

神经脉冲传导的一种解与 动作势的稳定性*

唐文亮

(山西大学, 1982年6月10日收到)

摘 要

本文提出神经脉冲动作势所遵从的一种规律, 用普遍的形式——非线性耗散过程进行讨论. 在小耗散的情况下, 得到神经波是一种慢变振幅的孤立波; 在通常量级耗散的情况下, 证明了不能形成孤子, 而得到变幅的行波. 在过阻尼的情况下, 讨论了各种可能平衡动作势的稳定性及分叉现象.

一、神经脉冲动作势的一种描述

动物对于外界的刺激会作出快速的反应, 这种反应是通过神经来进行调整的, 作出反应的时间是毫秒到秒的量级. 动物的这种快速调整与反应明显地暗示着神经系统必然有以电的或磁的形式进行传递信息. 沿着神经纤维, 信息是以“动作势”或“峰势”的电脉冲按“整个一全无”的形式编码传导的. 解剖学与生理学的研究证明^[1], 动物体内有很多低频通道, 也有一些高频通道. 现已知道所有的神经纤维及细胞膜都是可以充电的, 生物电学的主要应用就是对神经脉冲传导的研究.

形象地可以把轴突表示为一个绝缘的圆柱壳体, 壳层的内外表面是可以充电的. 壳层内充满着一种导电介质(细胞浆), 它浸润在另一种蜂窝状的胶质中. 当轴突受到刺激时, 它的表面有一个跨膜的电势存在, 而且是一种特别式样的动作势. 刺激轴突的方法很多, 例如各种形状的电脉冲、冷热、化学变化、机械压力……等全都可以导致相同的现象发生. 一般说来动作势形成以后, 将沿着轴突由受刺激点向两个方向传导的, 不过由于“联会”的性质, 通常只是沿着一个方向传导的. 在一条轴突上的某个固定位置看跨膜势的变化如图1所示^[2]. 对于很弱的刺激, 局部反应会出现类似于峰势的起伏, 但较小, 只有当刺激增大到一定的阈值以后, 就有峰势形成并且沿着轴突以特征速度传导. 一旦这种势形成以后, 它的高度及形状基本上是不依赖于刺激的强度的, 如果两个亚阈激发紧相随, 将会出现一个动作势, 如果两次激发时间间隔稍远一些, 第一个局部反应会禁止第二个. 一般来说, 动作势沿神经纤维的传导速度约与纤维的直径成正比, 对于脊椎型动物, 这个速度约为0.7~2.3到50~160m/sec.

钠离子流会产生初始电流^[2], 钠离子浓度是膜内的大于膜外的, 它导致一个跨膜的钠电动势的存在. 今以 V 表示由静息跨膜势算起的势的变化, V_{Na} 表示由跨膜势算起的钠的势差,

* 杨桂通推荐.

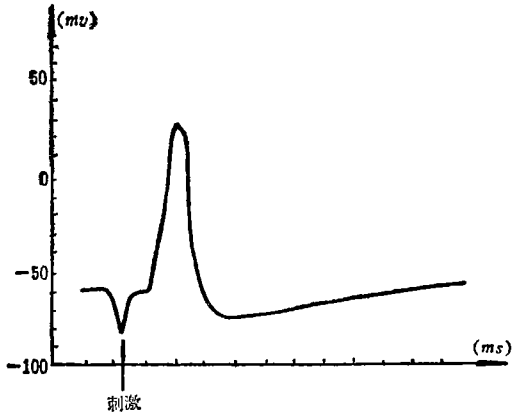


图 1

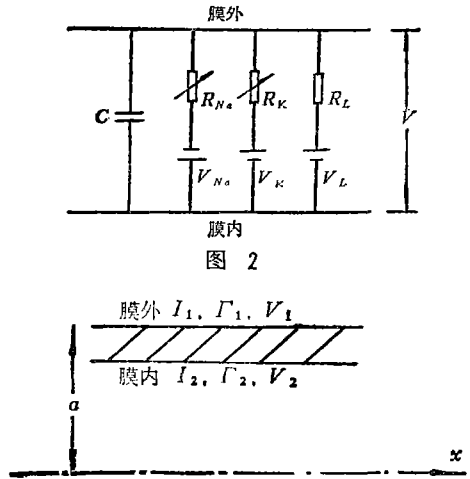


图 2

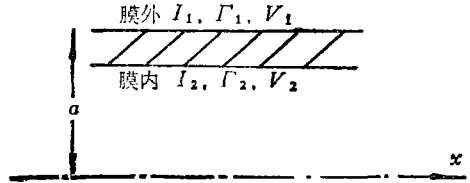


图 3

J_{Na} 表示钠的电流密度, σ_{Na} 表示钠的面积电导, 于是有

$$J_{Na} = \sigma_{Na}(V - V_{Na})$$

对于钾离子及其它离子类似地有

$$J_K = \sigma_K(V - V_K), J_L = \sigma_L(V - V_L)$$

假定渗透电导 σ_L 是常量, 而 σ_{Na} , σ_K 是势 V 及时间 t 的函数, 它们由微分方程

$$\left. \begin{aligned} \sigma_K &= \bar{\sigma}_K n^4 \\ \dot{n} &= \alpha_n - (\alpha_n + \beta_n)n \\ \sigma_{Na} &= \bar{\sigma}_{Na} m^3 h \\ \dot{m} &= \alpha_m - (\alpha_m + \beta_m)m \\ \dot{h} &= \alpha_h - (\alpha_h + \beta_h)h \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

来定, Hodgkin与Huxley⁽³⁾提出这些参量仍然是势 V 的函数:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_n &= 0.01(V+10) \left[\exp\left(\frac{V+10}{10}\right) - 1 \right]^{-1}, & \beta_n &= 0.125 \exp\left(\frac{V}{80}\right) \\ \alpha_m &= 0.1(V+25) \left[\exp\left(\frac{V+25}{10}\right) - 1 \right]^{-1}, & \beta_m &= 4 \exp\left(\frac{V}{18}\right) \\ \alpha_h &= 0.07 \exp\left(\frac{V}{20}\right), & \beta_h &= \left[\exp\left(\frac{V+30}{10}\right) - 1 \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

这些方程在资料数据简化上是成功的。

他们给神经细胞膜一个电路模型如图 2 所示

其中 C 是膜的电容 (单位是 F/cm^2), R 是电阻 (单位是 $\Omega \cdot cm^2$), 据此可以写出跨膜电流与动作势的规律为:

$$J = C \frac{\partial V}{\partial t} + \sigma_K(V - V_K) - \sigma_{Na}(V - V_{Na}) + \sigma_L(V - V_L) \quad (1.3a)$$

其中 J 是通过单位面积膜面的跨膜电流, 为了建立 J 与 V 的另一个关系, 我们把轴突圆柱壳层内外的电学量表示在图 3 中, a 是轴突的半径, Γ 与 I 分别表示电阻与电流. 根据 Ohm 定律:

$$\Gamma_a I_a = -\frac{\partial V_a}{\partial x} \quad (\alpha=1,2)$$

令跨膜电流 I 为

$$I \equiv \frac{\partial I_1}{\partial x} = -\frac{\partial I_2}{\partial x}$$

令跨膜势

$$V \equiv V_2 - V_1$$

由以上五式，可以得到：

$$J \equiv \frac{I}{2\pi a \cdot 1} = \frac{a}{2R} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad (1.3b)$$

式中 R 是膜的总电阻。联合 (1.3a) 与 (1.3b) 得

$$\frac{a}{2R} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = C \frac{\partial V}{\partial t} + \sigma_K (V - V_K) - \sigma_{Na} (V - V_{Na}) + \sigma_L (V - V_L) \quad (1.3)$$

于是动作势的规律就归结为求解方程组 (1.1)、(1.2) 与 (1.3)。但由于我们研究的动作势传导的时间为毫秒的量级，可以把方程组 (1.1) 与 (1.2) 简化，它们的解是

$$\begin{cases} n \approx 0.318 - \frac{V+10}{900} \\ m \approx (V+25) [25 + 4.87 \exp(0.16V)]^{-1} \\ h \approx 0.207 + 0.008V \end{cases}$$

这样，方程 (1.1)–(1.3) 就变为：

$$\frac{a}{2R} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = C \frac{\partial V}{\partial t} + \bar{\sigma}_K n^4 (V - V_K) - \bar{\sigma}_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) + \sigma_L (V - V_L)$$

或者写为更一般的形式

$$\frac{a}{2R} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = C \frac{\partial V}{\partial t} - \sigma(V) \cdot V \quad (1.4)$$

$\sigma(V)$ 是总电导，如果我们在 V 的平衡点展开 $\sigma(V)$ 为

$$\sigma(V) = \sigma_0 + \sigma_1 V + \sigma_2 V^2 \quad (1.5)$$

则方程 (1.4) 变为

$$\frac{a}{2R} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = C \frac{\partial V}{\partial t} - \sigma_0 V - \sigma_1 V^2 - \sigma_2 V^3 \quad (1.6)$$

这是一个非线性耗散过程。

二、小耗散的情形

设有行波 $V = \left(-\frac{x}{s} + t\right)$ 形的解，并且忽略 V 三阶以上的项，则方程 (1.6) 可变为

$$\dot{V} - \alpha_0 s^2 \dot{V} + \alpha_1 s^2 V + \alpha_2 s^2 V^2 = 0 \quad (2.1)$$

其中 $\alpha_0 \equiv \frac{2R}{a} C$, $\alpha_1 \equiv \frac{2R}{a} \sigma_0$, $\alpha_2 \equiv \frac{2R}{a} \sigma_1$

方程 (2.1) 的解在声学、血流动力学中已被讨论了，它具有扩张的孤波型式。如果假定介

质的耗散很小, 应用慢变振幅近似, 令

$$V = V_0(t) T(t) \quad (2.2)$$

其中 $T(t)$ 是慢变振幅, $V_0(t)$ 是没有耗散项的方程

$$\dot{V}_0 + s^2 \alpha_1 V_0 + s^2 \alpha_2 V_0^2 = 0 \quad (2.3)$$

的解, 把 (2.2) 式代入方程 (2.1), 并且计及方程 (2.3), 得到

$$T = 1 + \frac{\alpha_0}{\alpha_2} \frac{\dot{V}_0}{V_0^2} \quad (2.4)$$

零级近似, 有快孤波解为

$$V_0 = -\frac{3}{2} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{s\sqrt{-\alpha_1}}{2} (x-st) \right]$$

而

$$T = 1 + \frac{1}{3} \frac{s\alpha_0\sqrt{-\alpha_1}}{\alpha_1} \operatorname{sh} [s\sqrt{-\alpha_1}(x-st)]$$

所以有

$$V = -\frac{3}{2} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \frac{s\alpha_0\sqrt{-\alpha_1}}{\alpha_1} \operatorname{sh} [s\sqrt{-\alpha_1}(x-st)] \right\} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{s\sqrt{-\alpha_1}}{2} (x-st) \right]$$

这是一种慢变振幅的孤立波.

$$(\alpha_1 < 0)$$

三、一般耗散的情形

如果我们令 $V = V(\xi)$, $\xi = -\frac{x}{s} + t$, 则方程 (1.4) 变为

$$\frac{d}{d\xi} \left\{ \frac{a}{4Rs^2} \left(\frac{dV}{d\xi} \right)^2 + G(V) \right\} = C \left(\frac{dV}{d\xi} \right)^2$$

式中的 $G(V) \equiv \int V \cdot \sigma(V) dV$ 是 Galeev 势. 由于上式花括号内的量不守恒, 所以一般在有耗散的情形下, 动作势不能形成孤立子.

如果我们把方程 (1.6) 改写为

$$\frac{\partial V}{\partial t} = D \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{kV(\theta - V)}{\theta} \quad (3.1)$$

式中

$$D \equiv \frac{1}{\alpha_0}, \quad k \equiv \frac{-\alpha_1}{\alpha_0}, \quad \theta \equiv \frac{-\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{-\sigma_0}{\sigma_1}$$

这里我们已经忽略了 V 的三阶项. 对于方程 (3.1) 的线性化, 至今尚没有成功. 但是在它上附加一个额外项而得到的新方程, 却能够变为线性方程, 而且对于某些初值条件下, 这个额外项总是很小的. 所以在这些初始条件下, 新方程的解可以提供原来问题一个很好的近似. 利用这种思想, 用类似于 Montroll 方法, 可以获得方程 (3.1) 的近似解. 为了便于参考, 我们把有关的方程复录如下:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = D \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{2}{\theta - V} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] - \frac{kV(\theta - V)}{\theta} \quad (3.2)$$

通过变换

$$V(x, t) = \theta W / [e^{bt} + W] \quad (3.3)$$

可以把方程 (3.2) 变为

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$$

这个线性热传导方程的求解是众所周知的。我们仅限于讨论一些初值问题：在其中对于所有的 x ，都满足 $V(x, 0) \ll \theta$ 。即如果 $\theta \rightarrow \infty$ ，方程 (3.1) 与 (3.2) 有相同的形式

$$\frac{\partial V}{\partial t} = D \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - kx$$

而另一方面，由 (3.3) 式，有 $\lim_{t \rightarrow \infty} V(x, t) = 0$ 。这样，在早期与晚期，方程 (3.1) 与 (3.2)

在上述的初始条件下，都是等价的。

例 1 假设初值条件是近似 Gauss 分布，在刺激点 $x=0$ 附近，动作势为

$$V(x, 0) = \eta \theta \left[\eta + (1 - \eta) \exp\left(-\frac{x^2}{2l^2}\right) \right]^{-1}$$

$$\eta < 1, \quad l = \text{const.}$$

由 (3.3) 式，有

$$W(x, 0) = \frac{\eta}{1 - \eta} \exp\left(-\frac{x^2}{2l^2}\right) \quad (3.4)$$

满足初值条件 (3.4)，热传导方程的解是

$$W(x, t) = \eta l \left[(1 - \eta) (l^2 + 2Dt)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \exp\left(-\frac{x^2}{2(l^2 + 2Dt)}\right)$$

再用 (3.3) 式变为动作势 V 有

$$V(x, t) = \theta \eta l \left\{ \eta l + (1 - \eta) (l^2 + 2Dt)^{\frac{1}{2}} \exp\left[kt + \frac{x^2}{2(l^2 + 4Dt)}\right] \right\}^{-1} \quad (3.5)$$

当 k 变号以后，式 (3.5) 代表一个以速度 $2\sqrt{kD}$ 传导的波前，这表示神经脉冲的传导速度不依赖于初始刺激的分布。在解 (3.5) 中如果 k 变号，还可以把它改写为

$$V(x, t) = \frac{\theta}{2} e^{-y} \operatorname{sech} y$$

其中 $y = \frac{1}{2} \left\{ \ln \frac{1 - \eta}{\eta l} + \frac{1}{2} \ln (l^2 + 2Dt) - kt + \frac{x^2}{2(l^2 + 2Dt)} \right\}$

当 y 为常量时， $V(x, t)$ 代表一个行波。解 (3.5) 是方程 (3.1) 的一个很好的近似解。为此把 (3.5) 式代入方程 (3.2)，考察方程 (3.2) 右边三项对 $\frac{\partial V}{\partial t}$ 的贡献，有人对这三项

在区域： $|x^2 - 4Dkt^2| \ll 4Dt$ ， $x^2 - 4Dkt^2 \gg 4Dt$ ， $x^2 \ll 4Dkt^2$ 都研究过了，证明附加项

$2 \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 / (\theta - V)$ 对 $\frac{\partial V}{\partial t}$ 的贡献比之其它两项来说是不重要的。

例 2 强度为 θ 的针刺：

$$V(x, 0) = \theta \delta(x) [1 + \delta(x)]^{-1}$$

用 (3.3) 式，对 W 的初值为

$$W(x, 0) = \delta(x)$$

热传导方程的解是

$$W(x,t) = \frac{1}{2} (D \pi t)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{-x^2}{4Dt}\right)$$

再用 (3.3) 式得

$$V(x,t) = \theta \left\{ 1 + 2(\pi Dt)^{\frac{1}{2}} \exp\left(kt + \frac{x^2}{4Dt}\right) \right\}^{-1}$$

在 k 变号以后, 它也是一种变幅的行波.

四、大耗散的情形

由基本方程(1.4), 但是设想轴突的半径 a 很小, 而总电阻 R 很大, 这相当于过阻尼情形. 于是采用绝热消去法^[4], 方程 (1.4) 取近似形式

$$C\dot{V} = V \sigma(V)$$

计及展开 $\sigma(V)$ 后, 方程变为

$$C\dot{V} = \sigma_0 V + \sigma_1 V^2 + \sigma_2 V^3 \quad (4.1)$$

(1) 先忽略 V 的 3 阶项, 有

$$C\dot{V} = \sigma_0 V + \sigma_1 V^2 \quad (4.2)$$

考察不随时间变化的动作势, 即 $\dot{V} = 0$, 由上式得

$$\sigma_0 V + \sigma_1 V^2 = 0$$

它有 $V_1 = 0$, $V_2 = -\frac{\sigma_0}{\sigma_1}$

两个解, 用线性化方法考察以上两个平衡点 V_a , ($a=1,2$) 的稳定性, 令

$$V = V_a + \varepsilon \quad (4.3)$$

其中 ε 是扰动项. 对于 V_1 , 把 (4.3) 代入方程 (4.2) 中, 得到 ε 满足的方程

$$C\dot{\varepsilon} = \sigma_0 \varepsilon$$

$$\therefore \varepsilon \sim \exp\left(\frac{\sigma_0}{C} t\right)$$

由此可见当 $\sigma_0 > 0$ 时, 动作势的平衡值失稳, 而当 $\sigma_0 < 0$ 时, 动作势的平衡值是渐近稳定的. $\sigma_0 = 0$ 是临界情形, 当 σ_0 接近零时, 弛豫时间 C/σ_0 趋于无穷, 这是临界减慢现象, 扰动量 ε 衰减的非常慢. σ_0 是由钠钾及其它离子的浓度定的, 所以问题是调节 σ_0 来控制以上的各种现象. 对于动作势 V_2 , 有

$$C\dot{\varepsilon} = -\sigma_0 \varepsilon$$

$$\therefore \varepsilon \sim \exp\left(-\frac{\sigma_0}{C} t\right)$$

可见当 $\sigma_0 > 0$ 时 V_2 渐近稳定; $\sigma_0 < 0$ 时失稳; $\sigma_0 = 0$ 还是对应于临界现象. V_a 随参量 σ_0 的变化绘于图 4 中, 在 $\sigma_0 = 0$ 处平衡的动作势发生过渡.

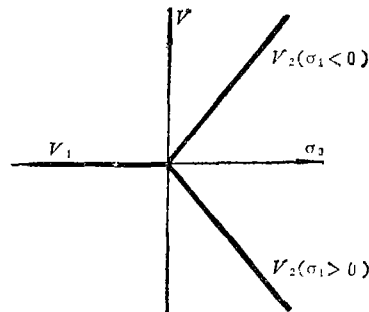


图 4

(2) 如果 $\sigma_1 = 0$, 则方程(4.1)变为

$$CV = \sigma_0 V + \sigma_2 V^3 \tag{4.4}$$

同样，有解

$$V_1 = 0$$

$$V_{2,3} = \pm \left(-\frac{\sigma_0}{\sigma_2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

为了明确起见，先设 $\sigma_2 > 0$ ，于是只在 $\sigma_0 < 0$ 时才有 $V_{2,3}$ 存在。关于动作势平衡值的稳定性，可令

$$V = V_\alpha + \varepsilon \quad (\alpha = 1, 2, 3)$$

对于 V_1 ，有

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{\sigma_0}{C} \varepsilon$$

$$\therefore \varepsilon \sim \exp\left(-\frac{\sigma_0}{C} t\right)$$

在 $\sigma_0 > 0$ ， V_1 失稳； $\sigma_0 < 0$ ， V_1 渐近稳定； $\sigma_0 = 0$ 是临界情形。

对于 $V_{2,3}$ ，有

$$\dot{\varepsilon} = \frac{2|\sigma_0|}{C} \varepsilon$$

$$\therefore \varepsilon \sim \exp\left(\frac{2|\sigma_0|}{C} t\right)$$

它永远是失稳的。但是当 $\sigma_2 < 0$ 时，则只在 $\sigma_0 \geq 0$ 时有解 $V_{2,3} = \pm (\sigma_0/|\sigma_2|)^{\frac{1}{3}}$

此时

$$\varepsilon \sim \exp\left(-\frac{2\sigma_0}{C} t\right)$$

则动作势 $V_{2,3}$ 永远是稳定的。动作势的平衡值 $V_\alpha (\alpha = 1, 2, 3)$ 随参量 σ_0 的变化如图5所示。当 σ_0 由负值向正值变化时，到临界点 $\sigma_0 = 0$ 处曲线出现分叉，这称为分支现象。它预示着在过阻尼的情形下，神经脉冲的动作势不是以单一形式存在的，可以控制外参量 σ_0 得到不同的稳定平衡的动作势

(3) 一般情形，由方程(4.1)出发，仍考察动作势的平衡值，有解

$$V_1 = 0$$

$$V_{2,3} = \frac{1}{2\sigma_2} \left(-\sigma_1 \pm \sqrt{\sigma_1^2 - 4\sigma_0\sigma_2} \right) \tag{4.5}$$

为了明确起见，假设 σ_1, σ_2 均为正值。 $V_{2,3}$ 对 σ_0 的依赖关系是一条抛物线，改写(4.5)式为

$$\left(\sqrt{\sigma_2} V_{2,3} + \frac{\sigma_1}{2\sqrt{\sigma_2}} \right)^2 = -\left(\sigma_0 - \frac{\sigma_1^2}{4\sigma_2} \right)$$

它的图象绘在图6中。关于 $V_\alpha (\alpha = 1, 2, 3)$ 的稳定性，仍用线性化来讨论，令 $V = V_\alpha + \varepsilon$ ，对

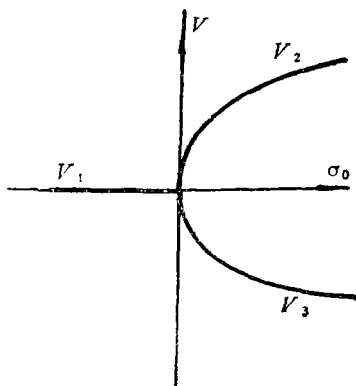


图 5

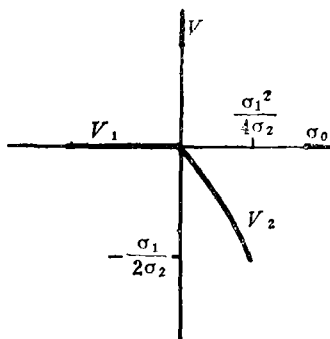


图 6

于 V_1 , 有 $\varepsilon \sim \exp\left(-\frac{\sigma_0}{C}t\right)$, 于是在 $\sigma_0 < 0$ 时有渐近稳定. 对于 $V_{2,3}$, 有

$$C\dot{\varepsilon} = f(\sigma_0)\varepsilon$$

其中

$$f(\sigma_0) \equiv \sigma_0 + 2\sigma_1 V_\alpha + 3\sigma_2 V_\alpha^2 \quad (\alpha=1,2) \quad (4.6)$$

有解

$$\varepsilon \sim \exp\left[\frac{f(\sigma_0)}{C}t\right]$$

稳定性的情形由 $f(\sigma_0)$ 来决定, 当 $f(\sigma_0) < 0$ 时才有渐近稳定; $f(\sigma_0) \approx 0$ 是临界减慢现象; $f(\sigma_0) = 0$ 时称 σ_0 为临界点. 把 V_α 代入 (4.6) 后得

$$f_{2,3} = -2\sigma_0 + \frac{1}{2} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2} \mp \frac{1}{2} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \sqrt{\sigma_1^2 - 4\sigma_0\sigma_2}$$

容易看出在 $0 \leq \sigma_0 \leq \frac{\sigma_1^2}{4\sigma_2}$ 区间内有 $f_2(\sigma_0) \leq 0$, 其它区域 $f_2(\sigma_0)$ 是正的; 而 $f_3(\sigma_0)$ 是单调递

减函数, 直到 $\sigma_0 = -\frac{\sigma_1^2}{4\sigma_2}$ 处变为零. 所以在 $\sigma_0 < 0$ 区域内, V_1 是稳定值, 当 $\sigma_0 = 0$ 时, V_1 失稳, $\sigma_0 > 0$ 时动作势取值为 V_2 .

类似地, 当 $\sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0$ 时动作势随 σ_0 的变化表示在图 7 中; $\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0$ 表示在图 8 中; $\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$ 表示在图 9 中.

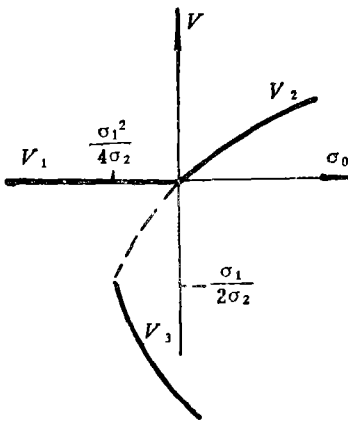


图 7 $\sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0$

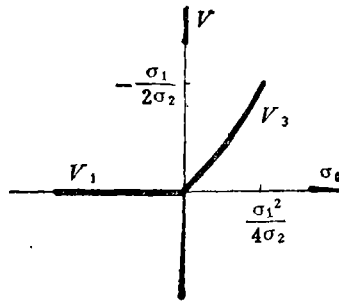


图 8 $\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0$

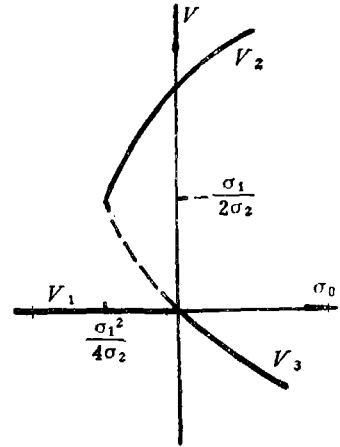


图 9 $\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$

神经脉冲传导的过程是相当复杂的, 但基本上是非线性弥散过程. 上面我们得到神经脉冲是一种慢变振幅的孤立波, 或者是一种速度不依赖于初始分布的行波, 这些结论定性地与实验观察是符合的. 至于分叉现象的可能性, 还有待进一步研究.

本课题是杨桂通教授提出的, 并对本工作给以关怀与鼓励, 特此表示衷心的感谢.

参 考 文 献

- [1] Maximow, A. A., Bloom William and D. W. Fawcett, *A Textbook of Histology*, 9th. ed., (1968).
- [2] Michael, A. Tribe, and R. Erant Michael, *Nerves and Muscle*, (1977).
- [3] Hodgkin, A. L. and A. F. Huxley, *J. Physiol*, 117:500(1952), and 128:28 (1955).
- [4] Hermann, Haken, *Synergetics*, (1977).

One Type of Solutions of Conduction of Nervous Pulses and the Stability of Action Potential

Tang Wen-liang
(*Shanxi University, Taiyuan*)

Abstract

This paper reports one type of laws which governs action potential of nervous pulses, and it is discussed by general form—nonlinear dispersive process. We find that the nervous wave is a slowly varying amplitude solitary wave in the small dispersive case. We prove that the soliton is not generated in the ordinary dispersion, but a travelling wave with varying amplitudes may be obtained. The stability of various possible action potential and bifurcation in overdamped case are also discussed in this paper.