

# 具有非轴对称几何缺陷的双曲 旋转壳应力分析\*

童光珊 韩桂宗

(上海市应用数学和力学研究所) (美国休斯敦大学土木工程系)

(卢文达推荐, 1985年7月27日收到)

## 摘 要

本文探讨了分析具有非轴对称几何缺陷的双曲旋转壳的一种近似方法, 在这种方法中, 缺陷的影响是由虚构的载荷模拟的, 并提出了在非轴对称载荷作用下, 使用该方法分析具有鼓包形缺陷壳体时的一种有效的算法。这种方法既分开了各种曲率误差对于内力和力矩的影响, 又体现了它们之间的相互作用, 避免了在非轴对称载荷下所需的重复运算, 并能在一个仅有轴对称分析能力的程序上实现。

本文用该方法分析了受自重载荷和风载荷作用的, 具有鼓包形缺陷的双曲冷却塔, 并同时用一个特殊的有限元程序直分析了缺陷塔, 通过数字结果的比较, 检查了等效载荷法的精度及适用性。

## 一、引 言

众所周知, 双曲旋转壳的应力分布对于几何缺陷是很敏感的。1973年英国 Ayrshire 的 Ardeer 尼龙厂的双曲面冷却塔在一场不大的风载中倒塌了。该塔的设计和建造曾经吸取了在英国渡桥倒塌的三座冷却塔的教训。对该塔倒塌的调查结果表明: 可观的几何缺陷是致使该塔倒塌的主要原因之一<sup>[1,2]</sup>。

几何缺陷一般是在壳体的建造中形成的并且随着混凝土裂缝的增大其量级也逐渐增大。由于建造中不可避免的几何缺陷, 因而许多研究工作者在过去的廿年中研究了初缺陷对这类壳体的影响<sup>[3~9]</sup>。但是由于涉及的分析方法的复杂性, 这种分析通常是局限于两种理想化的缺陷, 即子午向的和圆周向的。前者是指壳体的几何形状仍保留轴对称, 缺陷主要是由于子午线形状的歪曲而造成的; 而后者假定曲率误差在周向是相当可观的, 而在子午方向的改变是可以忽略的。因此每一种情况仅处理了壳体两个主方向的曲率误差之一。虽然这种理想化便利了分析, 但是实际的缺陷并非如此。只有当两个方向的曲率误差同时包括在分析之中时才能得到对缺陷的比较现实的估计。

\* 卢文达推荐。

本文探讨了一种分析具有鼓包形缺陷——局部的曲率误差在两个主方向都存在并伴随有扭曲——的双曲旋转壳的近似方法。在这种方法中缺陷的影响是由虚构的载荷来模拟的。这种近似方法是由Munro等首先提出的，其精度对于轴对称缺陷的情况已被验证<sup>[5]</sup>。稍后这种方法被Ellinas等用于周向缺陷的情形<sup>[7]</sup>，然而其结果的可靠性未加以验证。这种方法的主要优点是：即便实际的壳体由于局部缺陷变成非轴对称的，它也仅需要具有轴对称分析能力的程序就能实现。本文研究了这种方法对于鼓包形缺陷的应用，并提出了在非轴对称载荷作用下使用该方法的一种有效的算法。这种算法既分开了各种曲率误差对于内力及力矩的影响又能体现出它们之间的相互作用。对于所分析的双曲冷却塔，这种算法仅需要四次独立的分析，然后通过简单的代数运算便可得到鼓包形缺陷对内力和力矩的影响。避免了在非轴对称载荷（如风载）作用下，鼓包在周向位于不同位置时所需的重覆分析。

本文最后给出了用该方法分析的具有鼓包形缺陷的双曲冷却塔的例子，并同时用有限元方法直接分析了缺陷塔。通过数字结果的比较，检查了等效载荷法的精度及其适用性。

## 二、基本思想

铁摩辛柯在[10]中讨论过等效载荷法对于具有微小初曲率的桿件以及有微小初翘曲的，中面内有作用力的板的应用。在两种情形下都假定初变形很小并且是遍及整个构件的。然而，在本文中考虑的是旋转壳在某局部区域具有初始缺陷。由圣维南原理可以预料，由局部缺陷引起的应力紊乱限于缺陷部位的邻近区域。假定鼓包的范围与壳体的最小主曲率半径相比较小，就缺陷对于应力分布的影响来说，缺陷部位可以近似作为扁壳来处理。

梁、板、扁壳理论之间的相似性可作为说明等效载荷法的一个有用的类比。仅受横向载荷作用的梁、板、扁壳以及同时受横向载荷及中轴线（中平面、中曲面）内的力作用时的微分方程列于表1。

假定壳体的中面内有初翘曲，因此在任一点有大小为 $w_0$ 的初变形，则壳体的总变形为 $w_0 + w_1$ ， $w_1$ 是由于施加的载荷产生的变形。在计算 $w_1$ 时可以将表1中的方程(\*)进行适当的修正而应用。由于膜力对于弯曲的影响不仅依赖于 $w_1$ 而且也依赖于 $w_0$ ，所以在方程(\*)的右边应该用总的变形 $w = w_0 + w_1$ 。方程的左边是从弯曲力矩得到的表达式，因这些弯矩与壳体的总的曲率无关而仅与壳体的曲率的改变有关，所以在方程的左边应该用 $w_1$ 而不用 $w$ 。因此对于中曲面内有初翘曲的扁壳，其微分方程如表2中的方程(\*\*)所示。它与表1中的方程(\*)相对应。由此可见，中曲面内的初翘曲对于挠度的影响，等效于虚构的法向载荷，其强度如表2中的方程(\*\*\*)所示。将通常用于扁壳中的标记方法改成通常用于旋转壳中的标记方法，即把 $x$ 坐标改成 $s$ ， $y$ 坐标改成 $R\theta$ 。这样表2中的方程(\*\*\*)变为：

$$P(s, \theta) = N_s X_s + N_\theta X_\theta + 2N_{\theta s} X_{\theta s} = \{N\}^T \{X\} \quad (2.1)$$

式中：

$$X_s = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial s^2} \quad \text{—— 子午向的曲率误差}$$

$$X_\theta = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \theta^2} \quad \text{—— 圆周向的曲率误差}$$

$$X_{\theta s} = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w_0}{\partial s \partial \theta} \quad \text{—— 扭率误差}$$

表 1

变 形	梁	板	扁 壳
仅受横向载荷 的微分方程	$\frac{d^4w}{dx^4} = \frac{1}{EI} q$	$\nabla^4 w = \frac{1}{D} q$ 其中 $\nabla^4 w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}$	$\nabla^4 w = \frac{1}{D} \left( q - \frac{N_x}{R_x} - \frac{N_y}{R_y} \right)$
正横向载荷及中轴(面) 曲面上作用力耦合作用 下的微分方程	$\frac{d^4w}{dx^4} = \frac{1}{EI} \left( q + P \frac{d^2w}{dx^2} \right)$	$\nabla^4 w = \frac{1}{D} \left( q + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)$	$\nabla^4 w = \frac{1}{D} \left( q - \frac{N_x}{R_x} - \frac{N_y}{R_y} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (*)$
弯 曲 刚 度	$EI$	$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu)}$	

注: 表中  $q$  为法向分布载荷,  $w$  为法向变形,  $EI$  为梁的弯曲刚度,  $D$  为板和壳的弯曲刚度,  $h$  为板和壳的厚度,  $\mu$  为泊桑比,  $P$  为轴向力, 拉力为正,  $N_x, N_y, N_{xy}$  为作用在板和壳体中面内的力。

表 2

变 形	梁	板	扁 壳
初 变 形	$w_0$	$w_0$	
总 变 形	$w_0 + w_1$	$w_0 + w_1$	
由施加载荷 引起的变形	$\frac{d^4 w_1}{dx^4} = \frac{1}{EI} \left( q + P \frac{d^2(w_0 + w_1)}{dx^2} \right)$	$\nabla^4 w_1 = \frac{1}{D} \left[ q + N_x \frac{\partial^2(w_0 + w_1)}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2(w_0 + w_1)}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2(w_0 + w_1)}{\partial x \partial y} \right]$	$\nabla^4 w_1 = \frac{1}{D} \left[ q - \frac{N_x}{R_x} - \frac{N_y}{R_y} + N_x \frac{\partial^2(w_0 + w_1)}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2(w_0 + w_1)}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2(w_0 + w_1)}{\partial x \partial y} \right] \quad (**)$
等 效 载 荷	$P \frac{d^2 w_0}{dx^2}$	$N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}$	$N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (***)$

$N_s, N_\theta, N_{\theta s}$ ——分别是子午向, 圆周向以及面内剪切内力  
 $P(s, \theta)$ ——等效载荷

由于在方程(2.1)中的内力在最初是未知的, 所以这种分析必需进行叠代。在缺陷部位认为壳体最初是承受在设计载荷作用下理想壳体在该部位的同样的内力。这些内力提供了一阶等效载荷如下:

$$\Delta^1 P_n = N_s^0 X_s + N_\theta^0 X_\theta + 2N_{\theta s}^0 X_{\theta s} = \{N^0\}^T \{X\} \quad (2.2)$$

当一阶等效载荷施加于理想壳体时, 得到一阶的内力和力矩的修正值 $\{\Delta^1 N\}$ 和 $\{\Delta^1 M\}$ , 内力的修正值随后产生二阶等效载荷如下:

$$\Delta^2 P_n = N_s^1 Y_s + N_\theta^1 Y_\theta + 2N_{\theta s}^1 Y_{\theta s} = \{N^1\}^T \{Y\} \quad (2.3)$$

式中:  $\{Y\}$ 将在随后的章节中介绍。当二阶等效载荷施加于理想壳体时, 产生了二阶的内力及力矩修正值。这种叠代过程可以持续到所需要的次数。最后壳体缺陷部位的内力和力矩值是将理想壳体的内力和力矩各自累加其所有的修正值而得到的。

### 三、简化假设和迭代过程

当方程(2.2)用于鼓包形缺陷时, 出现在方程右边的所有六个量都是缺陷部位的位置的函数。其中 $X_s, X_\theta$ 和 $X_{\theta s}$ 分别是缺陷在子午向、周向的曲率误差及扭率, 与缺陷的几何形状有关。其余的三项:  $N_s^0, N_\theta^0$ 和 $N_{\theta s}^0$ 是施加在理想壳体上的载荷的函数, 当载荷变化时它们将随着变化。对壳体进行完整的分析需要多种载荷工况, 如果对每种载荷情况都用精确的应力分布, 这将导致极其烦复的计算。假定缺陷区域的范围与壳体的整体尺寸相比很小, 可以作如下简化: 认为在理想壳体相应于缺陷部位处的应力分布变化不大, 可以近似认为是均匀的<sup>[11]</sup>。注意到在这种假设下, 方程(2.2)可以蜕变为独立的三项载荷:  $N_s^0 X_s, N_\theta^0 X_\theta$ 和 $2N_{\theta s}^0 X_{\theta s}$ 用公式可以表达为

$$\Delta^1 P_{n1} = N_s^0 X_s = (1) X_s \quad (3.1a)$$

$$\Delta^1 P_{n2} = N_\theta^0 X_\theta = (1) X_\theta \quad (3.1b)$$

$$\Delta^1 P_{n3} = 2N_{\theta s}^0 X_{\theta s} = (1) 2X_{\theta s} \quad (3.1c)$$

这一假设相当程度上简化了整个的分析, 因为在这些表达式中的内力现在可以认为是常值, 当施加这些载荷时可以认为它们是1。当计算一阶内力及力矩的修正值 $\{\Delta^1 N\}, \{\Delta^1 M\}$ 时再乘上那些力而得到实际的大小, 亦即

$$\{\Delta^1 N\} = \begin{Bmatrix} \Delta^1 N_s \\ \Delta^1 N_\theta \\ \Delta^1 N_{\theta s} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_s^s & n_s^\theta & n_s^{\theta s} \\ n_\theta^s & n_\theta^\theta & n_\theta^{\theta s} \\ n_{\theta s}^s & n_{\theta s}^\theta & n_{\theta s}^{\theta s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_s^0 \\ N_\theta^0 \\ N_{\theta s}^0 \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

方程(3.2)可以简记为

$$\{\Delta^1 N\} = [n] \{N^0\} \quad (3.3)$$

式中,  $[n]$ 是内力的一阶影响矩阵, 其中第一列, 即 $n_s^s, n_s^\theta, n_s^{\theta s}$ 是由于施加载荷 $\Delta^1 P_{n1}$ 引起的子午向、周向以及面内剪切内力。上标 $s$ 表示这些量是由于子午向的曲率误差 $X_s$ 引起的, 下标 $s, \theta, \theta s$ 表示这些内力分别是子午向的、周向的和面内剪切。其余的列类推。遵照相同的标记方法, 一阶力偶修正值可以记为

$$\{\Delta^1 M\} = [m] \{N^0\} \quad (3.4)$$

式中,  $[m]$ 是力矩的一阶影响矩阵, 可以表达为

$$[m] = \begin{bmatrix} m_s^s & m_s^\theta & m_s^{\theta s} \\ m_\theta^s & m_\theta^\theta & m_\theta^{\theta s} \\ m_{\theta s}^s & m_{\theta s}^\theta & m_{\theta s}^{\theta s} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$[n]$ 和 $[m]$ 中的每个分量都是 $s$ 和 $\theta$ 坐标的函数,与壳体和缺陷的几何形状有关。然而由于作了如方程(3.1)所示的简化,它们与完善壳体中的实际应力分布无关。

$\{\Delta^1 N\}$ 将产生二阶等效载荷如下:

$$\Delta^2 P_n = \{\Delta^1 N\}^T \{X\} \quad (3.6)$$

将方程(3.3)代入方程(3.6)得到

$$\Delta^2 P_n = \{N^p\}^T [n]^T \{X\} = \{N^p\}^T \{Y\} \quad (3.7)$$

式中

$$\{Y\} = \begin{Bmatrix} Y_s \\ Y_\theta \\ Y_{\theta s} \end{Bmatrix} = [n]^T \{X\} \quad (3.8)$$

经过这种变化,我们可以再一次利用简化假设。当施加二阶载荷时认为 $\{N^p\}$ 的各项为1,这种方程(3.7)可以蜕变为独立的、与完善壳体中的实际应力分布无关的三项载荷,

$$\Delta^2 P_{n_1} = N_s^p Y_s = (1) \cdot Y_s = n_s^s X_s + n_s^\theta X_\theta + 2n_s^{\theta s} X_{\theta s} \quad (3.9a)$$

$$\Delta^2 P_{n_2} = N_\theta^p Y_\theta = (1) \cdot Y_\theta = n_\theta^s X_s + n_\theta^\theta X_\theta + 2n_\theta^{\theta s} X_{\theta s} \quad (3.9b)$$

$$\Delta^2 P_{n_3} = N_{\theta s}^p Y_{\theta s} = (1) \cdot Y_{\theta s} = n_{\theta s}^s X_s + n_{\theta s}^\theta X_\theta + 2n_{\theta s}^{\theta s} X_{\theta s} \quad (3.9c)$$

当计算二阶内力及力矩的修正值 $\{\Delta^2 N\}$ ,  $\{\Delta^2 M\}$ 时再乘上 $\{N^p\}$ 而得到实际的大小,

$$\{\Delta^2 N\} = \begin{Bmatrix} \Delta^2 N_s \\ \Delta^2 N_\theta \\ \Delta^2 N_{\theta s} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{n}_s^s & \bar{n}_s^\theta & \bar{n}_s^{\theta s} \\ \bar{n}_\theta^s & \bar{n}_\theta^\theta & \bar{n}_\theta^{\theta s} \\ \bar{n}_{\theta s}^s & \bar{n}_{\theta s}^\theta & \bar{n}_{\theta s}^{\theta s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_s^p \\ N_\theta^p \\ N_{\theta s}^p \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

方程(3.10)可以简记为

$$\{\Delta^2 N\} = [\bar{n}] \{N^p\} \quad (3.11)$$

式中,  $[\bar{n}]$ 是内力的二阶影响矩阵。其中第一列,即 $\bar{n}_s^s$ ,  $\bar{n}_s^\theta$ ,  $\bar{n}_s^{\theta s}$ 是由于施加载荷 $\Delta^2 P_{n_1}$ 引起的各内力。上标 $s$ 表示这些量最初是由于子午向的曲率误差 $X_s$ 引起的,尽管方程(3.9a)是由三项之和组成的。下标表示所产生的内力的方向。其余的列类推。遵照相同的标记方法,二阶力矩的修正值可记为

$$\{\Delta^2 M\} = [\bar{m}] \{N^p\} \quad (3.12)$$

式中,  $[\bar{m}]$ 是力矩的二阶影响矩阵,可以表达为

$$[\bar{m}] = \begin{bmatrix} \bar{m}_s^s & \bar{m}_s^\theta & \bar{m}_s^{\theta s} \\ \bar{m}_\theta^s & \bar{m}_\theta^\theta & \bar{m}_\theta^{\theta s} \\ \bar{m}_{\theta s}^s & \bar{m}_{\theta s}^\theta & \bar{m}_{\theta s}^{\theta s} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

同理,  $[\bar{n}]$ 和 $[\bar{m}]$ 中的每个分量都只是坐标 $s$ 和 $\theta$ 的函数而与完善壳体中的实际应力分布无关。这种叠代方程可以继续到所需要的次数。壳体缺陷部位的内力和力矩值可从通过下式得到:

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \\ N_{\theta s} \end{Bmatrix} = ([I] + [n] + [\bar{n}] + \dots) \{N^p\} \quad (3.14)$$

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_s \\ M_\theta \\ M_{\theta s} \end{Bmatrix} = \{M^p\} + ([m] + [\bar{m}] + \dots) \{N^p\} \quad (3.15)$$

在方程(3.1)中,  $N_s^i X_s$ ,  $N_\theta^i X_\theta$  和  $2N_{\theta s}^i X_{\theta s}$  各自代表子午向、圆周向的缺陷以及扭率的影响, 当缺陷是单方向的, 即子午向的或圆周向的缺陷, 一阶等效载荷是三式之一给出的, 而二阶等效载荷是可以忽略的. 这是因为没有曲率误差之间的相互作用存在. 然而当考虑一个双向的鼓包形缺陷时, 有相互作用存在. 而这种相互作用是不能由一阶等效载荷代表的, 它们仅能在二阶和更高阶载荷中被模拟出来. 方程(3.9)清楚地表明了这些相互作用. 以方程(3.9a)为例, 由子午向曲率误差产生的一阶影响矩阵 $[n]$ 中的有关分量:  $n_s^i$ ,  $n_\theta^i$  和  $n_{\theta s}^i$ . 现在分别作用于子午向、周向曲率误差以及扭曲:  $X_s$ ,  $X_\theta$  和  $2X_{\theta s}$ . 该方程的后两项即代表了各种曲率误差之间的相互作用的一部分. 方程(3.9)中所有包含 $[n]$ 矩阵中的非对角线元素的那些项都代表了各种曲率误差之间的相互作用. 在这种相互作用的进程中, 等效载荷的量级趋向于消失而它们的变化在缺陷部位趋向于局部化<sup>[11]</sup>. 基于数字分析, 对于冷却塔的几何形状来说, 直到二阶的相互作用似乎是足够了<sup>[11]</sup>.

在二阶等效载荷的计算中发现 $Y_\theta$ 和 $Y_{\theta s}$ 在量级上比 $Y_s$ 小得多. 而且对于典型的冷却塔, 在通常的设计载荷下, 周向的和面内剪切内力在量级上比子午向的内力要小得多. 由 $Y_\theta$ 和 $Y_{\theta s}$ 引起的内力的二阶修正量( $Y_\theta N_\theta$ 和 $2Y_{\theta s} N_{\theta s}$ )是小量乘另一个小量, 而由 $Y_s$ 引起的内力的二阶修正量( $Y_s N_s$ )是大量乘大量, 因此小量的乘积可以被忽略. 仅仅由 $Y_s$ 代表的二阶等效载荷是有实际意义的. 总之, 不管所涉及的载荷数目, 对于典型的冷却塔的鼓包形缺陷仅需要四项单独的分析: 一阶等效载荷三项, 二阶等效载荷一项. 然而应当指出, 前面提到的假设在简化整个分析的同时也使该方法限于局部缺陷.

#### 四、例子及数字结果

用本文所讨论的方法分析了具有鼓包形缺陷(见图1)的冷却塔(见图2), 并同时用有限元模型<sup>[12,13]</sup>直接分析了缺陷塔. 将其结果进行了比较. 鼓包的几何形状是用下面的方程描述的:

$$w_0 = \frac{w_c}{4} \left[ 1 + \cos \frac{2\pi(s-s_c)}{h_s} \right] \left[ 1 + \cos \frac{2\pi(\theta-\theta_c)}{\theta_w} \right] \quad (4.1)$$

式中各符号的意义见图1. 鼓包中心位于  $z=92.2$  呎 (28.1 米) 的高度位置, 鼓包的高度及“宽度”分别是41.6呎 (12.68米) 和 $30^\circ$ . 除了图5所示的结果外, 鼓包的最大幅度都是1呎 (0.3048 米), 是壳体在该部位的厚度的两倍. 考虑的载荷是自重和风. 壳体材料容重 = 150 磅力/呎<sup>3</sup> (24 千牛顿/米<sup>3</sup>), 弹性模量  $E=519190$  千磅/呎<sup>2</sup> ( $2.486 \times 10^7$  千牛顿/米<sup>2</sup>), 泊桑比  $\mu=1/6$ , 剪切因子 = 5/6. 风压的周向分布是按照文献[14], 风速在地面30呎 (9.144米) 时是90哩/时 (144.84千米/小时). 为了简化, 风压沿高度方向假定为常数. 在分析中, 正如前面已讨论过的, 仅仅用了四项独立的载荷项: 一阶等效载荷中的所有三项 (方程组 3.1) 以及二阶等效载荷中的一项 (方程3.9a). 像在一般旋转壳的分析中一样, 将所施加的载荷沿圆周方向展成富里哀级数. 在本分析中, 各独立的载荷项所展成的级数为 20~40 项不等<sup>[11]</sup>. 所用的轴对称壳体的有限元分析程序是SHORE-III<sup>[15]</sup>. 用有限元方法直接分析缺陷壳体是用的RONALD有限元程序<sup>[13]</sup>.

图3显示了由自重载荷引起的子午向和周向的内力沿着通过鼓包中心的子午线的变化. 因为缺陷对应力的影响在离开鼓包处逐渐消失, 图中仅显示了在缺陷上下各为鼓包高度一倍半范围内的内力的变化. 两种分析的结果是相当一致的. 沿着其它子午线的结果也同样相符

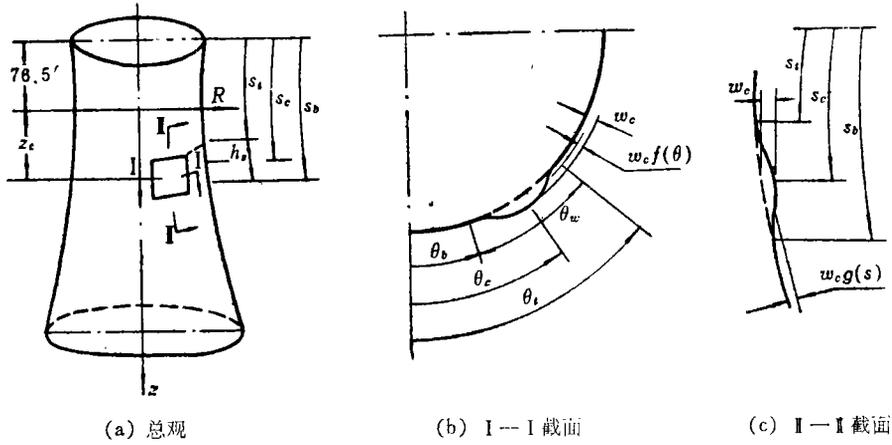


图1 鼓包缺陷的几何形状

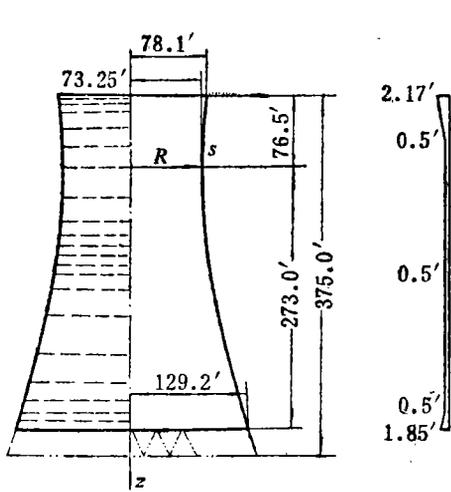


图2 冷却塔的几何形状

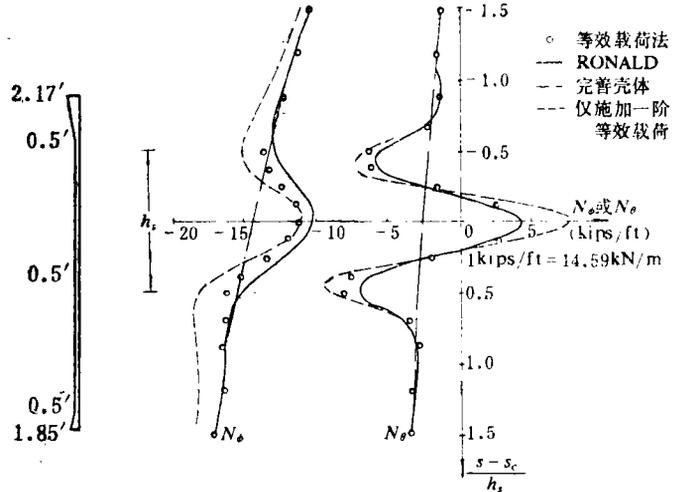


图3 自重载荷作用的结果

合<sup>[11]</sup>。在图3中同时给出了仅施加一阶等效载荷的结果，它清楚地表明了，仅一阶等效载荷本身是不够的。对于鼓包形缺陷，各种曲率误差之间的相互作用是重要的。

下面考虑的是风载荷，在分析中风向与鼓包中心一致。图4显示了沿着 $\theta=2^\circ$ 子午线上的子午向和周向的内力，沿着其它的子午线以及风载相对于鼓包中心在不同方向时也有同样一致的关系<sup>[11]</sup>。图5所示的是鼓包中心的最大幅度改变成0.5呎(0.1524米)和2呎(0.6096米)的情形。可以看到，当它减小到壳体厚度时，两种分析所得的结果更加吻合。而当它增大到壳体厚度的4倍时，结果就不那么一致。这表明了，等效载荷法对于小量级的缺陷是适用的，对于较大的缺陷并不适用。这是由于在用等效载荷法分析时使用理想壳体几何形状所致。

图6显示了由于风载引起的子午向的和周向的力矩，其一致性不如面内力的结果那样好。然而在两种分析结果中，曲线变化的形状是一致的。考虑到力矩在量级上较面内应力小，这种差异可能是由数字计算中的精度误差所造成的。

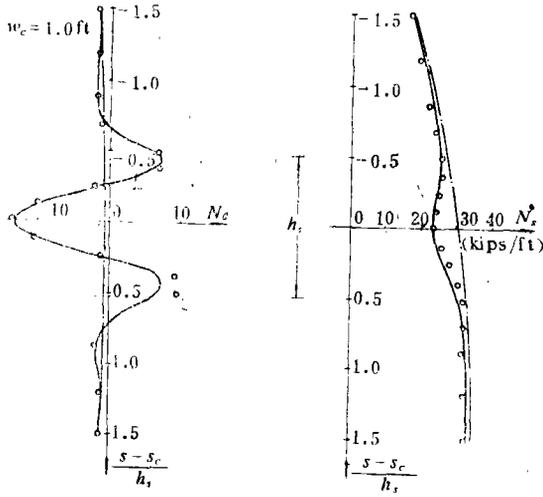


图4 风载荷作用的结果 (鼓包中心在  $\theta=0^\circ$ )

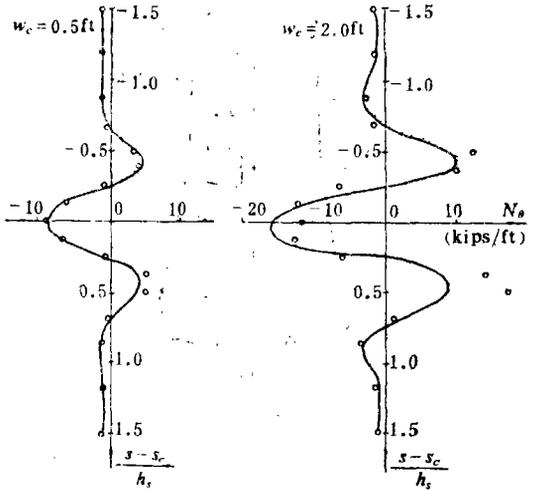


图5 鼓包幅度不同时  $N_c$  的比较

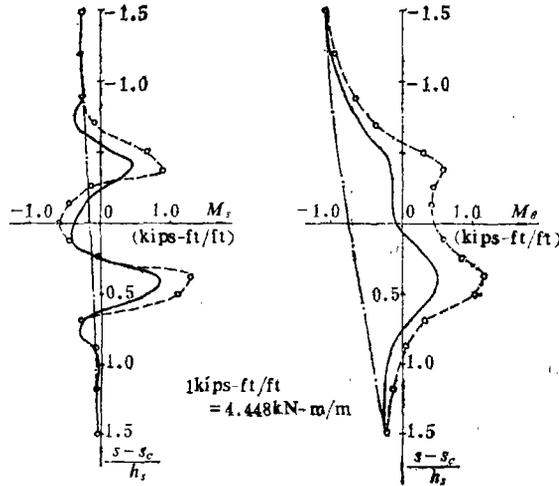


图6 风载荷引起的力偶 (鼓包中心在  $\theta=0^\circ$ )

### 五、结 论

(1) 等效载荷法用于分析带有鼓包形几何缺陷的双曲旋转壳时给出了令人满意的结果。

(2) 在用该方法进行分析时, 使用轴对称的理想壳体, 因而许多现有的程序可以用来分析带有非轴对称几何缺陷的旋转壳体。

(3) 本文在运用该方法分析带有鼓包形缺陷的壳体时, 开发了一种有效的算法, 它分开了各种曲率误差对应力模式所造成的影响, 避免了在不同载荷工况下的重复分析。对于典型的冷却塔的鼓包形缺陷, 仅需要四次单独的分析: 一阶等效载荷三项, 二阶等效载荷一项, 而不管所涉及的载荷数目。

(4) 该方法适用于分析具有小量级几何缺陷的壳体, 鼓包中心幅度约为1~2倍的壳体在该处的厚度。

(5) 当使用等效载荷法分析时, 缺陷的范围不能太大, 否则所需要的计算量太大。

(6) 对于在两个主方向有同样量级的曲率误差的鼓包形缺陷, 其相互作用对应力分布的影响是重要的。这种相互作用仅能由二阶及更高阶的等效载荷代表。

(7) 与主要为单向缺陷的情形不同, 即使是小的鼓包形缺陷也会使周向和子午向的内力都受到严重影响。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Report of the Committee of Inquiry into the Collapse of the Cooling Tower at Ardeer Nylon Works, Ayrshire on Thursday, 27th, September 1973, Engineering Service Department, Imperial Chemical House, Millbank, London, SWIP 3JF.
- [ 2 ] Kemp, K. O. and J. G. A. Croll, The role of geometric imperfection in the collapse of a cooling tower, *The Structural Engineer*, 54, 1, Jan. (1976), 33—37.
- [ 3 ] Calladine, C. R., Structural consequences of small imperfections in elastic thin shells of revolution, *International Journal of Solids and Structures*, 8 (1972), 679—697.
- [ 4 ] Croll, J. G. A., F. Kaleli and K. O. Kemp, Meridionally imperfect cooling towers *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 105, EM5, Oct. (1979), 761—777.
- [ 5 ] Croll, J. G. A., F. Kaleli, K. O. Kemp and J. Munro, A simplified approach to the analysis of geometrically imperfect cooling tower shells, *Engineering Structures*, 1, 2, Jan. (1979), 92—98.
- [ 6 ] Han, K. J. and P. L. Gould, The effect of geometric imperfection on cooling towers *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 20, 2, Aug (1979), 63—68.
- [ 7 ] Ellinas, C. P., J. G. A. Croll and K. O. Kemp, Cooling tower with circumferential imperfections, *Journal of the Structural Division, ASCE*, ST, 12, Dec. (1980), 2405—2433.
- [ 8 ] Gupta, A. K. and Al-Dabbagh, Meridional imperfection in cooling tower design, update, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Aug. (1982), 1697—1708.
- [ 9 ] Han, K. J. and P. L. Gould, A finite element approach for shells of revolution with a local deviation, *NASA Conference Publication 2245, Research in Structural and Solid Mechanics* (1982).
- [ 10 ] Timoshenko, S. P. and J. M. Gere, *Theory of Elastic Stability*, 2nd Edition, McGraw-Hill (1961).
- [ 11 ] Tong, G. S., Analysis of hyperbolic shells of revolution with local geometric imperfection, A thesis in partial fulfillment of the requirements for the degree master of science in civil engineering, Dept. of Civil Engineering, University of Houston, May (1983).
- [ 12 ] Han, K. J. and P. L. Gould, Line node and transitional shell element for rotational shells, *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 18, June (1982), 879—895.
- [ 13 ] Han, K. J. and P. L. Gould, User's Manual of RONALD Program, Structural Engineering Research Report, 64, Structural division, Washington University, St. Louis, Mo, Sept. (1982).
- [ 14 ] Reinforced concrete cooling tower shells—practice and commentary, ACI-ASCE Committee on Concrete Shell Design and Construction, ACI-ASCE Committee 334, *ASI Journal*, Jan. (1977), 22—31.

- [15] Basu, P. K. and P. L. Gould, User's Manual of SHORE-**I**, Research Report, 49, Structural division, Washington University, St. Louis, Mo. Sept. (1977), Revised (1981).

## Stress Analysis of Hyperbolic Shells of Revolution with Non-Axisymmetrical Geometric Imperfections

Tong Guang-shan

*(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai)*

Kye J. Han

*(Department of Civil Engineering, University of Houston, Houston, U. S. A.)*

### Abstract

In analyzing hyperbolic shells of revolution with non-axisymmetric imperfections, an approximate method based on simulating the effect of imperfections by the application of fictitious normal pressure loading on the perfect shell is investigated. In the analysis of a shell of revolution with a bulge-type imperfection under non-axisymmetric loads, an efficient algorithm of applying the method is developed; the effect of individual curvature errors on stress resultants and couples are separately considered, while the interactions among various curvature errors are properly treated in the analysis by an iterative procedure. This algorithm avoids repeated analyses for non-axisymmetric loads and may be implemented with a purely axisymmetric analysis capability.

A hyperbolic cooling tower shell with a bulge-type imperfection is analyzed under dead load and wind load conditions by the equivalent load method. A direct analysis of the imperfect shell is also made by a specialized finite element program. Through numerical studies, the accuracy and applicability of the equivalent load method are examined.