot\left[\frac{p^*}{8}(2-\nu_1)\right]^2\cdot\left(\frac{2-\nu_2}{16}\right)$$

显然，$dn\tau^n\to 0$ $(n\to\infty)$，这里$d=$const，并且$\tau<1$。故$|F_n|\to 0$ $(n\to\infty)$。证毕。

引理7 对于$n=0,1,2,\cdots$

我们有：$|F_{n+1}|\leqslant|F_n|$，$|\theta_{n+1}|\leqslant|\theta_n|$

因此，综上所述，我们有以下结论：

定理 对方程(2.9)～(2.10)，只要

$$p^*<64\left[\frac{3}{2}(2-\nu_1)\right]^{-\frac{3}{2}}(2-\nu_2)^{-\frac{1}{2}}$$

则有解存在。并且按(3.1)～(3.7)求得之解

$$\theta=\sum_{i=0}^{\infty}\theta_i,\quad F=\sum_{i=0}^{\infty}F_i$$

是收敛的。

参 考 文 献

[1] Keller, H. B. and E. L. Reiss, Iterative solutions for the nonlinear bending of circular plates, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **11** (1958), 273—292.

[2] Chien, W. Z., Large deflection of a circular clamped plate under uniform pressure, *Chinese. J. Phys.*, 7 (1947), 102—114.

[3] Way, S., Bending of circular plates with large deflection, *Trans. ASME*, **56** (1934), 627—636.

[4] Chien, W. Z., Asymptotic behavior of a thin clamped circular plate under uniform normal pressure at very large deflection, *Sci. Rep. Nat. Tsing Hua Univer-*

sity, Ser. A, 5 (1948), 71—94.

[5] Bromberg, E., Nonlinear bending of a circular plate under normal pressure, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 9 (1956), 633—659.

[6] 周焕文，奇异摄动法在薄板和薄壳的弯曲问题中的若干应用，应用数学和力学，5，4 (1984)，481—488.

[7] Caratheodory, C. (德)，《复变函数论》，(第一卷) (1985)，251—255.

The Perturbation-Iterative Method Applied to the Problems of the Large Deflection of the Elastic Circular Thin Plates

Chou Huan-wen　　Yin Chuan-yan

(*Wuhan University, Wuhan*)

Abstract

In this paper, we present a perturbation-iterative method for solving certain boundary value problems encountered in the nonlinear theory of elastic circular thin plates. At the same time, with this method, we strictly prove the convergence of the solutions for the large deflection equations of circular plates subjected to certain distributed loads.