

运动热源产生的温度场的有限元分析

S. N. Atluri 匡震邦

(Georgia Institute of Technology, USA) (中国西安交通大学)

(钱伟长推荐, 1985年5月9日收到)

摘 要

本文采用运动元法, 考虑了热辐射、热交换和变热传导系数, 在较宽的速度范围内研究了运动热源所产生的温度场, 给出了在运动坐标和静止坐标系中, 不同速度情况下温度场随时间变化的情形, 给出了在运动坐标系中不同速度情况下温度场的(定常)等温线分布图. 本文还讨论了动态裂纹扩展中裂纹端部过程区的塑性变形所引起的温度场, 结果表明, 结构钢中过程区的温度一般不会超过 1000°C , 或 1832°F .

一、引 言

在不少工程问题中, 如焊接、裂纹动态扩展、弹头飞行等, 都产生运动热源所引起的温度场问题. 通常可把这类运动热源区分为两大类: 一类是热源强度, 即单位时间单位质量热源所释放出的能量和速度无关, 另一类则相关.

在焊接等问题中, 热源强度和速度无关, 运动速度极低. 对相同的热源强度, 速度愈低, 在焊接件中产生的温度愈高. 在裂纹动态扩展等问题中, 裂纹端部的过程区产生强烈的塑性变形, 塑性变形功转化为热能, 从而过程区相当于一热源, 热源强度显然和速度相关, 其函数关系较为复杂, 本文中简单地设为和速度线性相关. 热源速度愈高, 所产生的温度场也愈高^{[1][2][3][4][5][6]}. 在弹头飞行等问题中, 弹头与空气摩擦生热, 显然热源强度亦是速度的函数.

在裂纹动态扩展问题中, Weichert 和 Schönert 曾讨论过运动热源定常运动所产生的温度场, 他们仅仅讨论了线性热传导的情形. 在本文的研究中, 将在速度范围为 $2.5\sim 2500$ 英尺/秒 ($0.762\sim 762$ 米/秒) 内, 系统地讨论变热传导系数、热辐射、热交换等非线性因素的影响. 计算的结果使人们对运动热源在各种非线性因素作用下的温度分布情况有一较好的认识, 有助于人们在不同情况下选择较优的设计方法, 即计算工作量较小, 而计算精度仍是足够的. 对动态裂纹扩展问题, 我们得到了对过程区可能出现的最高温度作了一个较以往更为精确的估计.

二、数值计算方法

非定常热交换问题的微分方程、初始条件和边界条件在直角坐标系 $x_i (i=1, 2, 3)$ 中

为^{[7][8]};

$$(kT_{,i})_{,i} + \dot{q}' = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{在 } V \text{ 内}) \quad (2.1)$$

$$T(x_i, 0) = T'_0(x_i) \quad (\text{当 } t=0) \quad (2.2)$$

$$T - T_0 = 0 \quad (\text{在 } S_1 \text{ 上}) \quad (2.3a)$$

$$kn_i T_{,i} + q = 0 \quad (\text{在 } S_2 \text{ 上}) \quad (2.3b)$$

$$kn_i T_{,i} + h(T - T_\infty) = 0 \quad (\text{在 } S_3 \text{ 上}) \quad (2.3c)$$

$$kn_i T_{,i} + h_r(T - T_\infty) = 0 \quad (\text{在 } S_4 \text{ 上}) \quad (2.3d)$$

而
$$h_r = F\sigma\epsilon(T + T_\infty)(T^2 + T_\infty^2) \quad (2.3e)$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \quad \text{为 } V \text{ 的界面.}$$

式中 V 为物体的体积, S 为物体的表面, T 是温度, t 是时间, ρ 是密度, c 是比热, k 是热传导系数, \dot{q}' 是热源强度, T'_0 是初始温度, T_0 是表面 S_1 部份的温度, 可以是时间 t 的函数, q 是表面 S_2 部分上的热源, n_i 为表面外向法线, T_∞ 为环境温度, h 为热交换系数, h_r 为由热辐射换算成的相当热交换系数, σ 为热辐射的 Stefan-Boltzmann 常数, ϵ 为表面放射率, F 为形状因子. $(\cdot)_{,i}$ 表示对坐标 x_i 的偏导数, $(\dot{\cdot})$ 表示对时间的导数.

方程(2.1)~(2.3)的有限元方程可简单地推导如下:

设在每一元中

$$T^{(\alpha)} = N_\alpha(x_k) T_\alpha^{(\alpha)}(t) \quad (\alpha = 1, \dots, N) \quad (2.4)$$

式中 N_α 为形函数, $T_\alpha^{(\alpha)}$ 为节点温度值. 物体分成 M 个有限元, $V = \sum_{m=1}^M V_m$. 设(2.4)中试验函

数满足(2.3)式中的低阶条件, 即在 S_1 面上满足(2.3a)式. 设 w_j 、 w_{j_2} 、 w_{j_3} 、 w_{j_4} 为权函数, 利用权函数法可得

$$\begin{aligned} & \int_V w_j \left\{ (kT_{,i})_{,i} + \dot{q}' - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right\} dV \\ & + \int_{S_2} w_{j_2} \{ kn_i T_{,i} + q \} dS_2 + \int_{S_3} w_{j_3} \{ kn_i T_{,i} + h(T - T_\infty) \} dS_3 \\ & + \int_{S_4} w_{j_4} \{ kn_i T_{,i} + h_r(T - T_\infty) \} dS_4 = 0 \end{aligned}$$

利用散度定理, 并令 $w_{j_2} = w_{j_3} = w_{j_4} = -w_j$, 上式可化为:

$$\begin{aligned} & \int_V \left\{ kw_{j,i} T_{,i} - w_j \left(\dot{q}' - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) \right\} dV \\ & + \int_{S_2} w_j q dS_2 + \int_{S_3} w_j h (T - T_\infty) dS_3 \\ & + \int_{S_4} w_j h_r (T - T_\infty) dS_4 = 0 \end{aligned}$$

再令 $w_j = N_j$, 把(2.4)式代入上式, 可得

$$\begin{aligned} & \sum_m \int_{V_m} \left[k N_{\alpha,i} N_{\beta,i} T_\beta^{(\alpha)} + \rho c N_\alpha N_\beta \frac{\partial T_\beta^{(\alpha)}}{\partial t} \right] dV \\ & + \sum_{m_3} \int_{S_{3m_3}} h N_\alpha N_\beta T_\beta^{(\alpha)} dS_3 + \sum_{m_4} \int_{S_{4m_4}} h_r N_\alpha N_\beta T_\beta^{(\alpha)} dS_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_n \int_{V_m} \dot{q}' N_a dV - \sum_{m_2} \int_{S_{2m_2}} q N_a dS_2 \\
&\quad + \sum_{m_3} \int_{S_{3m_3}} h T_\infty N_a dS_3 + \sum_{m_4} \int_{S_{4m_4}} h_r T_\infty N_a dS_4 \\
&\qquad\qquad\qquad (\alpha, \beta = 1, \dots, N) \tag{2.5}
\end{aligned}$$

本文利用重复指标求和的规则。(2.5)式的右端被看成是已知量, 虽 h_r 是 T 的函数, 但可以用迭代法处理。上式的矩阵形式为

$$\underline{C} \frac{\partial \underline{T}}{\partial t} + \underline{K}(T) \underline{T}(t) = \underline{R}(T, t) \tag{2.6}$$

式中()表示矩阵, ()表示向量。(2.4)式还可以写成

$$\underline{T}^{(\alpha)} = \underline{N}^T \cdot \underline{T}^{(\alpha)} \quad (\text{在 } V_m \text{ 中}) \tag{2.7}$$

式中()^T表示转置。而

$$\left. \begin{aligned}
\underline{C} &= \sum_n \int_{V_m} \rho c \underline{N} \underline{N}^T dV \\
\underline{K} &= \underline{K}_1 + \underline{K}_3 + \underline{K}_4 \\
\underline{R} &= \underline{R}_1 - \underline{R}_2 + \underline{R}_3 + \underline{R}_4 \\
\underline{K}_1 &= \sum_m \int_{V_m} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} dV \\
B_{\alpha j} &= N_{\alpha, j}, \quad D_{ij} = k \delta_{ij} \\
\underline{K}_3 &= \sum_{m_3} \int_{S_{3m_3}} h \underline{N} \underline{N}^T dS_3 \\
\underline{K}_4 &= \sum_{m_4} \int_{S_{4m_4}} h_r \underline{N} \underline{N}^T dS_4 \\
\underline{R}_1 &= \sum_m \int_{V_m} \dot{q}' \underline{N} dV \\
\underline{R}_2 &= \sum_{m_2} \int_{S_{2m_2}} q \underline{N} dS_2 \\
\underline{R}_3 &= \sum_{m_3} \int_{S_{3m_3}} h T_\infty \underline{N} dS_3 \\
\underline{R}_4 &= \sum_{m_4} \int_{S_{4m_4}} h_r T_\infty \underline{N} dS_4
\end{aligned} \right\} \tag{2.8}$$

由于(2.6)式中 T 为 t 的函数, 因而还需再用差分格式处理。讨论两个瞬时 $t_n, t_{n+1} = t_n + \Delta t$, 中间瞬时 $t_{n+\alpha} = t_n + \alpha \Delta t$ ($0 \leq \alpha \leq 1$), 令

$$\underline{T}_{n+\alpha} = (1-\alpha) \underline{T}_n + \alpha \underline{T}_{n+1} \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial \underline{T}}{\partial t} \Big|_{n+\alpha} = (\underline{T}_{n+1} - \underline{T}_n) / \Delta t \tag{2.10}$$

上列诸式中, \underline{T}_n 为已知值, \underline{T}_{n+1} 为待求值。在 $t_{n+\alpha}$ 瞬时讨论方程(2.6), 得

$$\underline{C}_{n+\alpha} \left(\frac{\underline{T}_{n+1} - \underline{T}_n}{\Delta t} \right) + \underline{K}_{n+\alpha} [(1-\alpha) \underline{T}_n + \alpha \underline{T}_{n+1}] = \underline{R}_{n+\alpha} \tag{2.11}$$

把上式写成迭代求解的形式, 即

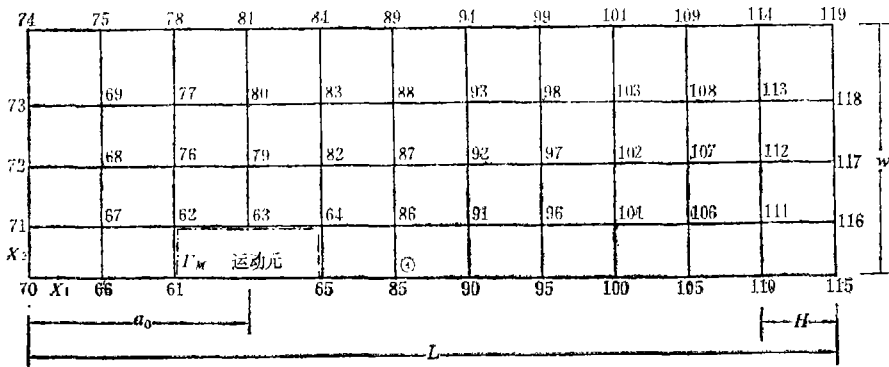
$$\left\{ \frac{1}{\Delta t} \underline{C}_{n+\alpha}^{(i-1)} + \alpha \underline{K}_{n+\alpha}^{(i-1)} \right\} (\underline{T}_{n+1}^{(i)} - \underline{T}_n) = \underline{R}_{n+\alpha}^{(i-1)} - \underline{K}_{n+\alpha}^{(i-1)} \underline{T}_n \tag{2.12}$$

式中上标(i)表示第i次迭代后的值。本计算中,选取 $\alpha=1$,相当于无条件稳定的Euler后差分。对于 $1/2 \leq \alpha < 1$ 的情形,我们也作了一些计算,结果和 $\alpha=1$ 的计算结果相差很小。迭代过程中,当 $\|T_{n+1}^{(i)} - T_{n+1}^{(i-1)}\| / \|T_{n+1}^{(i)} - T_n\| \leq \epsilon = 0.001$ 时,便终止迭代,转入下一步计算。

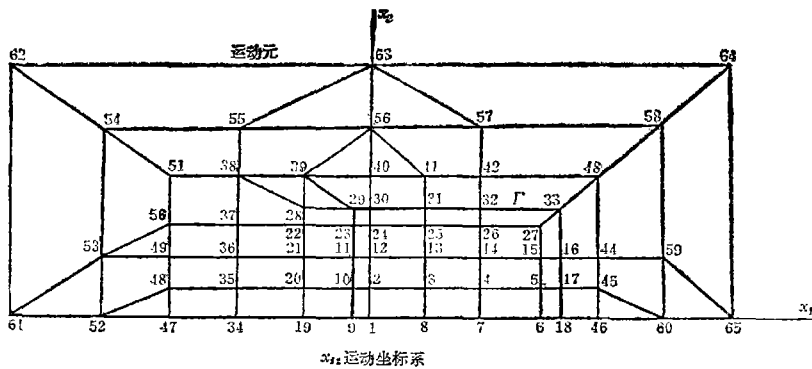
三、运动元

在讨论动态裂纹扩展时, Atluri 和 Nishioka 等^{[9][10]}提出运动奇异元方法。本文将把和此类似的方法应用到运动热源问题。本节中对此方法作一简要叙述。

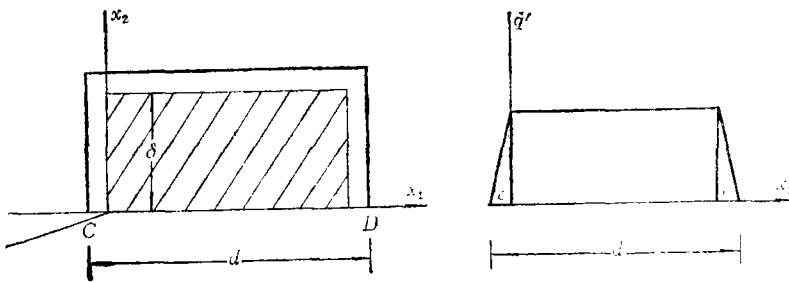
本计算中采用的有限元网格见图1。采用四节点元。运动元的详细结构示于图1(b),其



(a)



(b)



(c)

图 1

在整体有限元中的位置示于图1(a) (Γ_M 围线内)。运动热源中热源强度分布示于图1(c), 其在运动元中的位置示于图1(b) (Γ 围线内)。热源和运动元一起沿 X_1 方向前进。在运动元要经过的地方的单元几何形状完全相同。

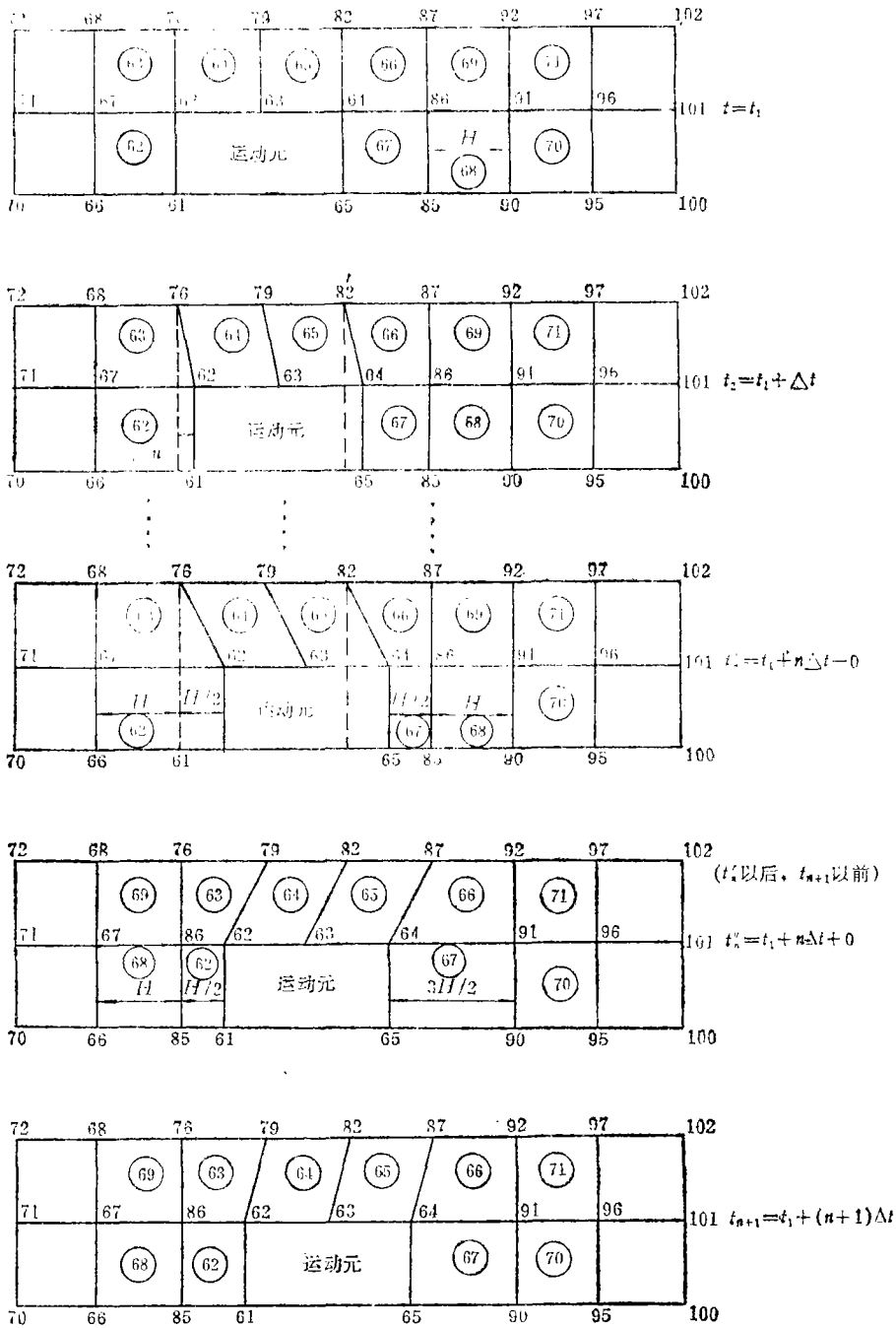


图 2

图 2 表示运动元的运动过程。运动元由 61 个小单元组成, 但其整体形状恰恰和其前方的两个大单元相同, 即长为 $2H$ 。和运动元直接相邻的单元 62、63、64、65、66、67 称之为 B 单元组。当 $t=t_2=t_1+\Delta t$ 时, 运动元前进 $\Delta u=v\Delta t$, v 为热源运动的速度, 可以是时间的函数, 每次运

动元可以前进不相同的 Δu 值。此时运动元中的全部节点移动同一个距离 Δu 。其全部的节点坐标均需修改，温度值由插值法得到，但是运动元全部单元的几何形状不变，好像刚体一样前进，因而在线性计算中，其刚度阵亦无需修改。此时 B 单元组的单元几何形状发生变化，因而刚度阵必须修改，不过单元节点编号是不变的。当 $t = t'_n = t_1 + n\Delta t - 0$ ， $\Delta u = H/2$ ， H 为运动元前方单元的长度， B 单元组的形状发生较大的畸变，为使单元形状不致过于变坏，以使精度受到影响，因而改变 B 单元组的节点编号，如 $t'_n = t_1 + n\Delta t + 0$ 时的情形。 B 单元组的单元随同运动元一起运动，但其单元结点及其号码已有改变，特别是紧接在 B 单元组前方单元的编号移到了其后方，即单元 68, 69 移到了单元 62, 63 的后面。此后运动元再前进 $\Delta u = H/2$ ，所有单元又恢复到无歪斜情形，即和初始图形相似的情形，此时运动元恰好移过一个单元的距离。以后重复上述过程，运动元不断前进。

在运动热源，动态裂纹扩展或其它运动源问题中，运动元存在明显的优点：运动源的速度可以任意变化，其次是运动元本身可以取用比其它部分更为精细的网格。通常运动源附近的函数值变化较快，因而运动元本身取精细网格便具有明显的意义。计算结果表明，运动元法具有较好的精度。

四、结 果

原则上我们讨论一边裂纹的无限大结构钢板。实际计算中取用板长 $L = 2.2$ 英尺 (0.6706 米)，半板宽 $w = 0.3L$ ，初始裂纹长 $a_0 = 0.28L$ 。结果表明，除去极低速度 $v = 2.5$ 英尺/秒 (0.76 米/秒) 外，温度均能由非定常状态过渡到定常状态；而当 $v = 2.5$ 英尺/秒时，温度从非定常状态进入一个整体钢板以极缓慢的速度均匀上升的状态，表明相对讲来，板还不够大，但由于上升速度极其缓慢，因而以开始均匀上升的状态作为定常状态，不致引起较大的误差。热源取为近似方形，即 -0.0105 英尺 $\leq x_1 \leq 0.1055$ 英尺， $0 \leq x_2 \leq 0.06$ 英尺。

I、线性计算，均匀分布热源

热源分布为：在 $0 \leq x_1 \leq 0.095$ 英尺 (0.02896 米)， $0 \leq x_2 \leq 0.05$ 英尺 (0.01524 米) 内，热源强度是均匀的， $\dot{q}' = 10^6 v$ [英热单位/(英尺³·小时)] ($37.26 \times 10^6 v$ 焦耳/米³·小时)。在此之外线性变化，在热源边界上降为 0，见图 1(c)。计算参数和边界条件取为

$\rho c = 54.28$ 英热单位/(英尺³·°F) (3.64×10^6 焦耳/(米³·°C))， $k = 31$ 英热单位/(英尺·小时·°F) (1.93×10^6 焦耳/(米·小时·°C))， $\dot{q}' = 10^6 v$ 英热单位/(英尺³·小时) ($37.26 \times 10^6 v$ 焦耳/(米³·小时))，式中 v 用(英尺/秒)代入。

初始条件： $T'_0 = 59^\circ\text{F}$ (15°C)

边界条件：在边界 $x_1 = 0$ ， $0 \leq x_2 \leq w$ ； $x_1 = L$ ， $0 \leq x_2 \leq w$ 上 $T = 59^\circ\text{F}$ ；

在边界 $0 \leq x_1 \leq L$ ， $x_2 = 0$ 上， $T_{,2} = 0$ (对称条件)。

$v = 2.5, 25, 250, 2500$ 英尺/秒 (0.76, 7.6, 76, 760 米/秒) 时，在随同热源一起运动的运动坐标系中，温度随时间变化的情形示于图 3。由图 3 可知，热源速度愈高，达到定常温度场的时间愈短。由图 3(a) 知，当 $v = 2.5$ (英尺/秒) 时，热源近中心的点 8 的温度在整个过程中，高于近热源边界的点 1；当速度提高到 $v = 25$ (英尺/秒) 时，由图 3(b) 知，在过程开始阶段，3 点温度高于 1 点，但随后，特别是达定常状态后，1 点的温度高于 8 点。这一过渡过程中的现象，在 $v > 25$ (英尺/秒) 时依然存在，不过 8 点温度高于 1 点的时间随 v 的增加而缩

短，在图3(c)上已难以画出。从图3还可以看出，热源前部的点18首先达到定常状态，然后依次点6，8，1，47达到定常状态。但对很低的速度，如图3(a)，这一现象不十分明显，虽然仔细研究，仍可辨认。

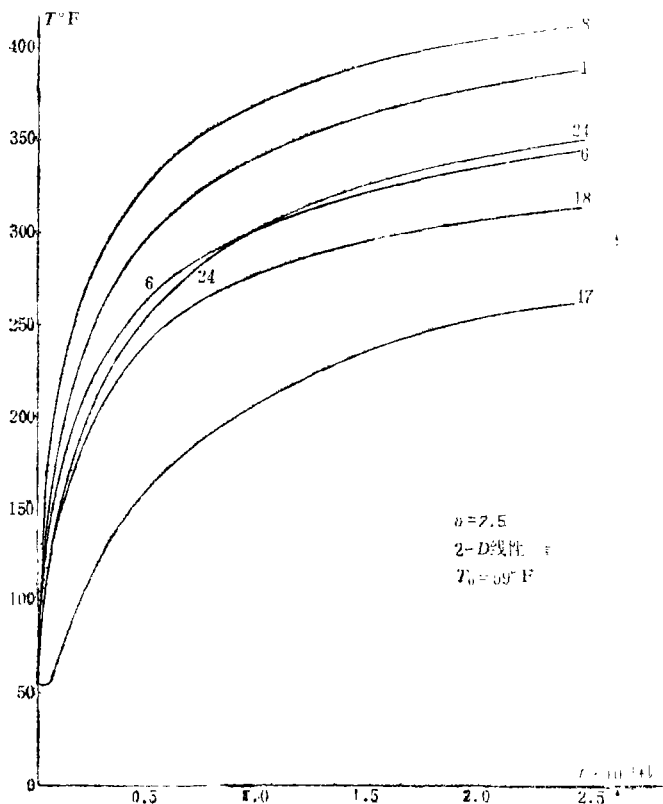


图 3(a)

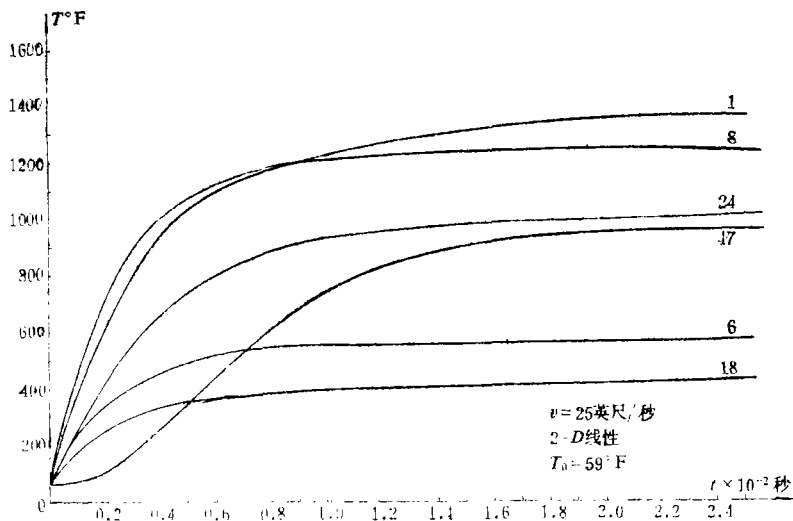


图 3(b)

图4表示在固定空间坐标系中的点A(图1a)的温度随时间变化的情形。为叙述方便起见称 $v \leq 25$ (英尺/秒) 为低速， $v \geq 250$ (英尺/秒) 为高速， 25 (英尺/秒) $< v < 250$ (英尺/秒) 为中

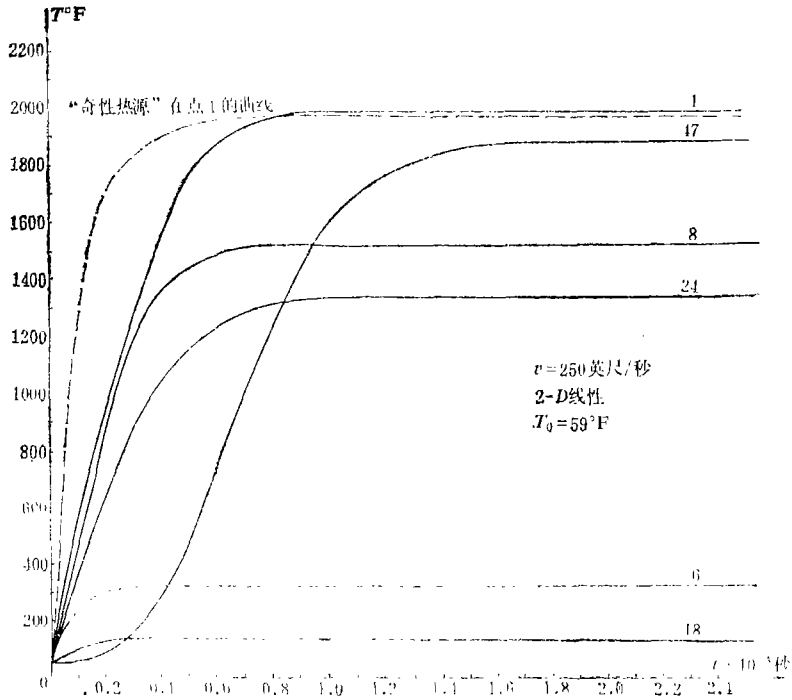


图 3(c)

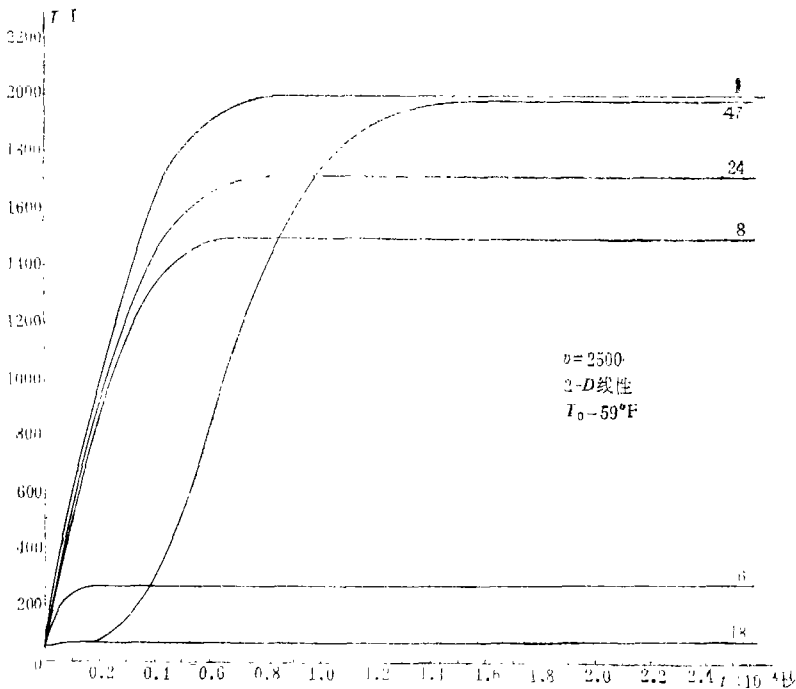


图 3(d)

速。对低速, 温度源到达A点之前, A点温度已明显升高; 对高速, 则无明显变化。大体上当热源中心过A点后, A点的温度最高。速度愈高, 热源到达A点时, A点温度的变化愈陡峭, 但当

$v > 250$ (英尺/秒)以后, 温度变化曲线已趋于一致, 最高温度也趋向于一极限值。

在上面的计算中, $\dot{q}' = \text{常数} \times v$, 即和 v 成正比。如令 $\dot{q}' = \text{常数}$, 即和速度无关, 那么可以见到, 低速时的温度远高于高速。此时若以 $v = 2.5$ (英尺/秒)时的 $\dot{q}' = 2.5 \times 10^6$ 英热单位/(英尺³·小时) 为基准, 那么 $v = 25$ (英尺/秒)时, 图 3(b)上的纵坐标应为 $(T - 59)/10 + 59$ (°F), 图 3(c)纵坐标为 $(T - 59)/100 + 59$ (°F), 图 3(d)上纵坐标为 $(T - 59)/1000 + 59$ (°F)。所以当 v 达 2500(英尺/秒)时, 实际上在板内已不产生可以觉察的温度场了。

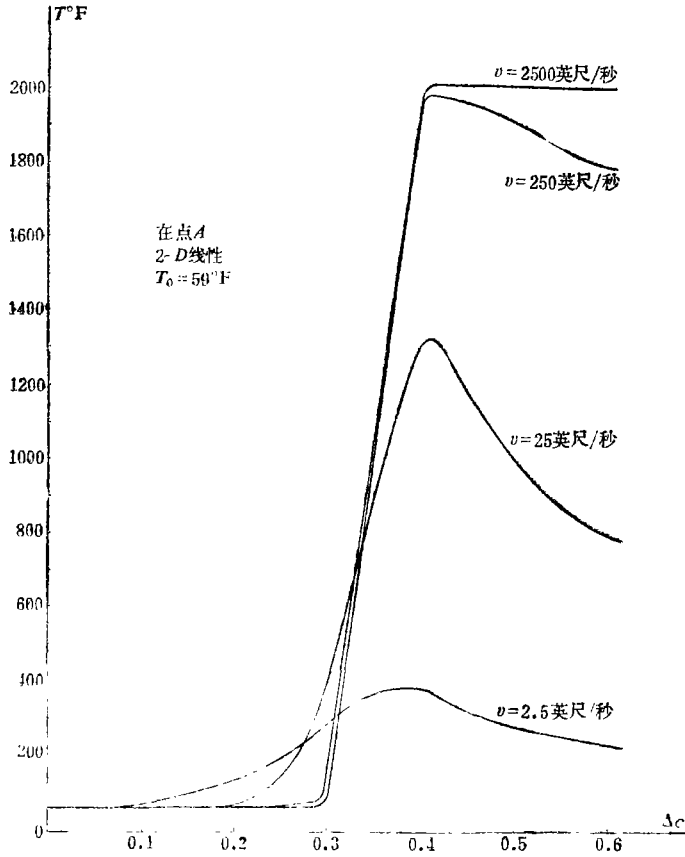


图 4

I、非线性计算, 均匀分布热源

热源形状仍同 I 情形。非线性计算分下面三种情况:

(1) 变热传导系数计算

设结构钢板的热传导系数按表 1 变化

表 1

k 值随温度的变化

°C	0	100	200	300	400	600	800	1160以上
°F	32	212	392	572	752	1112	1472	2122以上
k (英热单位/英尺·小时·°F)	31.73	30.00	27.69	25.96	24.23	20.19	17.89	17.89
k (焦耳 $\times 10^4$ /米·小时·°C)	19.76	18.68	17.26	16.18	15.10	12.58	11.14	11.14

(2) 近似三维计算 1

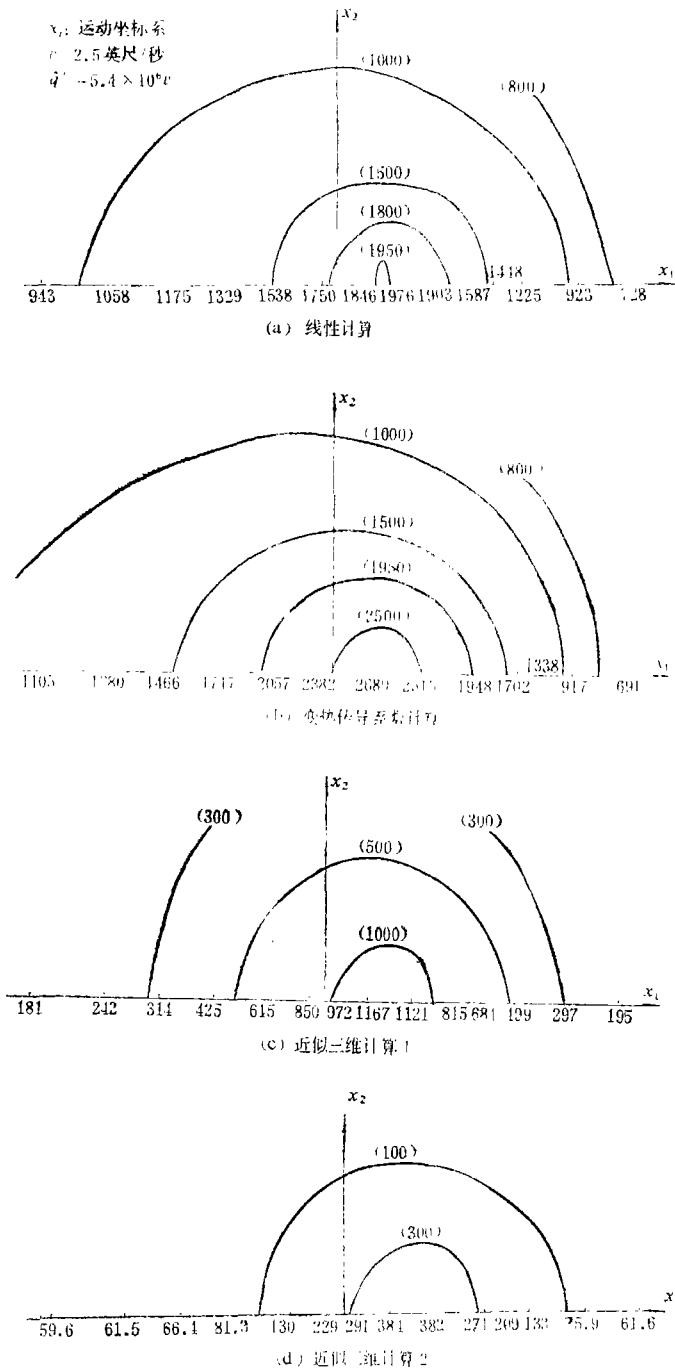


图 5

比较上列各图可知:

1) 变热传导系数的计算对低速情况很重要, 特别当 $v < 2.5$ (英尺/秒) 尤其如此. 由于高温时 k 值降低, 和线性情况相比, 热源内温度显著升高, 热源前方温度减小, 后方增高, 或谓之更具“绝热性”. 对高速情形, 和线性计算相比, 温度场变化不大, 尤其当 $v > 2500$

讨论三维热传导问题, 但近似认为温度沿板厚方向不变. 热传导系数 k 的变化如表 1, 板面热交换系数 $h = 44.28$ 英热单位/(英尺²·小时·°F) (9.05 焦耳/米²·小时·°C), 放射系数 $F\sigma\epsilon = 0.155 \times 10^{-8}$ 英热单位/(英尺²·小时·°F) (1.848 $\times 10^{-4}$ 焦耳/米²·小时·°C), 板厚 0.39 英寸 (= 10 毫米).

(3) 近似三维计算 2

板厚 0.039 英寸 (= 1 毫米), 其余数据同近似三维计算 1. 这是为了更明显地考察热放射和热交换的影响.

因为热放射依赖于 $(T^4 - T_0^4)$, 因此为了合适地比较不同速度下非线性因素的影响, 我们使线性计算中, 热源中的最高温度大体相同, 这就需要不同速度时取用不同的热源强度. 为此取: $v = 2.5$ 英尺/秒, $\dot{q}' = 5.4 \times 10^6 v$ 英热单位/(英尺³·小时) ($201.2 \times 10^6 v$ 焦耳/米³·小时); $v = 25$ 英尺/秒, $\dot{q}' = 1.45 \times 10^6 v$ ($54.206 \times 10^6 v$); $v = 250$ 英尺/秒, $\dot{q}' = 10^6 v$ ($37.26 v$); $v = 2500$ 英尺/秒, $\dot{q}' = 10^6 v$ ($37.26 v$)

图 5, 6, 7, 8 上的 (a), (b), (c), (d) 图分别表示 $v = 2.5, 25, 250, 2500$ 时按 (a) 线性计算, (b) 变热传导系数计算, (c) 近似三维计算 1, (d) 近似三维计算 2 所得到的等温线分布图.

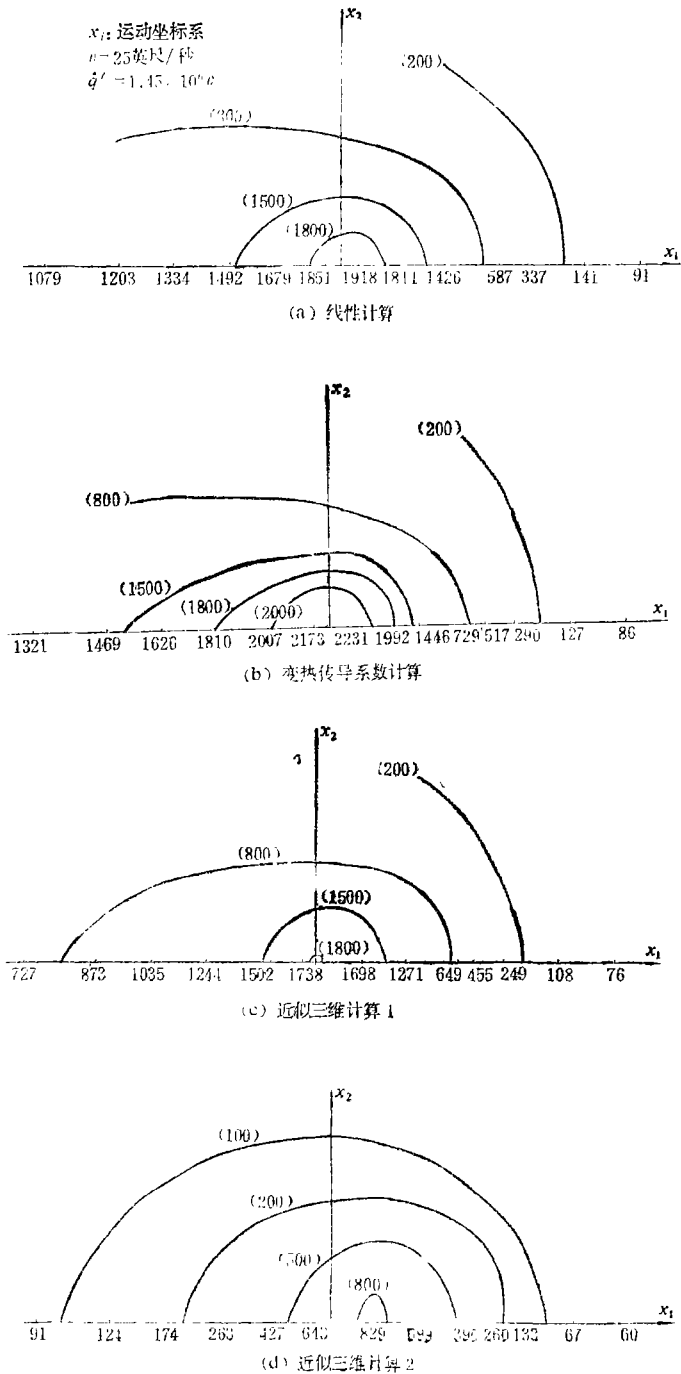


图 6

(英尺/秒)时, 几乎没有变化. 这一计算表明, 在怎样的速度范围内, 变热传导系数的计算是必须的;

2) 在近似三维计算2中, 对很薄的板(本计算中取的0.039英寸), 热辐射和热交换引起温度的显著降低, 甚至对 $v=2500$ (英尺/秒)的高速, 其影响也不能忽略. 对低速, 最高温度和二维线性计算比较, 可差数倍. 因此, 对于薄板, 不宜简化成二维问题处理, 应当采用

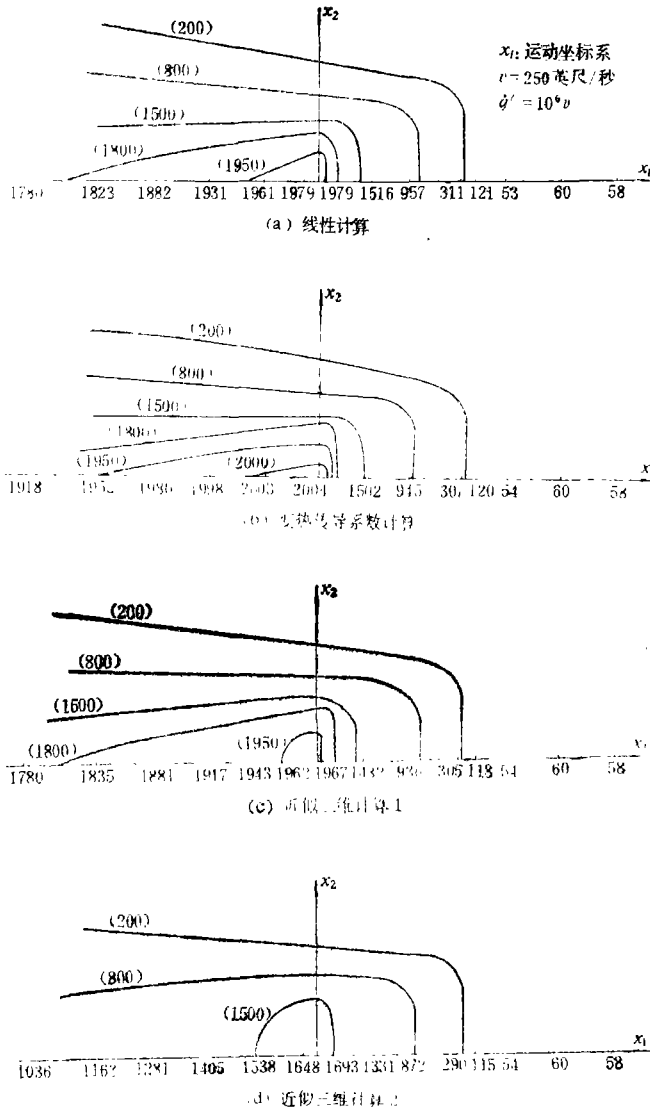


图 7

三维计算，热辐射和热交换均须考虑；

3) 在近似三维处理 1 中，对于较厚的板（本计算中取 0.39 英寸），热辐射和热交换的影响，对低速仍是明显的，对高速不明显。对中速情况，高温时热传导系数的降低和热辐射、热交换的影响，这两种相反的影响有时会相互抵消，这由图 6(c)，图 7(c) 明显看出，此时三维近似计算 1 和二维线性计算的结果颇为接近。因此对于中速较厚的板，在工程计算中，用二维线性理论，可以得到足够的精度；

4) 热源内部的最高温度区，当 $v=0$ 时在中心，随 v 的增加，逐渐往后部移动，当 v 为 2500（英尺/秒）时，已移至热源后部边界和尾区之中。热源前方的温度随速度增加，逐渐地降到零；

5) 除去热源和其尾区（后方地区）外，其余地方随着速度的增高温度均逐渐降到零， $v=2500$ （英尺/秒）时已很明显，这表明高速的绝热性质。

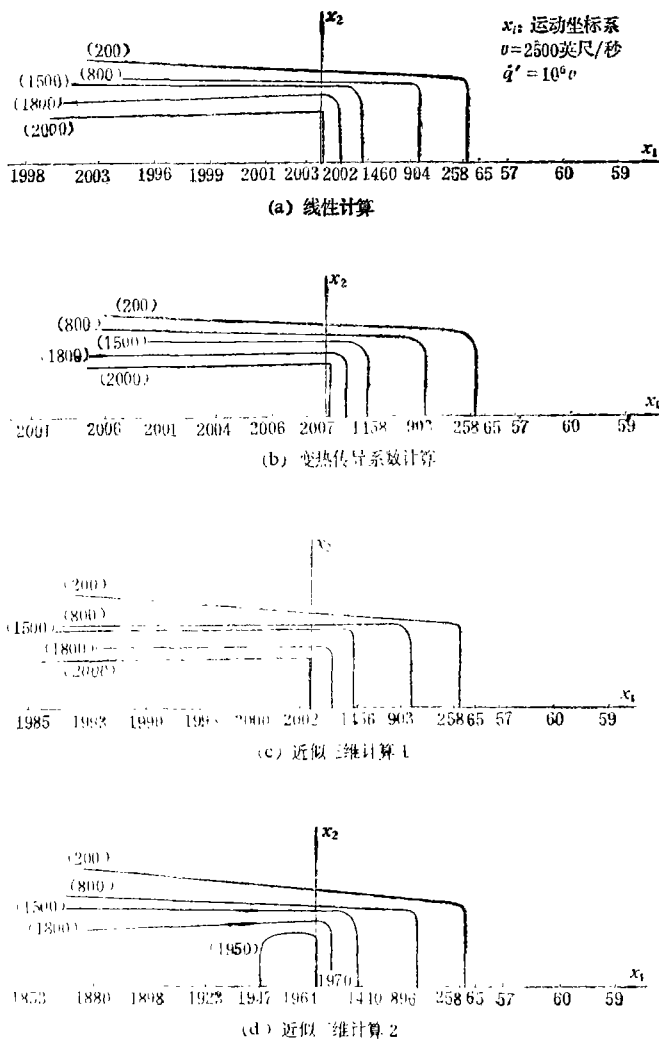


图 8

III、奇性热源场

图 9 表明一奇性热源场。单元仍和图1(b)相同，但热源强度大致反比于离点1的距离(模拟 $1/r$ 的奇性)。当 $v=250$ (英尺/秒)时点1温度随时间的变化曲线由图3(c)上的虚线表示。点1的定常温度大体和均匀热源相同，但热源的总强度仅是均匀热源的 $1/4, 3$ 。图 10 表示在不同速度情况下奇性热源引起的在运动坐标系中的等温线分布(线性计算)。由图 10 知，由于奇性热源在个别小地区，如点1，热源强度高，最高温度值随速度的变化比均匀热源场更为显著，达到定常温度的时间也更短。

这种奇性热源场的性质也可用尺寸小几个量级的更强的均匀热源场来讨论。这种奇性热源场的讨论，对裂纹动态扩展有一定的意义。

IV、流出热源的热流

沿热源边界作一围线 Γ ， Γ 随同热源一起运动(图1(b))。表2和图11表示定常状态流出

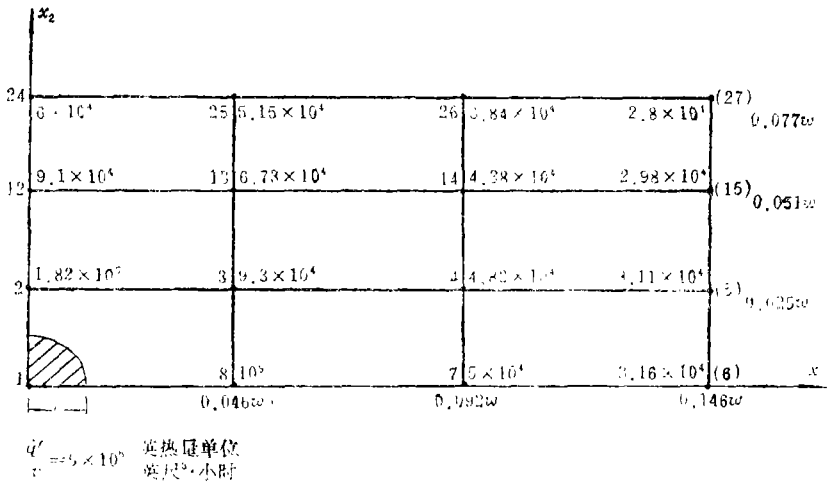


图 9

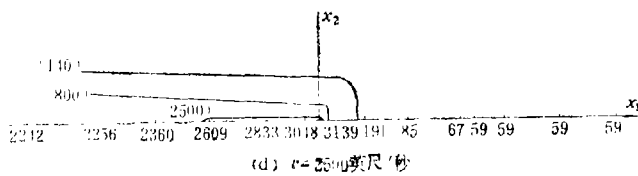
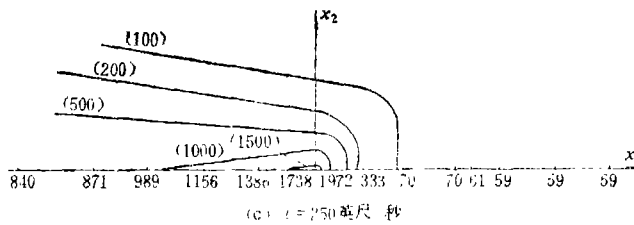
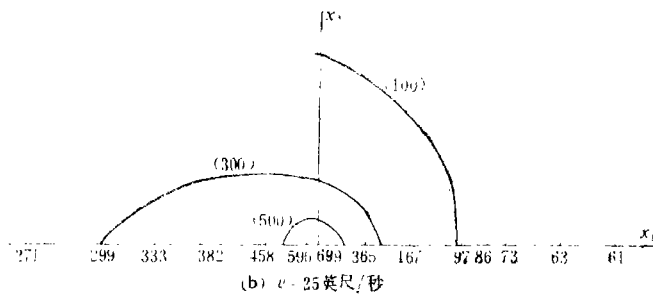
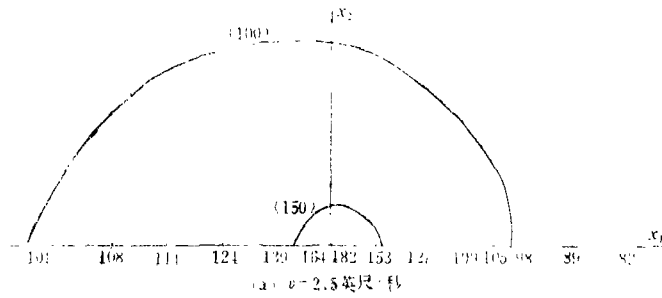


图 10

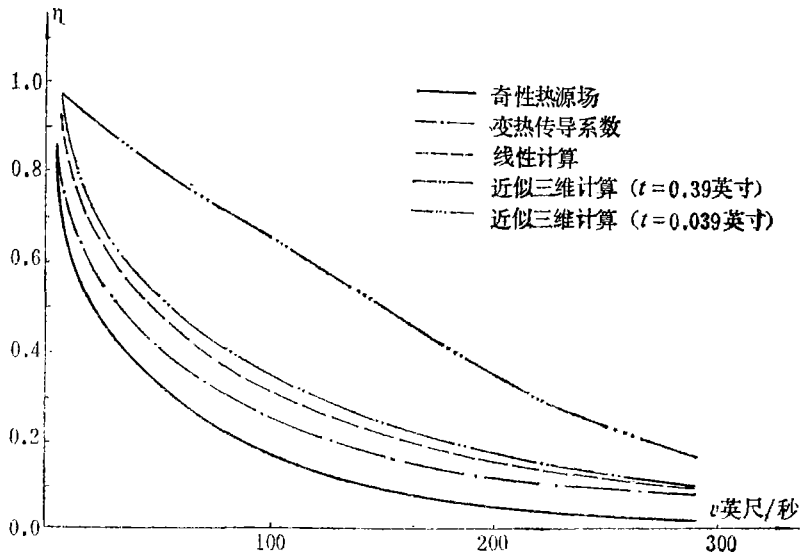


图 11

表 2

 η 值表

η \ v(英尺/秒)	2.5	25	250	2500
二维线性	0.9398	0.4857	0.1014	0.0179
变热传导系数	0.8828	0.3963	0.0884	0.0150
近似三维计算 1	0.9583	0.5140	0.1043	0.0167
近似三维计算 2	0.9857	0.8009	0.2203	0.0315
二维奇性热源	0.8861	0.3120	0.0278	0.00405

Γ 的热流和热源的总强度 (单位时间内产生的总热量) 的比值 η 随热源速度、热源型式和计算方法之间的关系。

η 愈小, 表示热源产生的热量用于加热本身的热量愈多, 传播到周围介质中去的愈少, 因而愈接近于绝热状态。反之, η 愈大, 愈接近于静态热传播, 各向同性传播。由表2和图11可知, 高速时 η 极小, 接近绝热状态。

五、动态裂纹扩展

在动态裂纹扩展问题中, 裂纹端部的过程区存在严重的非弹性变形, 其变形功的大部分转化为热能, 所以过程区相当于一热源。因而以前各节的讨论都可用来研究裂纹端部区的温度场。本节中仅对线性计算的情况作一较详细的讨论, 其它各种计算, 读者可以类推。

测量和理论分析表明^{[2][4]}, 结构钢板裂纹扩展时, 单位表面积的裂纹扩展, 其表面能和非弹性散逸能之和的量级约为 10^5 焦耳/米², 即约为 8.805 英热单位/英尺²。在下面的计算中, 设为 17 英热单位/英尺² (即约为 2×10^5 焦耳/米²)。

对于矩形热源, 定常状态下的线性分析, 我们有^{[2][4]}

$$(T - T_0)_{\max} = Q\beta(\psi, d) / (2\delta\rho c) \tag{5.1}$$

式中 $\psi = v\delta/2\alpha$ ，系数 β 是 ψ 和 d 的函数。 2δ 为热源矩形宽， d 为矩形长（图12）。 α 是温度传导系数（ $=k/\rho c_2$ ）， Q 为裂纹扩展单位表面积时放出的热量。利用本文前面的数值计算方法，我们得到 $\beta-\psi$ 曲线如图12。对 $d=4\delta$ （长矩形）， $d=2\delta$ （方形）， $d=\delta$ （高矩形）三种情形的计算表明， $\beta-\psi$ 曲线虽有差别，但不是非常显著的。由此可以推知，热源的形状对 $\beta-\psi$ 曲线有一些影响，但不是十分重要的，通常可以用方形作代表，已经足够。但要说明的是，图12的 β 曲线所指明的 $(T - T_0)_{\max}$ 在热源中对不同速度是在不同点出现的。读者可以在前面的计算和分析中可得到它们的关系。

由图12知，当 $\psi \rightarrow 0$ ， β 亦趋于0，因此 $\beta \cdot Q/2\delta$ 的奇性对二维线性计算，其量级小于 $1/r$ ，

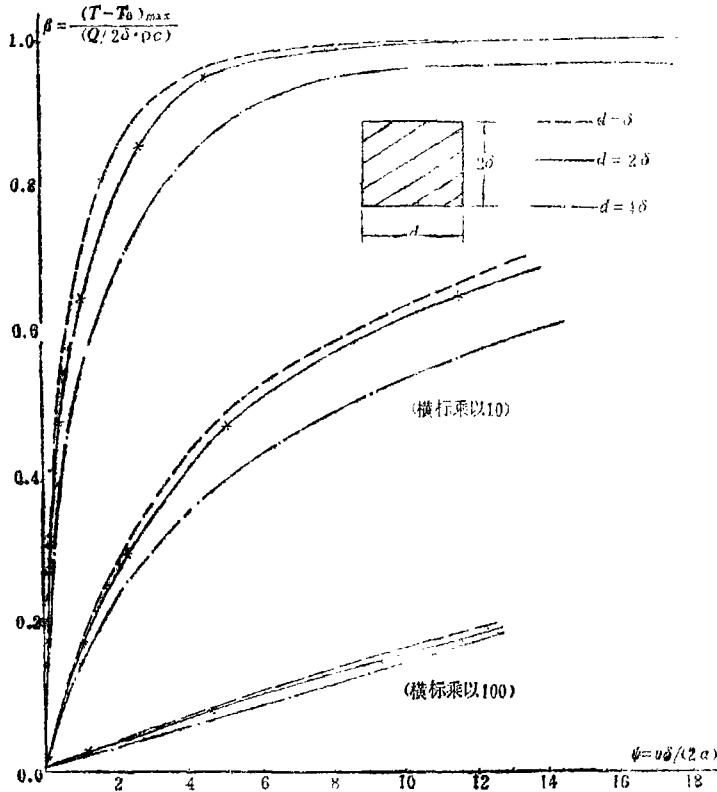


图 12

正如理论分析表明的，对点热源只具 $1/r$ 的奇性。因此，在讨论过程区的温度场时，必须注意到这一特点。Weichert 和 Schönert 恰恰忽视了这一点，因而使他们对过程区的温度估计过高。

图13表示对结构钢，方形热源， $Q=17$ （英热单位/英尺²）所算出的 $(T - T_0)_{\max}$ 和 δ 的关系。裂纹动态扩展速度小于 $0.6c_2$ ， c_2 为剪切波速，因而图13上 $v=0.6c_2$ 的这条曲线实际是温度可达到的上限曲线。

对通常的结构钢，晶粒尺寸大体在 $10\mu\text{m}$ 以上，裂纹端部的强烈变形区约为晶粒的量级。由图13查出，如取 $\delta=10\mu\text{m}$ ，则 $(T - T_0)_{\max}$ 约为 1230°F （ 666°C ）。即使把 δ 取为 $1\mu\text{m}$ ，也只有 1660°F （ 904°C ）。在现实问题中，小于 $1\mu\text{m}$ 的热源是难以想像的，而且这已超出连续介质力学的问题，非本文的分析所能解决的。

前面提到的接近 $1/r$ 奇性的奇性热源场, 在相同的 Q 下, 温度比均匀热源场, 约可提高数倍. 然而对于结构钢这种塑性较好的材料, Q 值较大, 裂纹尖端必然钝化, 从而 r 只能取有限值, 虽然很小, 也可能是几个 μm . 这一讨论表明, 在连续介质的热传导理论范围内, 动态裂纹扩展时, 端部区的温度, 对结构钢而言, 也难以超过 1000°C 或 1832°F .

上述讨论, 并不排斥动态裂纹扩展中, 由于分子或原子取得足够的能量而辐射出某种光, 但这毕竟不能大到 μm 级的量级体积内发光, 不能在连续介质的意义上, 形成特高的温度.

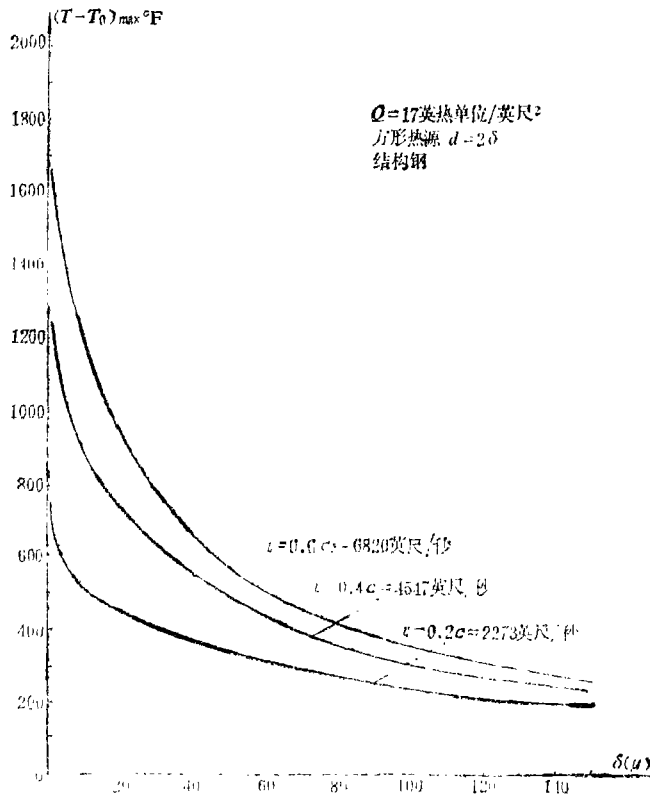


图 13

参 考 文 献

- [1] Schönert, K. and R. Weichert, *Chem. Ing. Technik*, 41 (1969), 295.
- [2] Weichert, R. and K. Schönert, *J. Mech. Phys. Solids*, 22 (1974), 127.
- [3] Weichert, R. and K. Schönert, *Q. Jl. Mech. Appl. Math.*, XXXI, pt.3, (1978), 363.
- [4] Weichert, R. and K. Schönert, *J. Mech. Phys. Solids*, 26 (1978), 151.
- [5] Döll, W., *Int. J. Fra.* 12 (1976), 595.
- [6] Rice, J. R., *Proc. 1st Int. Congr. Fract.*, Editors: T. Yokobori, et al., Japanese Soc. for Strength and Fract., Tokyo, 1 309.
- [7] Eckert, E. R. G. and R. M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill (1972).
- [8] Mathe, K. J. and R. Koshgoftar, *Nuclear Eng. and Design*, 51 (1979), 389.

- [9] Atluri, S. N., T. Nishioka and M. Nakagaki, *Nonlinear and Dynamic Fracture Mechanics*, Edited by N. Perrone and S. N. Atluri, *ASME AMD-Vol.* 35, p37.
- [10] Nishioka, T. and S. N. Atluri, *J. Appl. Mech.* 47 (1980), 570.
- [11] Brickstad, B., *J. Mech. Phys. Solids*, 31 (1983), 307.

A Finite Element Analysis for the Temperature Field Produced by a Moving Heat Source

S. N. Atluri

(*Georgia Institute of Technology, USA*)

Kuang Zhen-bang

(*Xi'an Jiaotong University, Xi'an*)

Abstract

Using moving mesh finite element method, we discuss the temperature field produced by a moving heat source with the variable thermal conductivity and with the radioactive and convective boundary conditions in a wide range of the velocity. The temperature-time relationships at various velocities in the static and moving coordinate systems are studied. The steady-state temperature distributions at various velocities in the moving coordinate systems are given. The temperature field produced by the plastic deformation at the process region (a region very near the crack tip) is also studied, and the results show that the highest temperature at the process region is lower than 1000°C or 1832°F.