

# 蜂窝夹层结构的最优参数选择\*

周 祝 林

(上海玻璃钢研究所, 1981年1月3日收到)

## 摘 要

本文把夹层结构的最轻重量作为目标函数, 在给定的强度和刚度的约束条件下, 求出蜂窝夹层结构的四个最优参数(面板厚度 $t_f$ , 蜂窝芯子厚度 $h_c$ , 蜂壁厚度 $t_s$ , 蜂格边长 $c$ )。在强度约束条件时, 最后求解一个高次方程。在刚度约束条件时, 用待定参数求极值的方法把约束极值问题化为无约束极值问题。文中对结果也进行了讨论。

## 一、前 言

蜂窝夹层结构是夹层结构中应用最广泛的一种, 它是把材料制成薄壁构件而组成的结构材料, 其特点就是充分发挥材料性能, 各有分工, 物尽其用, 因而具有高的比强度、比刚度等优点<sup>[1]</sup>。为了进一步发挥材料的性能, 蜂窝夹层结构的最优参数选择是一个重要的课题。所谓蜂窝夹层结构的参数, 是指几何尺寸参数, 如图1、2所示, 面板厚度 $t_f$ , 芯子厚度 $h_c$ , 蜂格边长 $c$ , 蜂壁厚度 $t_s$ , 及蜂窝形状参数 $d/c$ ,  $\theta$ 。一般采用正六边形蜂窝, 即 $d/c=1$ ,  $\theta=60^\circ$  (至于 $d/c$ ,  $\theta$ 的选择在资料[4]中已有介绍), 因此, 剩下四个参数。

使用夹层结构的目的是主要是要得到高的比强度、比刚度, 即是在达到设计技术要求的前提下, 使结构产品重量最轻。

本文不讨论结构产品的最优设计, 仅讨论在结构整体设计好和求出最危险区域截面的内

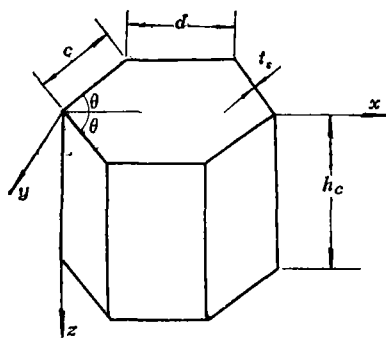


图1 蜂窝芯子几何形状

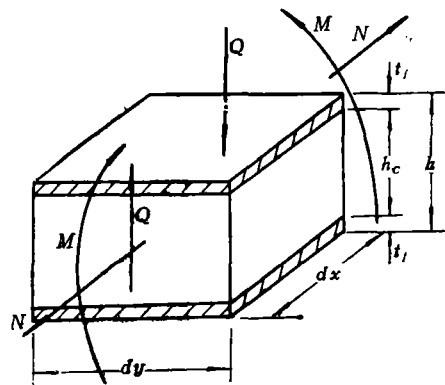


图2 蜂窝夹层板单元体的受力简图

\* 钱伟长推荐。

力后, 如何合理地选择上述四个参数, 使夹层结构单位面积的重量最轻. 分析的对象如图 2 所示. 为着重说明分析方法, 只考虑一向受力.

## 二、夹层结构最优设计概述

自出现和应用夹层结构以来, 就存在着最优设计的问题. 最优设计是建立在夹层结构性能和计算理论的基础上. 夹层结构的计算理论, 根据不同的假设大致可分三类<sup>[7]</sup>. 一般初步设计往往采用简化的计算方法, 即假设面板只承受拉压应力, 芯子只承受剪应力, 并且剪应力沿着芯子厚度是均匀分布的. 芯子在垂直面板方向, 在整体问题中当作无限刚度; 在面板局部问题时, 当作有限刚度. 芯子在平面内的拉压刚度近似地认为零.

夹层结构最优参数选择有二个方法: 一是分解法, 二是一般法 (也称综合法). 要达到真正的最优设计, 最合理的方法应是综合法, 但目前还有困难. 目前仍用分解法, 分解为各部件, 各种受力状态, 分别进行优选, 然后用“更迭法” (method of alternate steps) 逐步接近, 达到综合的目的.

结构最优设计是解一个约束最优化的数学问题, 约束就是结构的整体性 (刚度、强度等), 局部强度, 刚度, 部件间的连接, 材料的强度准则, 以及与制造工艺有关的要求, 其目标函数就是结构重量最轻.

夹层结构最优参数选择问题, 以图 2 的受力单元为例, 就是在

$$\sigma_f \leq \sigma_B \text{ 或 } \sigma_P \quad (2.1)$$

$$t_f \geq t_f^0 \quad (2.2)$$

$$h_o \geq h_o^0 \quad (2.3)$$

$$\sigma_f \leq k_1 \sqrt[3]{E_f E_o G_o} \quad (\text{面板皱曲}) \quad (2.4)$$

$$\sigma_f \leq k_2 E_f (t_f/c)^2 \quad (\text{面板酒窝型屈曲}) \quad (2.5)$$

$$\tau_o \leq k_3 E_s (t_s/c)^3 \quad (\text{蜂窝芯子剪切强度}) \quad (2.6)$$

的约束下, 使夹层结构单位面积重量

$$W = 2t_f \rho_f + h_o \rho_o + W_r \quad (2.7)$$

最轻.

对于蜂窝夹层结构, 并假设是正六边形, 则上述(2.4)、(2.7)式, 可以改写为:

$$\sigma_f \leq k_4 \sqrt[3]{E_f E_s G_s} (t_s/c)^3 \quad (2.4)'$$

$$W - W_r = 2t_f \rho_f + k_p \rho_s h_o (t_s/c) \quad (2.7)'$$

面板正应力和芯子剪应力在上述假设下按下列式子计算:

$$\sigma_f = \frac{N}{2t_f} \pm \frac{M}{t_f(h_o + t_f)} \quad (2.8)$$

$$\tau_o = \frac{Q}{h_o} \quad (2.9)$$

上述(2.1)~(2.9)式中,  $k_1, k_2, k_3$ 是屈曲系数<sup>[4][6]</sup>.  $k_1$ 与面板的初波纹度、芯子和胶层性能等有关, 在0.05~0.32范围. (2.4)'式中的  $k_4$ 为  $k_1 \sqrt[3]{\alpha_B \alpha_G}$ ,  $\alpha_B, \alpha_G$ 是蜂窝芯子平均弹性常数公式中的系数<sup>[1][4]</sup>.  $k_2, k_3, k_4$ 有方向性.  $k_2$ 对于经向为0.6, 对于纬向为0.45 (面板用玻璃布交叉铺设时)<sup>[6]</sup>.  $k_3$ 对于经向约为7, 对于纬向约为4<sup>[6]</sup>.  $k_4$ 对于经向约为1.1, 对于纬向约为0.96.  $E_f$ 是面板的弹性模量;  $E_s, G_s$ 是蜂壁材料的弹性常数;  $E_o, G_o$ 是蜂窝

芯子平均折算弹性常数;  $\rho_f, \rho_s$  是面板和蜂壁材料的容重;  $\rho_c$  是蜂窝芯子的平均容重;  $\sigma_P, \sigma_B$  是面板材料的比例极限, 压缩强度;  $t_f^0$  是面板最小可行厚度;  $h_c^0$  是蜂窝芯子最小可行厚度。

约束(2.1)~(2.3), 在最优过程中先不介入, 待求出最优的  $t_f, h_c$  后, 与(2.2), (2.3) 式比较, 符合者就采用, 不符合者, 就采用  $t_f^0, h_c^0$ 。最后要用(2.1) 式进行校核, 符合者, 最优参数选择完毕, 不符合者, 重新选择。

若以受轴向压缩夹层柱的结构元件为例, 除上述约束外, 还要增加整体稳定性方面的约束:

$$\sigma_f \leq \frac{k_b \pi^2 D}{2t_f l^2 (1+V)} \quad \text{或} \quad N \leq \frac{k_b \pi^2 D}{l^2 (1+V)} \quad (2.10)$$

$$\text{或} \quad \sigma_f \leq \frac{\sigma_+}{\varphi} \quad (2.11)$$

式中

$$D = \frac{E_f}{12} (h^3 - h_c^3) \quad (2.12)$$

$$V = \frac{k_b \pi^2 D}{l^2 h_c G_c} \quad (2.13)$$

$k_b$  为柱的屈曲系数, 当两端铰支时为1, 两端固支时为4。  $\sigma_+$  是胶层的拉伸强度,  $\varphi$  是计及夹层柱初曲率, 以胶层强度控制的一个系数<sup>[6]</sup>。

一根夹层柱或一块夹层板, 最优设计应该是变厚度面板, 变厚度、变刚度的夹芯<sup>[11]</sup>。针对目前玻璃钢蜂窝夹层结构成型工艺的实际情况, 以下讨论仅限于等厚度。除上述简化的假设外, 还假设:

- (1) 两块面板材料相同, 厚度相同。
- (2) 面板性能与面板厚度无关。
- (3) 面板材料是线性弹性, 拉、压性能一样, 正交各向异性轴与柱轴平行。
- (4) 芯子是各向异性的, 但在运算过程中不计及各向异性, 仅在最后结果中代入各向性能。
- (5) 由上面的简化假设, 芯子在平面内不受力。
- (6) 在最优过程中, 结构元件尺寸, 材料性能, 均当作常量。

### 三、强度条件下的最优参数选择

如图2所示的受力单元, 要选择最优参数, 这是夹层结构在纯强度约束下的结构最优问题。这就是在(2.1)~(2.6)式条件下求(2.7)式最小的极值问题。以下分几种情况进行分析。

#### 1. 仅 $M, Q$ 作用时, 即是一般横向弯曲问题

由(2.6), (2.9)式求得:

$$h_c = \frac{Q}{k_s E_s (t_s/c)^3} \quad (3.1)$$

为了计算方便, 把(2.8)式进一步简化为:

$$\sigma_f = \frac{1}{t_f} \left( \frac{N}{2} + \frac{M}{h_o} \right) \quad (2.8)'$$

由(2.4)', (2.8)'式, 令 $N=0$ , 并用(3.1)式代入, 最后求得:

$$t_f = \frac{Mk_3E_s}{Qk_4(E_fE_sG_s)^{\frac{1}{3}}} (t_s/c)^{\frac{7}{3}} \quad (3.2)$$

把(3.1), (3.2)式代入(2.7)'式, 并对 $(t_s/c)$ 求导, 最后求得:

$$t_s/c = \left[ \frac{3}{7} \frac{k_p\rho_s k_4 Q^2 (E_f E_s G_s)^{\frac{1}{3}}}{k_3^2 E_s^2 M \rho_f} \right]^{\frac{3}{16}} \quad (3.3)$$

求得 $(t_s/c)$ 后, 可按(3.1)、(3.2)式求得 $h_o$ ,  $t_f$ . 至于蜂格边长 $c$ , 根据(2.5)、(2.8)'式, 并用(3.1)、(3.2)式, 最后求得:

$$c = \frac{Mk_3}{Qk_4} \left( \frac{k_2 E_s}{k_4 G_s} \right)^{\frac{1}{2}} (t_s/c)^2 \quad (3.4)$$

## 2. $N, M, Q$ 同时作用时

由 $Q$ 的条件求得 $h_o$  (即(3.1)式) .

由(2.4)', (2.8)'式求得:

$$t_f = \frac{Nh_o + 2M}{2h_o k_4 (E_f E_s G_s)^{\frac{1}{3}}} (t_s/c)^{\frac{2}{3}} \quad (3.5)$$

把(3.1)式代入(3.5)式中的 $h_o$ 得:

$$t_f = \frac{1}{2k_4 Q (E_f E_s G_s)^{\frac{1}{3}}} [NQ(t_s/c)^{-\frac{2}{3}} + 2Mk_3 E_s (t_s/c)^{\frac{7}{3}}] \quad (3.6)$$

把(3.1)、(3.6)式代入(2.7)'式, 并对 $(t_s/c)$ 求导, 最后求得:

$$A_1 (t_s/c)^{\frac{13}{3}} - A_2 (t_s/c)^{\frac{4}{3}} - A_3 = 0 \quad (3.7)$$

式中:

$$A_1 = \frac{14Mk_3 E_s \rho_f}{3k_4 Q (E_f E_s G_s)^{\frac{1}{3}}}, \quad A_2 = \frac{2N\rho_f}{3k_4 (E_f E_s G_s)^{\frac{1}{3}}}, \quad A_3 = \frac{2Qk_p \rho_s}{k_3 E_s}$$

用材料性能及一组 $N, M, Q$ 代入后, 可以由(3.7)式用图解法或电子计算机求出 $(t_s/c)$ . 求出 $(t_s/c)$ 后, 就可以求出 $t_f$ ,  $h_o$ ,  $c$ ,  $t_s$ .  $t_f$ 用(3.6)式,  $h_o$ 用(3.1)式,  $c$ 根据(2.5)、(2.8)'式求得:

$$c = \sqrt{\frac{2k_2 E_s t_f^2 h_o}{Nh_o + 2M}} \quad (3.8)$$

## 四、刚度条件下的最优参数选择

夹层结构的整体稳定性或变形都与刚度直接有关. 以下先单从刚度条件说明最优参数选择, 然后用夹层柱说明整体稳定性, 局部稳定性, 强度的统一.

### 1. 弯曲刚度方面

根据不同的假设, 弯曲刚度有不同的计算公式. 根据上述假设, 夹层结构的弯曲刚度为:

$$D = \frac{E_f}{12\lambda} (h^3 - h_0^3) \tag{4.1}$$

当面板比较薄时，最简化的计算公式为：

$$D = \frac{1}{2\lambda} t_f E_f h_0^2 \tag{4.2}$$

式中  $\lambda = 1 - \mu_f^2$ ， $\mu_f$  为面板材料的泊松比。对于夹层柱，可认为  $\lambda = 1$ 。

由 (4.2) 式求得：

$$t_f = \frac{2D}{E_f h_0^2} \tag{4.3}$$

把 (4.3) 式代入 (2.7)' 式，并对  $h_0$  求导，求得：

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{8D\rho_f}{k\rho E_f \rho_s (t_s/c)}} \tag{4.4}$$

由此可见，在简化假设下，单从弯曲刚度是无法具体确定  $h_0$ ， $t_f$ 。只有在定下蜂窝参数  $t_s/c$  后，才能确定  $h_0$ ， $t_f$ 。

### 2. 轴向受压铰支夹层柱

对此问题采用上述先由约束条件求出各参数，然后代入重量公式求极值的方法较烦。可以采用待定参数求极值的方法，把有约束的极值问题化为无约束的极值问题来解决。在上述约束中先用与重量公式直接有关的几个，如 (2.4)'、(2.10) 式，在此两式中依次乘以待定参数  $\lambda$ ， $\mu$ ，合并到重量公式 (2.7)' 式中，得到新的函数  $\phi$ ：

$$\begin{aligned} \phi(t_f, h_0, t_s/c, \lambda, \mu) = & 2t_f \rho_f + h_0 k \rho \rho_s (t_s/c) + \lambda \left( \frac{\pi^2 D}{l^2 (1+V)} - N \right) \\ & + \mu \left[ k_4 (E_f E_s G_s)^{\frac{1}{3}} (t_s/c)^{\frac{2}{3}} - \frac{N}{2t_f} \right] \end{aligned} \tag{4.5}$$

现在，就是求函数  $\phi$  的无约束极值问题。求出函数  $\phi$  对参变量  $t_f$ ， $h_0$ ， $t_s/c$ ， $\lambda$ ， $\mu$  的偏导数，并令其为零，求得下列联立方程组 ((4.5) 式中  $D$  采用简化的 (4.2) 式， $V$  采用 (2.13) 式，在求导时，当作变量)：

$$\begin{cases} 2\rho_f(1+V)^2 + \lambda A h_0^2 = 0 & (a) \\ k\rho\rho_s(1+V)^2(t_s/c) + \lambda A t_f h_0(2+V) = 0 & (b) \\ k\rho\rho_s + \frac{2}{3}\mu k_4(E_f E_s G_s)^{\frac{1}{3}}(t_s/c)^{-\frac{1}{3}} = 0 & (c) \\ \frac{\pi^2 E_f t_f h_0^2}{2l^2(1+V)} - N = 0 & (d) \\ k_4(E_f E_s G_s)^{\frac{1}{3}}(t_s/c)^{\frac{2}{3}} - \frac{N}{2t_f} = 0 & (e) \end{cases}$$

式中

$$A = \frac{\pi^2 E_f}{2l^2}, \quad V = \frac{\pi^2 E_f t_f h_0}{2l^2 \alpha_0 G_s (t_s/c)} \tag{f}$$

由 (a)、(b) 两式中，(a) 式乘以  $k\rho\rho_s(t_s/c)$ ，(b) 式乘以  $2\rho_f$  后，两式相减求得：

$$\frac{t_f}{h_o} = \frac{k_p \rho_s (t_s/c)}{4 \rho_f \left(1 + \frac{1}{2} V\right)} \quad (4.6)$$

由(4.6), (d)式求得(因一般情况下,  $V$ 较小, 此时 $V$ 当作常数):

$$h_o = \left[ \frac{8 N l^2 \rho_f (1+V) \left(1 + \frac{1}{2} V\right)}{\pi^2 E_f k_p \rho_s (t_s/c)} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.7)$$

由(4.6)、(4.7)式求得:

$$t_f = \left[ \frac{N l^2 k_p^2 \rho_f^2 (1+V)}{8 \pi^2 E_f \rho_f^2 \left(1 + \frac{1}{2} V\right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} (t_s/c)^{\frac{2}{3}} \quad (4.8)$$

再由(e), (4.8)式求得:

$$t_s/c = \left[ \frac{\pi^2 N^2 \rho_f^2 \left(1 + \frac{1}{2} V\right)^2}{l^2 k_p^3 k_p^2 \rho_f^2 E_s G_s (1+V)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (4.9)$$

或

$$t_s/c = \left( \frac{\sigma_b^3}{k_p^3 E_f E_s G_s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)'$$

第一步设 $V=0$ , 由(4.9)式求得 $(t_s/c)$ 。若按(4.9)式求出的比(4.9)'式的小, 则把 $(t_s/c)$ 代入(f)式求得 $V$ , 代回(4.9)式, 重新求出 $(t_s/c)$ ; 若与第一次求出的 $(t_s/c)$ 相差不大, 就可以用此 $(t_s/c)$ 代入(4.7)、(4.8)式求出 $h_o$ ,  $t_f$ ; 若相差较大时, 应再求出 $V$ , 重新计算 $(t_s/c)$ , 直到相接近为止。若按(4.9)式求出的比(4.9)'式大时, 则采用(4.9)'式, 或说明采用蜂窝夹层结构不合理, 应采用实心的。

求出 $t_f$ ,  $h_o$ ,  $t_s/c$ 后, 至于 $c$ 的选择, 可由约束(2.5)求得:

$$c = \frac{l k_p \rho_s}{2 \pi \rho_f \left(1 + \frac{1}{2} V\right)} [k_2 (1+V)]^{\frac{1}{2}} (t_s/c) \quad (4.10)$$

由(4.10)式可见, 当选定 $t_s/c$ 后, 结构产品的尺寸越大, 蜂格边长可选取大一些, 反之, 取小一些, 这是合理的。实际使用的产品也如此。

(4.6)~(4.10)式适用于中等或较小的载荷条件, 当载荷较大时, 求得的 $t_f/h_o \geq 0.05$ 时, 弯曲刚度 $D$ 应该用(4.1)式。若采用(4.1)式, 求得最优的 $t_f/h_o$ 为(假设 $V=0$ 时):

$$\frac{t_f}{h_o} = \frac{1 - (1 - \rho_o/\rho_f)^{\frac{1}{2}}}{2(1 - \rho_o/\rho_f)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.11)$$

把(4.11)式代入重量公式(2.7)', 求得:

$$\frac{W_o}{W} = \frac{\rho_c (1 - \rho_o/\rho_f)^{\frac{1}{2}}}{\rho_f [1 - (1 - \rho_o/\rho_f)^{\frac{1}{2}}] + \rho_o (1 - \rho_o/\rho_f)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.12)$$

芯子重量 $W_o$ 所占的比例, 就不象 $D$ 采用(4.2)式时是夹层结构总重量 $W$ 的三分之二(当 $V=0$ 时)。当 $V \neq 0$ , 采用(4.2)式时为:

$$\frac{W_o}{W} = \frac{2+V}{3+V} \quad (4.13)$$

弯曲刚度 $D$ 采用(4.1)式, 求得其它最优参数为:

$$h_c = \frac{(1-\rho_o/\rho_f)^{\frac{1}{2}}}{[1-(1-\rho_o/\rho_f)^{\frac{2}{3}}]^{\frac{1}{3}}} \left[ \frac{12Nl^2(1+V)}{\pi^2 E_f} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.14)$$

$$t_f = \frac{1-(1-\rho_o/\rho_f)^{\frac{1}{2}}}{2[1-(1-\rho_o/\rho_f)^{\frac{2}{3}}]^{\frac{1}{3}}} \left[ \frac{12Nl^2(1+V)}{\pi^2 E_f} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.15)$$

对于重载荷情况，面板比较厚，因此蜂窝参数( $t_s/c$ )由(4.9)'式求得。求出 $t_s/c$ 后，按蜂窝芯子的容重公式：

$$\rho_o = k\rho_o(t_s/c)$$

代入(4.14)、(4.15)式，可求出 $h_c$ ， $t_f$ 。蜂窝边长，同样按(4.10)式计算。

### 五、讨 论

蜂窝夹层结构的参数  $t_f$ ， $h_c$ ， $t_s$ ， $c$  是外载荷、结构件尺寸、边界条件及材料性能的函数。用同样的材料，同样的边界条件时，仅是外载荷、尺寸的函数。以下对几种情况加以简单讨论：

(a) 若对  $t_f$ ， $h_c$  无限制时，则按(4.7)、(4.8)、(4.9)式或(4.14)、(4.15)式计算，就是如图3中的曲线①。当  $t_s/c$  很大时，即  $\rho_o \rightarrow \rho_f$  时，最优蜂窝芯子厚度  $h_c$  收敛到零，如图3中的C点，这时，按(4.15)式计算的就是实心板厚度的一半。

(b) 如果对  $t_f$  有最小的  $t_f^0$  限制，而所求得的  $t_f$  足够小时，则对应图3中的①、②曲线的交点B。这时蜂窝芯子厚度  $h_c$  按下式计算：

$$h_c = t_f^0 \left[ \sqrt{\frac{2Nl^2}{\pi^2 E_f (t_f^0)^3} - \frac{1}{3}} - 1 \right] \quad (5.1)$$

若面板最小厚度由面板的允许应力或极限强度  $\sigma_B$  控制，则面板最小厚度  $t_{f\min}$  为：

$$t_{f\min} = \frac{N}{2\sigma_B} \quad (5.2)$$

把(5.2)式代入(5.1)式中的  $t_f^0$ ，得：

$$h_c = \frac{N}{2\sigma_B} \left[ \sqrt{\frac{16\sigma_B^3 l^2}{\pi^2 E_f N^2} - \frac{1}{3}} - 1 \right] \quad (5.3)$$

可以看出，仅当

$$N < N_1 = \frac{2l\sigma_B}{\pi} \sqrt{\frac{3\sigma_B}{E_f}} \quad (5.4)$$

时，蜂窝芯子厚度才是正值。当  $N$  增加到  $N_1$  时，最优的芯子厚度收敛到零。即图3中由B点收敛到C点。

由(4.15)与(5.2)式相等的条件求得：

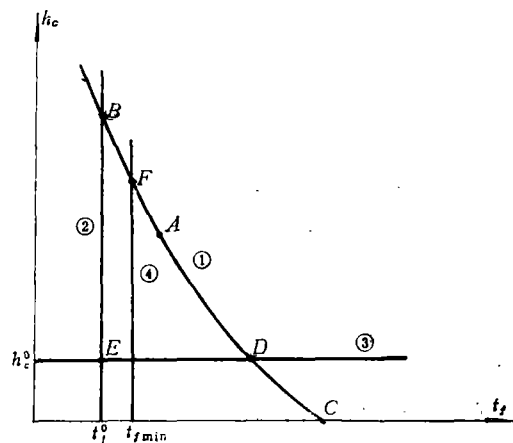


图3 铰支夹层柱，设计要求示意图

$$N_2 = \frac{[1 - (1 - \rho_o/\rho_f)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{3}{2}} (1 + V)^{\frac{1}{2}}}{[1 - (1 - \rho_o/\rho_f)^{\frac{3}{2}}]^{\frac{1}{2}}} N_1 \quad (5.5)$$

当 $N=N_2$ 时,按(4.15), (5.2)式求得的 $t_f$ 相同。当 $N < N_2$ 时,是由稳定控制,设计点落在曲线①上,最优参数由(4.7)~(4.10)、(4.14)、(4.15)式计算。当 $N_2 \leq N \leq N_1$ 时,设计点落在曲线①, ④的交点 $F$ 上,最优参数按(5.2)、(5.3)式计算。当 $N > N_1$ 时,最优设计是实心板。

(c) 对 $h_o$ 有最小的 $h_c^0$ 限制。当按(4.14)式计算的 $h_c$ 比 $h_c^0$ 小时, $h_c$ 由 $h_c^0$ 确定,设计点落在①, ③曲线的交点 $D$ 上。面板厚度 $t_f$ 为:

$$t_f = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{12NI^2}{\pi^2 E_f} + (h_c^0)^3 \right]^{\frac{1}{3}} - h_c^0 \right\} \quad (5.6)$$

(d) 对 $t_f$ ,  $h_c$ 都有最小 $t_f^0$ ,  $h_c^0$ 限制,而所求得的 $t_f$ ,  $h_c$ 是足够小时,设计点对应图3中②③直线的相交点 $E$ 。

### 参 考 文 献

- [1] 周祝林, 玻璃钢蜂窝夹层结构制造、性能和设计简介, 玻璃钢, 4 (1980), 26—37.
- [2] 南京大学, 《最优化方法》(1978).
- [3] 上海玻璃钢研究所, 《玻璃钢结构设计》(1980).
- [4] 上海玻璃钢研究所, 玻璃钢蜂窝夹层结构基本性能, 玻璃钢, 2 (1975), 13—54.
- [5] 周祝林, 蜂窝夹层板的极限强度, 力学学报, 1 (1983), 62—69.
- [6] 周祝林, 玻璃钢蜂窝夹层柱压缩的极限强度 (1979).
- [7] 中国科学院力学所, 夹层板壳的弯曲、稳定和振动 (1978).
- [8] AD 709656, Weight optimization of structural sandwich panels (1970).
- [9] AD 715989, Minimum weight structural sandwich (1970).
- [10] Alspaugh, D. W. and S. N. Huang, Minimum weight design of axisymmetric sandwich plates, *AIAA J.*, 14, 12 (1976).
- [11] Huang, S. N. and D. W. Alspaugh, Minimum weight sandwich beam design, *AIAA J.*, 12 (1974).
- [12] Stehlm, P. and L. Holsteinson, Minimum weight design of orthotropic sandwich panels loaded in compression and shear, FFA Report, 122.
- [13] Александров А. Я. и М. П. Наумова, Оптимальные параметры трехслойных пластин и пологих оболочек с сотовым наполнителем при сжатии, *Расчеты Элементов Авиационных Конструкций*, 4 (1965).
- [14] Turvey, G. J., Uniformly loaded simply supported, antisymmetrically laminated, cross and angle-ply strips on a winkler/pasternak foundation, *Aeronautical Journal* (1976), 222—226.
- [15] Turvey, G. J., Buckling of simply supported laminated plates on elastic foundations, *Aeronautical Journal* (1976), 530—535.



## Selection of the Optimum Parameters for Sandwich Construction with Honeycomb Core

Zhou Zhu-lin

(*Shanghai GRP Research Institute, Shanghai*)

### Abstract

The minimum weight of sandwich construction which is regarded as objective function has been discussed. Under given constraint condition of the strength or the stiffness, the four optimum parameters of sandwich construction with honeycomb core (thickness of the face  $t_f$ , thickness of the honeycomb core  $h_c$ , thickness of the honeycomb wall  $t_w$ , side length of the honeycomb cell  $c$ ) are evaluated. By using constraint condition of the strength, an equation of high degree is finally solved. In the constraint condition of the stiffness, the constraint optimization problem is treated as unconstrained optimization problem with the method of obtaining extreme value solution by undetermined parameter multiplication. Also, the results are discussed.