

在定常温度场中非均匀变厚度高速旋转圆盘的等强度设计*

叶开沅 刘平

(兰州大学, 1986年1月13日收到)

摘 要

本文考虑了旋转圆盘的厚度与温度分布的相互影响的条件下, 直接引用文献[1]、[2]中的结果, 并利用本文提出的一种迭代求解方法, 求得了轴对称定常温度场中非均匀变厚度高速旋转圆盘的等强度厚度分布。

一、引 言

高速旋转圆盘是蒸汽轮机和燃气轮机的重要部件。由于它们的工作条件必须在高温和高强度下, 所以它们的材料是贵重的合金, 所以节省高速度旋转圆盘的材料一直被认为是重要的工作。对于航空燃气轮机及其它高速飞行器中所用的高速旋转圆盘, 则需要尽可能减轻重量。因此, 为了充分发挥材料的能力, 节省材料、减轻重量, 对高速旋转圆盘必须进行等强度设计。同时随着新型材料的不断问世, 这个课题更为人们所密切注意。

以往高速旋转圆盘的设计方法, 通常先假定一条温度分布曲线, 对给定初始厚度的旋转圆盘进行强度计算, 然后将计算结果代入等强度条件对厚度分布进行修改, 如此反复进行多次后, 最后确定圆盘的截面尺寸。这样的设计过程工作量很大, 而且很难达到等强度设计的目的。

应该指出: 在蒸汽轮机和燃气轮机的书^{[3]、[10]}中, 定义等强度盘基于以下两点:

1. $\sigma_r = \sigma_\theta = \text{常数}$, 在全盘上成立;
2. 温度梯度处处为零。

从现有的强度理论^[20]来看, 条件1显然太强, 而条件2对于燃气轮机等高温条件下的高速旋转圆盘的设计显然是无法接受的。因此, 这种等强度盘在实际设计中并没有多大意义。

文献[7]在温度分布与圆盘厚度无关的条件下, 以最大剪应力强度条件为设计准则, 采用数值积分方法求解常微分方程, 求得了等强度圆盘的厚度分布。事实上, 在同样的环境下, 不同的厚度分布的旋转圆盘中的温度分布是不同的。本文的算例表明: 圆盘的厚度分布对温

* 本文得到高等学校科技资金的资助。

度分布的影响很大。

文献[1]提出了一种以任意强度理论为设计准则设计等强度圆盘厚度的方法,在设计过程中考虑了圆盘厚度对温度分布的影响,将等强度设计问题归结为求解一组非线性方程组。由于当时尚未解决任意非均匀变厚度旋转圆盘的热传导问题,故不能得出最后的具体结果。

文献[2]彻底解决了非均匀变厚度高速旋转圆盘的定常热传导问题。

本文是[1]、[2]工作的继续,我们以Mises屈服条件为等强度设计准则,直接引用[1]、[2]得到的温度和应力的计算公式,考虑了非均匀变厚最高速旋转圆盘中厚度分布与温度分布的相互影响,对实心旋转圆盘或热装配在轴上的环形圆盘进行整体优化设计,问题归结为求解一组非线性方程组。

为了克服收敛性等方面的困难,我们在本文中提出了一种新的迭代方法,引进所谓“迭代因子”,这方法在形式上与简单迭代法相似,迭代因子起着一种类似于阻尼的作用。实践证明:用该方法求解本文的非线性方程组很为有效。该方法对初值要求并不严格,收敛速度也令人满意。

为了使本文的方法能更方便地用于工程设计,我们编制了相应的计算程序,该程序除了可以用于高温、高速旋转圆盘的等强度设计外,还可以用于高温、高速旋转圆盘的强度分析以及非均匀变厚度环形散热片的温度场及散热量计算。

文末给出了若干算例,它们与精确解或其他结果相比较是相当符合的。

二、问题的提出

图1为非均匀变厚度旋转圆盘的剖面图,圆盘内沿($r=b$)热套装在连接轴上,外沿($r=a$)可与连接物相连接。设内沿与套装有关的参数(如热过盈 Δr ,折合因子 $\eta^{(1)}$ 等)及外沿受到的由连接物引起的拉力为已知,内、外连接物的温度、热流(共4个)至少有两个为已知,圆盘绕 z 轴高速旋转,周围介质的平均统计温度为 t_0 ,圆盘上、下表面按牛顿定律进行对流热交换。设圆盘各参量对于 Or 平面及 z 轴对称。除泊松比 ν 为常数外,其余的材料常数如杨氏弹性模量 $E(r)$,单位体积重量 $\gamma(r)$,热膨胀系数 $\alpha(r)$,表面对流热交换系数 $\alpha_h(r)$ 以及屈服应力 $\sigma_r(r)$ 等都是事先给定的关于 r 的任意函数,同时变形是微小的,圆盘处于弹性变形状态。本文的目的是求出使该圆盘各点均满足等强度条件的厚度分布 $h(r)$ 。

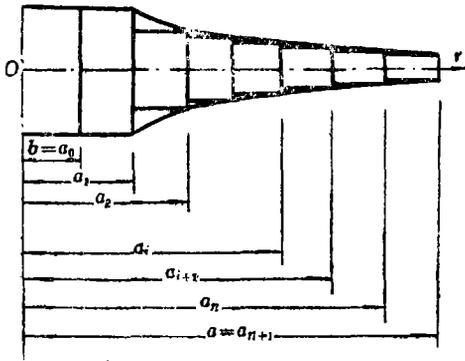


图 1

圆盘内沿($r=b$)热套装在连接轴上,外沿($r=a$)可与连接物相连接。设内沿与套装有关的参数(如热过盈 Δr ,折合因子 $\eta^{(1)}$ 等)及外沿受到的由连接物引起的拉力为已知,内、外连接物的温度、热流(共4个)至少有两个为已知,圆盘绕 z 轴高速旋转,周围介质的平均统计温度为 t_0 ,圆盘上、下表面按牛顿定律进行对流热交换。设圆盘各参量对于 Or 平面及 z 轴对称。除泊松比 ν 为常数外,其余的材料常数如杨氏弹性模量 $E(r)$,单位体积重量 $\gamma(r)$,热膨胀系数 $\alpha(r)$,表面对流热交换系数 $\alpha_h(r)$ 以及屈服应力 $\sigma_r(r)$ 等都是事先给定的关于 r 的任意函数,同时变形是微小的,圆盘处于弹性

变形状态。本文的目的是求出使该圆盘各点均满足等强度条件的厚度分布 $h(r)$ 。

三、非均匀高速旋转圆盘的等强度设计

本文在对非均匀圆盘按照等强度准则设计厚度时,考虑了盘厚对温度分布的影响。

我们以 Mises 屈服条件作为等强度设计的强度理论,这个条件可写成:

$$\frac{1}{2}[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2] = \sigma_T^2 \tag{3.1}$$

其中 σ_T 为屈服应力, σ_r, σ_θ 分别为径向及环向应力. 对于旋转圆盘, 假设轴向应力 $\sigma_z = 0$, 于是(3.1)式变成:

$$\sigma_r^2 - \sigma_r \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 = \sigma_T^2 \tag{3.2}$$

这里 σ_r, σ_θ 不仅与 r 有关, 而且与厚度分布 $h(r)$ 和温度分布 $t(r, h(r))$ 有关, 即

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_r(r, h(r), t(r, h(r))) \\ \sigma_\theta &= \sigma_\theta(r, h(r), t(r, h(r))) \end{aligned} \right\} \tag{3.3}$$

寻求(3.3)和 $t(r, h(r))$ 的解析表达式是很困难的, 这里采用叶开沅^[1]提出的阶梯折算法, 在文献[1]、[2]中先后求得了非均匀高速旋转圆盘中的应力及温度的阶梯折算解(近似解析解), 本文以此为基础, 寻找合适的阶梯厚度 h_i ($i=0, 1, \dots, n$) 使得每个阶梯段的中点满足强度条件(3.2).

为了将方程(3.2)化成便于求解的形式, 我们将强度条件写成

$$\sigma_r^2(r) - \sigma_r(r)\sigma_\theta(r) + \sigma_\theta^2(r) = \sigma_T^2(r) \tag{3.4}$$

其中 σ_T 为资用应力.

将(3.4)两边乘以 $h^2(r)$, 得

$$T_r^2(r) - T_r(r)T_\theta(r) + T_\theta^2(r) = h^2(r)\sigma_T^2(r) \tag{3.5}$$

其中

$$\left. \begin{aligned} T_r(r) &= \sigma_r(r)h(r) \\ T_\theta(r) &= \sigma_\theta(r)h(r) \end{aligned} \right\} \tag{3.6}$$

分别为圆盘的径向张力和环向张力.

(3.5)式也可写成

$$h(r) = \frac{1}{\sigma_T(r)} \sqrt{T_r^2(r) - T_r(r)T_\theta(r) + T_\theta^2(r)} \tag{3.7}$$

令上式在各阶梯段中点成立

$$\begin{aligned} h_i &= \frac{1}{\sigma_T(\bar{r}_i)} \sqrt{T_r^2(\bar{r}_i) - T_r(\bar{r}_i)T_\theta(\bar{r}_i) + T_\theta^2(\bar{r}_i)} \\ \bar{r}_i &= \frac{a_i + a_{i+1}}{2} \quad (i=0, 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \tag{3.8}$$

其中 a_i 为阶梯交接点坐标(见图1), h_i 是第 i 段的厚度, 张力 T_r, T_θ 的表达式由文献[1]的(3.18)及(3.20)给出, 式中的温度项由文献[2]的(2.28)式给出. 文献[1]中公式推导中的个别笔误已在文献[18]中加以更正.

显然, T_r, T_θ 都是 $(h_0, h_1, h_2, \dots, h_n)$ 的函数, 由于函数关系异常复杂, 要直接从(3.8)式解出 (h_0, h_1, \dots, h_n) 几乎是不可能的. (3.8)式是关于 (h_0, h_1, \dots, h_n) 的非线性方程组, 一般只能采用迭代法求解, 通常用的是牛顿法, 由于(3.8)式的右端项的计算量很大, 用牛顿法每迭代一次至少要计算(3.8)式的右端项 $(n+2)(n+1)/2$ 次. 这里 n 是划分阶梯段时内节点的个数, 所以, 当阶梯段划分得较多时, 计算量便大得惊人, 一般的电子计算机是难以胜任的. 而且牛顿法对于初值的要求过于苛刻, 选取的值稍不合适, 迭代就可能失败.

简单迭代法具有计算工作量少、方法简单、程序清楚的优点, 但是收敛速度较慢, 有

时,例如在本文中竟出现不收敛的情形。

在简单迭代法的基础上,我们引进所谓“迭代因子”的概念,提出一种新的迭代方法。它具有计算量小、收敛范围大、程序简单、清楚的优点,收敛速度也令人满意。每迭代一次最多仅需计算(3.8)式右端项 $n+1$ 次。实践证明,这种方法对于求解本文的非线性方程组是十分有效的。

本文所用的迭代公式为

$$h_i^{(m+1)} = (1 + W_h P_i^{(m)}) f(\bar{r}, h_0^{(m+1)}, h_1^{(m+1)}, \dots, h_{i-1}^{(m+1)}, h_i^{(m)}, \dots, h_n^{(m)}) \quad (3.9)$$

其中

$$f(r, h_0, h_1, \dots, h_n) = \frac{1}{\sigma_s(r)} \sqrt{T_r^2(r) - T_r(r)T_\theta(r) + T_\theta^2(r)},$$

$h_i^{(m)}$ ——第 m 次迭代的 h_i 值,

W_h ——迭代因子, $W_h < 0$ 时起着增大迭代步长的作用, $W_h > 0$ 起着阻尼作用,解本文中的非线性方程组时,通常选取

$$0 \leq W_h \leq 0.5 \quad (3.10)$$

$P_i^{(m)}$ ——第 m 次迭代的残差,定义为

$$P_i^{(m)} = 1 - \frac{1}{h_i^{(m)}} f(\bar{r}, h_0^{(m)}, \dots, h_i^{(m)}, h_{i+1}^{(m-1)}, \dots, h_n^{(m-1)}) \quad (3.11)$$

设迭代精度为 P_e , 则当

$$\max \left\{ |P_i^{(m)}| \mid i=0, 1, \dots, n \right\} \leq P_e \quad (3.12)$$

时,迭代过程终止。

显然,强度安全要求

$$\sigma_s(1 + P_e) \leq \sigma_T$$

至此,我们已经设计出了在各阶梯段中点满足等强度条件的阶梯盘。只要我们将分段取得足够多,并将得到的阶梯厚度线光滑地连接起来,最后便得到使整个圆盘满足等强度条件的厚度分布曲线。

为使本设计方法直接为工程实际服务,我们编制了通用计算程序,整个设计过程可以由电子计算机完成。

本方法及计算程序不仅适用于套装(或焊接)在轴上的空心圆盘,而且也适用于实心圆盘。

四、算 例

例1、考察一个热套装在实心轴上的旋转圆盘。

我们首先用阶梯折算法求得内沿固定 ($u(b)=0$) 时的旋转应力和位移并与精确解进行比较,又对该例的热传导问题用阶梯折算法所得解和精确解进行比较,结果表明阶梯折算法的精度是令人满意的。最后,考虑了旋转应力和热应力同时作用下,给出了该例的等强度厚度分布。

给出数据:

圆盘内半径 $b=5\text{cm}$ 圆盘外半径 $a=30\text{cm}$ 圆盘厚度 $h(r)=10r^{-0.1}\text{cm}$

圆盘热线胀系数 $\bar{\alpha}(r)=(10.88+0.12r)\times 10^{-6}\text{cm}/\text{C}\cdot\text{cm}$

圆盘表面散热系数 $\alpha_h(r)=0.0035\text{cal}/\text{cm}^2\cdot\text{C}\cdot\text{sec}$

圆盘热传导系数 $\kappa(r)=0.11r^{0.1}\text{cal}/\text{cm}\cdot\text{C}\cdot\text{sec}$

圆盘单位体积重量 $\gamma(r)=0.00681r^{0.1}\text{kg}/\text{cm}^3$

圆盘弹性模量 $E(r)=1.5\times 10^6\times r^{0.1}$

圆盘泊松比 $\nu=0.3$

圆盘的许用应力 $\sigma_s=3030-6r\text{kg}/\text{cm}^2$

热过盈 $\Delta r=0.015\text{cm}$ 轴的折合因子 $\eta=0.8$

轴的材料系数 $B^*=\frac{1-\nu^2}{E^*}=0.423\times 10^6\text{cm}^2/\text{kg}$

轴的热线胀系数 $\bar{\alpha}^*=0.11\times 10^{-4}\text{cm}/\text{C}\cdot\text{cm}$

轴的表面散热系数 $\alpha_s^*=0.007\text{cal}/\text{cm}^2\cdot\text{C}\cdot\text{sec}$

轴的热传导系数 $\kappa^*=0.13\text{cal}/\text{cm}\cdot\text{C}\cdot\text{sec}$

角速度 $\omega=837.76\text{ 1}/\text{sec}$

解 此时[1]中的基本方程(2.6)变为

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = (1+\nu) \frac{d\Theta}{dr} - \frac{B}{g} \gamma \omega^2 r \quad (4.1)$$

其中

$$B=(1-\nu^2)/E \quad (4.2)$$

该方程的通解为

$$u(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1}{2r} \int_0^r r^2 f(r) dr + \frac{r}{2} \int_0^r f(r) dr \quad (4.3)$$

其中 C_1, C_2 为积分待定常数,

$$f(r) = (1+\nu) \frac{d\Theta}{dr} - \frac{B}{g} \gamma \omega^2 r \quad (4.4)$$

而 $\Theta = \alpha(r)(t(r)-t_0)$ 仅与温度有关, t_0 为热应力为零时的温度.

如果仅考虑旋转应力, 则 $\Theta=0$.

如边界条件为

$$u(b)=0, T_r(a)=0 \quad (4.5)$$

将(4.3)代入(4.5), 并注意到 $\Theta=0$, 由(4.5)算出积分待定常数 C_1, C_2 , 最后得到该问题的精确解为:

$$u(r) = 0.0008141r - 0.02035\text{ 1}/r + 1.479\times 10^{-6} \times \left[\frac{r^4-5^4}{4r} - \frac{r}{2}(r^2-25) \right] \quad (4.6)$$

$$T_r(r) = 16483516 \times (1.0824 \times 10^{-3} + 0.0144\text{ 1}/r^2 - 1.2205 \times 10^{-6} \times r^2) \quad (4.7)$$

$$T_\theta(r) = 16483516 \times (1.082431 \times 10^{-3} - 0.0144\text{ 1}/r^2 - 7.027 \times 10^{-7} \times r^2) \quad (4.8)$$

[2]中的(2.4)与现在例题相应的热传导方程变成

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - m^2T = 0 \quad (4.9)$$

其中

$$m = \sqrt{\frac{2 \times 0.0035}{10 \times 0.11}} = 0.00797724 \quad (4.10)$$

边界条件可写成:

$$\left. \begin{aligned} T(b) &= T_{b_s} = 20^\circ\text{C} \\ T(a) &= T_{a_r} = 220^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

并设圆盘周围介质的统计平均温度为

$$t_0 = 20^\circ\text{C} \quad (4.12)$$

在 $t_0 = 0^\circ\text{C}$ 时无热应力。

很容易求得该题的精确解为

$$T(r) = 73.8918I_0(mr) - 51.0071K_0(mr) \quad (4.13)$$

其中 I_0, K_0 为零阶贝塞尔函数^[10]。

引起热应力的温升为:

$$\begin{aligned} t(r) &= T(r) + t_0 - t_0 \\ &= 73.8918I_0(mr) - 51.0071K_0(mr) + 20 \end{aligned} \quad (4.14)$$

表1给出了本例的温度、位移(不考虑热效应时)旋转应力的阶梯折算解与精确解的比较,并给出了总应力(旋转应力+热应力)。从表中可以看出,阶梯折算解的精度是很高的。

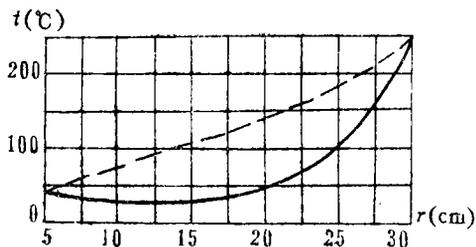
图2绘出了等强度设计前后圆盘内部的温度分布,由图可见,盘厚的变化对温度的影响是很大的。

图3给出了等强度设计前后的厚度分布,由图可见,初值与等强度厚度分布差别较大,但收敛情况是好的。迭代15次后,即达到了精度要求($P_0=0.01$),取 $n=6$ 时,在CJ-709机上,每次迭代时间仅需70秒。

表1

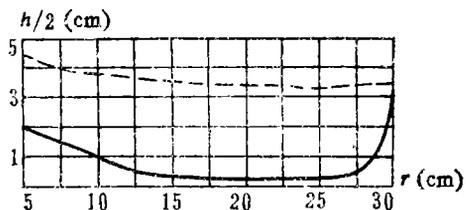
$u(b)=0 \quad n=6$

r	t			$u_{\text{旋}}$			$\sigma_{r\text{旋}} \text{ kg/cm}^2$			$\sigma_{\theta\text{旋}} \text{ kg/cm}^2$			$\sigma_{r\text{总}} \text{ kg/cm}^2$	$\sigma_{\theta\text{总}} \text{ kg/cm}^2$
	阶梯解	精确解	误差 %	阶梯解 10^{-3}	精确解 10^{-3}	误差 %	阶梯解	精确解	误差 %	阶梯解	精确解	误差 %		
7.5	60.85	60.88	-0.05	3.334	3.375	-1.2	2553.8	2560.6	-0.3	1581.9	1586.3	-0.3	4392.0	1929.3
12.5	91.69	91.95	-0.3	8.025	8.057	-0.4	2090.6	2087.9	+0.1	1867.0	1868.2	-0.07	3396.8	2093.9
17.5	121.7	122.0	-0.2	11.40	11.43	-0.1	1663.0	1659.5	+0.3	1800.6	1800.0	0	2633.5	1560.1
22.5	158.6	159.0	-0.3	13.60	13.62	-0.1	1111.3	1109.5	+0.2	1571.4	1571.3	0	1747.6	537.9
26.0	191.7	192.2	-0.5	14.35	14.37	-0.1	635.5	636.3	-0.1	1337.8	1338.0	-0.02	1002.7	-498.4
28.0	214.2	214.7	-0.2	14.47	14.40	0	335.0	331.1	+1.18	1182.5	1180.2	+0.2	527.9	-1232.5
29.5	233.2	233.8	-0.3	14.36	14.37	0	83.9	85.2	-1.5	1049.6	1050.5	-0.08	132.8	-1871.0



对应于初始盘厚的温度分布
对应于等强度盘厚的温度分布

图 2



初始盘厚
等强度盘厚

图 3

例2、本例考察一个实心变厚度均匀旋转圆盘。研究表面散热系统 α_h 的变化对温度分布及应力的影响。从计算的结果可以看出，温度分布的微小变化对于等强度盘的影响是很大的。

给出数据：

圆盘外半径 $a=32.7\text{cm}$

圆盘弹性模量 $E=2.0 \times 10^8 \text{kg/cm}^2$

圆盘热线胀系数 $\bar{\alpha}=11 \times 10^{-6} \text{cm/}^\circ\text{C} \cdot \text{cm}$

圆盘单位体积重 $\gamma=0.00785 \text{kg/cm}^3$

圆盘热传导系数 $\kappa=0.11 \text{cal/cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{sec}$

泊松比 $\nu=0.3$

外沿受到的径向拉力 $\lambda=266 \text{kg/cm}$

转速 $n_1=8000 \text{转/min}$ 圆心处温度 $T_{b_s}=0^\circ\text{C}$ ， 外沿处温度 $T_{a_r}=200^\circ\text{C}$

圆盘周围介质的平均统计温度 $t_c=0^\circ\text{C}$ ， 圆盘无热应力时的温度 $t_0=0^\circ\text{C}$

厚度分布如图 4 所示。

图 5 给出了在图 3 的厚度分布下， α_h 分别取 0.002, 0.003, 0.004 时的温度分布。

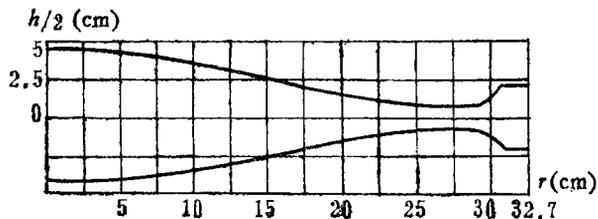
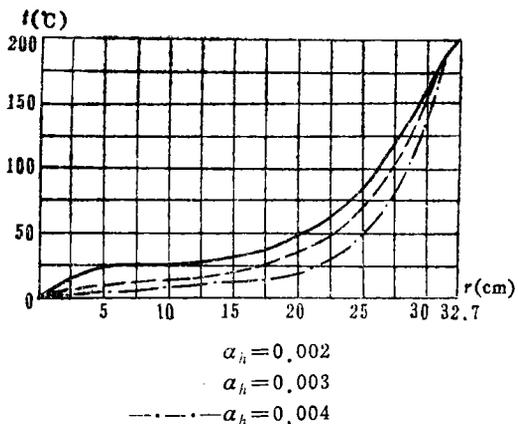


图 4



$\alpha_h=0.002$
 $\alpha_h=0.003$
 $\alpha_h=0.004$

图 5

图 6 给出了 α_h 分别取 0.002, 0.003 时的应力分布。对照图 5 和图 6 可知, 不同的温度分布对应力的影响是很大的。

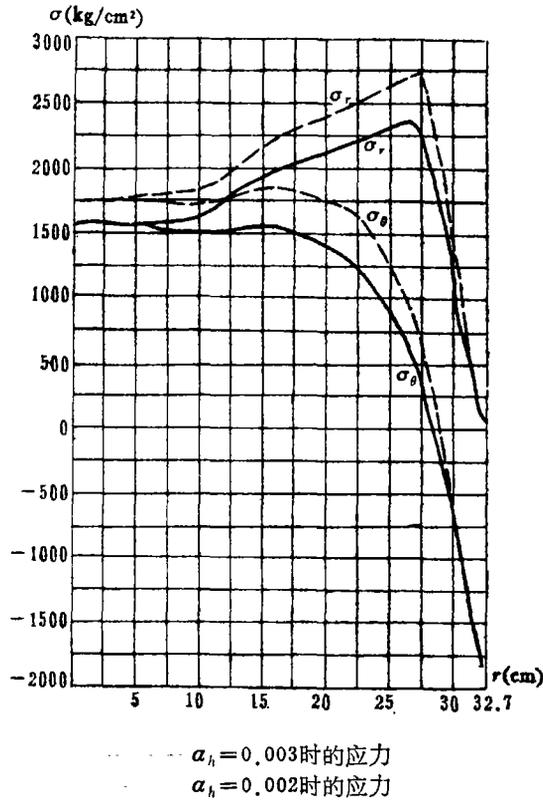


图 6

图 8 给出了当 α_h 分别取 0.003, 0.004 时, 在 σ_s 如图 7 所示时的等强度厚度分布。显然, 散热系数 α_h 对等强度盘的形状影响很大。因此, 在工程设计中, 选择合适的冷却方式是十分重要的。

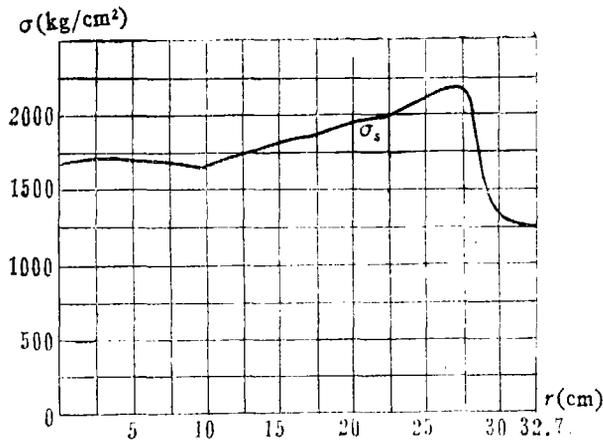


图 7

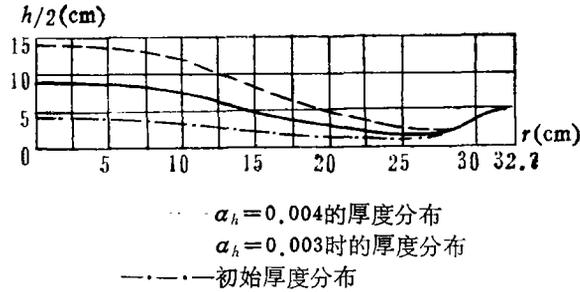


图 8

五、结 语

本文所讨论的非均匀旋转圆盘，除泊松比 ν 外，其余的材料系数 $E(r), \gamma(r), \bar{\alpha}(r), \alpha_h(r), \kappa(r)$ 以及 $\sigma_T(r)$ 都是 r 的函数。在工程中，往往不是直接给出这些参量与 r 的关系，而是给出这些参量与温度 t 的关系，这时，可事先假定一种温度分布（如假定温度与 r 成二次幂关系分布），根据该温度曲线求出在各阶梯段上应取的材料系数及 σ_s 等的值，用本文的方法求出新的温度分布，然后按新的温度曲线修正原来的材料系数及 σ_s 等参量的值。

本文的等强度设计方法，并不仅限于 Mises 强度理论，事实上，它可以用任何强度理论作为设计准则。

利用本文的方法及计算程序，可以很容易地考察各材料系数，边缘载荷，热配合公差以及外界温度场等参量对于旋转圆盘的强度、刚度、等强度厚度分布以及圆盘内部温度场的影响。

本文的计算程序可直接为工程设计部门服务。

参 考 文 献

- [1] 叶开沅、许剑云，非均匀变厚度弹性体力学的若干问题的一般解：I，在非均匀定常温度场下的非均匀变厚度高速旋转圆盘的弹塑性应力分析，兰州大学学报（自然科学版），力学专号，1（1979），60—74；力学学报特刊（1981），78—89；在1980年 ICTAM(Toronto)宣读。
- [2] 叶开沅、刘平，非均匀变厚度圆盘的定常热传导，应用数学和力学，5，5（1984），619—624。
- [3] 日利茨基，《汽轮机零件的结构与强度计算》，机械工程出版社（1958）。
- [4] Manson, S. S., The determination of elastic stresses in gas-turbine disks, NACA, TN-1279 (1947).
- [5] Holms, G. and R. D. Faldetta, Effect of temperature distribution and elastic properties of materials on gas-turbine-disk stresses, NACA, TN-1334 (1947).
- [6] Carslaw, H. S. and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, Oxford (1959).
- [7] 李敏华、李旭昌，叶轮各点同时达到许用应力的设计方法，1963年全国弹塑性力学会议资料，（大连）。
- [8] 杜庆华，高速旋转圆盘的动应力及温度应力的弹塑性计算，清华大学学报，6，5（1959），81—96。
- [9] Gurushankar, G. V., Thermal stresses in nonhomogeneous anisotropic rotating disk of varying thickness and density, *J.S.A.*, 10, 3 (1975), 137—142.
- [10] 王竹溪、郭敦仁，《特殊函数概论》，科学出版社（1979）。

- [11] 竹内洋一郎, 《热应力》, 科学出版社 (1978).
- [12] 铁木辛柯、古地尔, 《弹性理论》, 人民教育出版社 (1964).
- [13] Lee Ti-Chang (李迪强), On the stresses in a rotating disc of variable thickness, *Journal of Applied Mechanics*, **19**, 3 (1952), 263—267.
- [14] Murthy, D.N.S. and A.W. Sherbourne, Elastic stresses in anisotropic disks of varying thickness, *Int. J. Mech. sci.*, **12**, 7 (1970), 627—640.
- [15] Gururaja, K. and H. Srinath, Thermal stresses in anisotropic disks, *J. Inst. Engrs. (India)*, **53**, 4 (1973), 5—10.
- [16] Yellareddy, T. and H. Srinath, Elastic stresses in rotating anisotropic annular disk of variable thickness and variable density, *Int. J. Mech. Sci.*, **16**, 2 (1974), 85—89.
- [17] Thompson, A. S., Stresses in rotating disks at high temperature, *Journal of Applied Mechanics*, **13**, 1 (1946), 45—52.
- [18] 刘平, 在任意定常温度场下非均匀变厚度高速旋转圆盘的等强度设计, 兰州大学硕士研究生毕业论文 (1982).
- [19] 北京航空学院发动机构造教研室, 《航空涡轮发动机构造与零件强度计算》, 国防工业出版社 (1961).
- [20] 梁治明等, 《材料力学》, 人民教育出版社 (1958), 111—117.
- [21] 王德人, 《非线性方程组解法与最优化方法》, 人民教育出版社 (1979).
- [22] Bhavikatti, S.S., Optimum Shape design of rotating disks, *Computers and Structures*, **11**, 5 (1980), 397—401.
- [23] Seireg, A. and K.S. Surana, Optimum design of rotating disks, *J. Eng. Indu., Trans. ASME*, **92**, 1 (1970), 1—10.
- [24] Ari-Gur, J. and Y. Stavsky, On rotating polarorthotropic circular disks *Int. J. Solids Structures*, **17** (1981), 57—67.

Equi-Strength Design of Nonhomogeneous Variable Thickness High Speed Rotating Disk under Steady Temperature Field

Yhe Kai-yuan Liu Ping

(Lanzhou University, Lanzhou)

Abstract

Considering the mutual interaction between the thickness of the disk and temperature distribution, and directly using results in [1], [2] and the iteration method suggested in this paper, we obtain the equi-strength thickness distribution of nonhomogeneous variable thickness high speed rotating disk under axisymmetrical steady temperature field.