

文章编号: 1000-0887(2004) 12-1278-07

# 功能梯度条硬币型裂纹扭转冲击响应<sup>\*</sup>

冯文杰<sup>1</sup>, 李向国<sup>1</sup>, 王守东<sup>2</sup>

(1. 石家庄铁道学院 力学与工程科学系, 石家庄 050043;

2. 石油大学 资源与信息学院, 北京 102200)

(本刊原编委杨桂通推荐)

**摘要:** 研究非均匀条中硬币型裂纹的扭转冲击问题。材料的剪切模量假定按特定的梯度变化。采用 Laplace 和 Hankel 变换将问题化为求解 Fredholm 积分方程, 通过将 Bessel 函数渐近展开获得裂纹尖端动态应力场。考查非均匀参数和功能梯度条高度对裂尖动态断裂行为的影响。动应力强度因子和能量密度因子的清晰表达式表明, 作为裂纹扩展力, 对于这里所研究的问题, 二者是等价的。动应力强度因子的数值结果显示, 增加剪切模量的非均匀参数可以抑制动应力强度因子的幅度, 而条形域的高度对动态断裂特性的影响较小。

**关键词:** 动应力强度因子; 扭转冲击; 硬币型裂纹; 功能梯度条; 积分变换; 能量密度因子

中图分类号: O346.1 文献标识码: A

## 引 言

近年来, 功能梯度材料(FGM)的研究受到广泛关注。从应用力学的角度看, 功能梯度材料是非均匀体, 其非均匀性对材料的力学性能有很大影响, 特别是当功能梯度材料构件带有某些缺陷时。目前, 已有很多关于功能梯度材料裂纹边值问题的报道<sup>[1~5]</sup>。但是, 这些研究大多集中在静态断裂问题<sup>[1~4]</sup>, 而有关功能梯度材料动态断裂问题的报道却很少<sup>[5]</sup>。事实上, 功能梯度材料制造的结构构件不可避免地要受到时变载荷的作用, 因此, 研究这类构件的动态断裂特性对于深入理解功能梯度材料破坏机理是十分必要的。另一方面, 目前大多数有关功能梯度材料裂纹问题的求解均假设材料在各个方向都是无限大的<sup>[1~5]</sup>, 但是从工程应用的角度来看, 却很少出现这种情况。

本文研究条形域功能梯度材料硬币型裂纹的扭转冲击问题。主要目的是获得功能梯度条裂纹尖端动态应力场, 并考查材料非均匀性和条高度对裂尖动态断裂特性的影响。

## 1 材料物性参数模型

对于功能梯度材料, 目前, 人们已提出一些关于剪切模量变化的模型, 例如, 文献[2]和[3]

\* 收稿日期: 2003\_01\_19; 修订日期: 2004\_07\_06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19772029); 河北省博士基金资助项目(B2001213)

作者简介: 冯文杰(1967—), 男, 河北泊头人, 教授, 博士(联系人。Tel: + 86\_311\_7936543; Fax: + 86\_311\_7936541; E\_mail: fengwj@sjzri.edu.cn)。

分别考虑了  $\mu(y) = \mu_0(1 + c|y|)$  和  $\mu(y) = \mu_0 e^{\alpha y}$  两种模型。最近,文献[4]和[5]采用模型  $\mu(z) = \mu_0(1 + \alpha|z|)^2$  分别研究了无限大硬币型裂纹和 Griffith 裂纹的裂尖应力场。

本文考虑图 1 所示功能梯度条,仍假设剪切模量  $\mu$  仅为  $z$  的函数,并且满足

$$\mu(z) = \mu_0(1 + \alpha|z|)^2, \quad (1)$$

式中,  $\alpha(\alpha > 0)$  为非均匀参数,  $\mu_0$  为  $z = 0$  平面上的剪切模量。

## 2 问题的描述

如图 1 所示,假设在高度为  $2h$  另外两个尺度为无限大的功能梯度条  $z = 0$  的平面上有一直径为  $2a$  的硬币型裂纹,裂纹面受扭转冲击作用。在柱坐标系下,令位移场分别用  $u_r$ 、 $u_\theta$  和  $u_z$  表示,则对于所研究的轴对称问题,有

$$u_r = u_z = 0, \quad u_\theta = u_\theta(r, z, t). \quad (2)$$

两个非零应力分量  $\tau_{\theta z}$  和  $\tau_{r\theta}$  为

$$\tau_{\theta z} = \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial z}, \quad \tau_{r\theta} = \mu \left[ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right], \quad (3)$$

其中  $\mu$  为剪切模量,并假定服从式(1)分布。

运动方程为

$$\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} +$$

$$\frac{\mu'(z)}{\mu(z)} \frac{\partial u_\theta}{\partial z} = \frac{\rho}{\mu(z)} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2}, \quad (4)$$

其中  $\mu'(z)$  为  $\mu(z)$  的导数,  $\rho$  为密度。

假设材料初始静止,在  $t = 0$  时刻,有一与  $r$  呈线性比例关系的扭转剪应力突加在裂纹面上,并保持恒定。因此边界条件为

$$\tau_{\theta z}(r, 0, t) = -\tau_0 H(t) r/a, \quad 0 \leq r < a; \quad t > 0, \quad (5)$$

$$u_\theta(r, 0, t) = 0, \quad r \geq a; \quad t > 0, \quad (6)$$

$$\tau_{\theta z}(r, \pm h, t) = 0, \quad r \geq 0; \quad t \geq 0, \quad (7)$$

式中,  $H(t)$  为 Heaviside 单位阶跃函数。

## 3 积分方程及其解

引进如下 Laplace 变换

$$u_\theta^*(r, z, p) = \int_0^\infty u_\theta(r, z, t) e^{-pt} dt, \quad (8)$$

$$u_\theta(r, z, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\text{Br}} u_\theta^*(r, z, p) e^{pt} dp, \quad (9)$$

其中 Br 表示 Bromwich 积分路径。将(9)代入(4)得

$$\frac{\partial^2 u_\theta^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^*}{\partial r} - \frac{u_\theta^*}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\theta^*}{\partial z^2} + \frac{\mu'(z)}{\mu(z)} \frac{\partial u_\theta^*}{\partial z} = \frac{\rho^2}{\mu(z)} u_\theta^*. \quad (10)$$

由于对称性,只需考虑  $z > 0$  的上半部分。引进如下第一阶 Hankel 变换

$$V(s, z, p) = \int_0^\infty u_\theta^*(r, z, p) J_1(sr) r dr, \quad (11)$$

$$u_\theta^*(r, z, p) = \int_0^\infty V(s, z, p) J_1(sr) s ds, \quad (12)$$

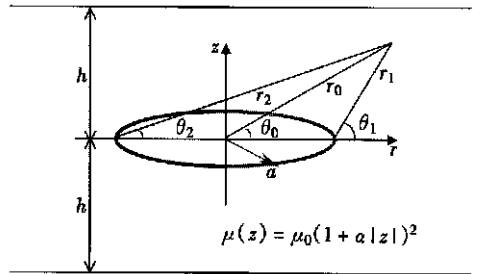


图 1 功能梯度条内含硬币型裂纹

式中  $J_1(\quad)$  为第一阶 Bessel 函数, 由方程(10)得

$$\frac{\partial^2 V(s, z, p)}{\partial z^2} + \frac{\mu'(z)}{\mu(z)} \frac{\partial V(s, z, p)}{\partial z} - \left[ s^2 + \frac{\rho^2}{\mu(z)} \right] V(s, z, p) = 0 \quad (13)$$

将式(1)代入式(13)得

$$\frac{\partial^2 V(s, z, p)}{\partial z^2} + \frac{2\alpha}{1+\alpha} \frac{\partial V(s, z, p)}{\partial z} - \left[ s^2 + \frac{\rho^2}{\mu_0(1+\alpha)^2} \right] V(s, z, p) = 0 \quad (14)$$

令

$$X = s(1+\alpha), \quad Y = (1+\alpha)^{1/2} V(s, z, p), \quad (15)$$

则式(14)可化为如下修正的 Bessel 方程

$$\frac{d^2 Y}{dX^2} + \frac{1}{X} \frac{dY}{dX} - \left[ \frac{1}{\alpha^2} + \frac{\beta^2}{X^2} \right] Y = 0, \quad (16)$$

其中

$$\beta = \sqrt{0.25 + \rho^2 / (\mu_0 \alpha^2)}. \quad (17)$$

利用方程(16)的解, 可将方程(14)的解表示为

$$V(s, z, p) = A(s, p)(1+\alpha)^{-1/2} I_\beta \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] + B(s, p)(1+\alpha)^{-1/2} K_\beta \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right], \quad (18)$$

其中  $I_\beta(\quad)$  和  $K_\beta(\quad)$  分别为第一阶和第二阶修正的 Bessel 函数. 将式(18)代入式(12), 得

$$u_\theta^*(r, z, p) = \int_0^\infty (1+\alpha)^{-1/2} \left\{ A(s, p) I_\beta \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] + B(s, p) K_\beta \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] \right\} J_1(sr) s ds. \quad (19)$$

由式(19)和(3), 可得 Laplace 变换域里的应力分量

$$\tau_{\theta}^*(r, z, p) = \mu(z) \int_0^\infty \left\{ -\frac{\alpha}{2} (1+\alpha)^{-3/2} \left[ A(s, p) I_\beta \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] + B(s, p) K_\beta \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] \right] + s(1+\alpha)^{-1/2} \left[ A(s, p) I_\beta' \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] + B(s, p) K_\beta' \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] \right] \right\} J_1(sr) s ds, \quad (20)$$

$$\tau_{r\theta}^*(r, z, p) = \mu(z) \int_0^\infty (1+\alpha)^{-1/2} \left[ A(s, p) I_\beta \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] + B(s, p) K_\beta \left[ (1+\alpha) \frac{s}{\alpha} \right] \right] \left[ s J_1(sr) - \frac{J_1(sr)}{r} \right] s ds. \quad (21)$$

在 Laplace 变换域里, 边界条件可写为

$$\tau_{\theta}^*(r, 0, p) = -\frac{\tau_0 r}{pa}, \quad 0 \leq r < a, \quad (22)$$

$$u_\theta^*(r, 0, p) = 0, \quad r \geq a, \quad (23)$$

$$\tau_{\theta}^*(r, h, p) = 0, \quad r \geq 0. \quad (24)$$

根据式(20)和(24), 有

$$A(s, p) = \frac{b(s, p)}{a(s, p)} B(s, p), \quad (25)$$

其中

$$b(s, p) = \frac{\alpha}{2}(1 + \alpha h)^{-3/2} K_{\beta} \left[ (1 + \alpha h) \frac{s}{\alpha} \right] - s(1 + \alpha h)^{-1/2} K_{\beta}' \left[ (1 + \alpha h) \frac{s}{\alpha} \right], \quad (26)$$

$$a(s, p) = -\frac{\alpha}{2}(1 + \alpha h)^{-3/2} I_{\beta} \left[ (1 + \alpha h) \frac{s}{\alpha} \right] + s(1 + \alpha h)^{-1/2} I_{\beta}' \left[ (1 + \alpha h) \frac{s}{\alpha} \right]. \quad (27)$$

由式(19)、(20)、(22)、(23)和(25),可得一组对偶积分方程

$$\int_0^{\infty} E(s, p) J_1(sr) ds = 0, \quad r \geq a, \quad (28)$$

$$\int_0^{\infty} sE(s, p) G(s, p) J_1(sr) ds = \frac{\tau_0 r}{\mu_0 p a}, \quad 0 \leq r < a, \quad (29)$$

其中

$$E(s, p) = sB(s, p) \left[ K_{\beta} \left( \frac{s}{\alpha} \right) + \frac{b(s, p)}{a(s, p)} I_{\beta} \left( \frac{s}{\alpha} \right) \right], \quad (30)$$

$$G(s, p) = \frac{\frac{\alpha}{2} \left[ K_{\beta} \left( \frac{s}{\alpha} \right) + \frac{b(s, p)}{a(s, p)} I_{\beta} \left( \frac{s}{\alpha} \right) \right] - s \left[ K_{\beta}' \left( \frac{s}{\alpha} \right) + \frac{b(s, p)'}{a(s, p)} I_{\beta}' \left( \frac{s}{\alpha} \right) \right]}{s \left[ K_{\beta} \left( \frac{s}{\alpha} \right) + \frac{b(s, p)}{a(s, p)} I_{\beta} \left( \frac{s}{\alpha} \right) \right]}. \quad (31)$$

对偶积分方程(28)和(29)可以采用 Copson 方法<sup>[6]</sup>求解,其解为

$$E(s, p) = \frac{4\tau_0 a^{5/2}}{3\sqrt{2\pi}\mu_0 p} \sqrt{s} \int_0^1 \sqrt{\xi} \Phi^*(\xi, p) J_{3/2}(s a \xi) d\xi, \quad (32)$$

其中  $\Phi^*(\xi, p)$  满足如下第二类 Fredholm 积分方程

$$\Phi^*(\xi, p) + \int_0^1 \Phi^*(\eta, p) M(\xi, \eta, p) d\eta = \xi^2. \quad (33)$$

式(33)的核函数  $M(\xi, \eta, p)$  为

$$M(\xi, \eta, p) = \sqrt{\xi\eta} \int_0^{\infty} s \left[ G \left( \frac{s}{\alpha}, p \right) - 1 \right] J_{3/2}(s\xi) J_{3/2}(s\eta) ds. \quad (34)$$

Fredholm 积分方程(33)可数值求解。

## 4 裂纹尖端动应力场

对(32)中的  $E(s, p)$  实施分部积分,得

$$E(s, p) = \frac{4\tau_0 a^{3/2}}{3\sqrt{2\pi}\mu_0 p} \frac{1}{\sqrt{s}} \left\{ -\Phi^*(1, p) J_{1/2}(sa) + \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\xi}} J_{1/2}(sa\xi) \frac{d}{d\xi} [\xi \Phi^*(\xi, p)] d\xi \right\}, \quad (35)$$

其中  $\Phi^*(1, p)$  是  $\Phi^*(\xi, p)$  在裂纹尖端  $\xi = 1$  处的值。由式(35)、(30)、(25)、(20)和(21),容易导出

$$\tau_{\theta}^*(r, z, p) = \frac{4\tau_0 a^{3/2} \mu(z)}{3\sqrt{2\pi}\mu_0} \frac{\Phi^*(1, p)}{p} \int_0^{\infty} -\sqrt{s} Q(s, p) J_{1/2}(sa) J_1(sr) ds + \dots, \quad (36)$$

$$\tau_{\theta}^*(r, z, p) = \frac{4\tau_0 a^{3/2} \mu(z)}{3\sqrt{2\pi}\mu_0} \frac{\Phi^*(1, p)}{p} \int_0^{\infty} -\sqrt{s} R(s, p) J_{1/2}(sa) J_1'(sr) ds + \dots, \quad (37)$$

其中

$$Q(s, p) = \frac{(1 + \alpha)^{-1/2} \left[ \overset{\cdot}{K}_\beta \left( (1 + \alpha) \frac{s}{\alpha} \right) + \frac{b(s, p)}{a(s, p)} \overset{\cdot}{I}_\beta \left( (1 + \alpha) \frac{s}{\alpha} \right) \right]}{K_\beta \left[ \frac{s}{\alpha} \right] + \frac{b(s, p)}{a(s, p)} \overset{\cdot}{I}_\beta \left[ \frac{s}{\alpha} \right]}, \quad (38)$$

$$R(s, p) = \frac{(1 + \alpha)^{-1/2} \left[ K_\beta \left( (1 + \alpha) \frac{s}{\alpha} \right) + \frac{b(s, p)}{a(s, p)} \overset{\cdot}{I}_\beta \left( (1 + \alpha) \frac{s}{\alpha} \right) \right]}{K_\beta \left[ \frac{s}{\alpha} \right] + \frac{b(s, p)}{a(s, p)} \overset{\cdot}{I}_\beta \left[ \frac{s}{\alpha} \right]}. \quad (39)$$

考虑  $s \rightarrow \infty$  处应力表达式(36)和(37)中积分的发散性, 将积分核较大的  $s$  值展开, 并考虑  $x \rightarrow \infty$  时  $\overset{\cdot}{K}_\beta(x)$  和  $K_\beta(x)$  的如下渐进特性

$$K_\beta(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} \left[ 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad (40)$$

$$\overset{\cdot}{K}_\beta(x) = -\sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} \left[ 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad (41)$$

可得应力的低阶项

$$\begin{aligned} \tau_{\theta}^*(r, z, p) &= \frac{4\tau_0 a \mu(z)}{3\pi \mu_0} \frac{\Phi^*(1, p)}{p} (1 + \alpha)^{-1} \int_0^\infty \sin(sa) e^{-sz} J_1(sr) ds = \\ &= \frac{4\tau_0 a}{3\pi} \frac{\Phi^*(1, p)}{p} (1 + \alpha) \int_0^\infty \sin(sa) e^{-sz} J_1(sr) ds, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta}^*(r, z, p) &= -\frac{4\tau_0 a \mu(z)}{3\pi \mu_0} \frac{\Phi^*(1, p)}{p} (1 + \alpha)^{-1} \int_0^\infty \sin(sa) e^{-sz} J_0(sr) ds = \\ &= -\frac{4\tau_0 a}{3\pi} \frac{\Phi^*(1, p)}{p} (1 + \alpha) \int_0^\infty \sin(sa) e^{-sz} J_0(sr) ds. \end{aligned} \quad (43)$$

注意到式(42)和(43)中的积分可改写为

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \sin(sa) e^{-sz} J_1(sr) ds &= \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}} \left\{ \frac{a}{r} \cos\left[\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)\right] - \right. \\ &\quad \left. \frac{z}{r} \sin\left[\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)\right] \right\}, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\int_0^\infty \sin(sa) e^{-sz} J_0(sr) ds = \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}} \sin\left[\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)\right]. \quad (45)$$

极坐标  $r_1, r_2, \theta_1$  和  $\theta_2$  的定义如图1,  $r = a + r_1 \cos \theta_1, z = r_1 \sin \theta_1$ . 将式(44)和(45)代入式(42)和(43), 并令  $\theta_2 \rightarrow 0, r_2 \rightarrow 2a$ , 得到裂纹尖端局部应力场

$$\tau_{\theta}^*(r_1, \theta_1, p) = \frac{K_{III}^*(p)}{\sqrt{2\pi r_1}} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + O(r_1^0), \quad (46)$$

$$\tau_{r\theta}^*(r_1, \theta_1, p) = -\frac{K_{III}^*(p)}{\sqrt{2\pi r_1}} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + O(r_1^0). \quad (47)$$

式(46)和(47)中,  $K_{III}^*(p)$  为 Laplace 变换域里的动应力强度因子, 其表达式为

$$K_{III}^*(p) = \frac{4}{3\pi} \tau_0 \sqrt{\pi a} \frac{\Phi^*(1, p)}{p}. \quad (48)$$

时域里的动应力强度因子可由下式求得

$$K_{III}(t) = \frac{4}{3\pi} \tau_0 \sqrt{\pi a} \frac{1}{2\pi i} \int_{Br} \frac{\Phi^*(1, p)}{p} e^{pt} dp. \quad (49)$$

时域里的动能量密度因子  $S$  为

$$S = \lim_{r_1 \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2} \frac{\tau_{\theta}^2(r_1, \theta_1, t)}{\mu(r_1 \sin \theta_1)} + \frac{1}{2} \frac{\tau_{r\theta}^2(r_1, \theta_1, t)}{\mu(r_1 \sin \theta_1)} \right] = \frac{K_{III}^2(t)}{4\pi \mu_0}. \quad (50)$$

文献[7]指出,最大应力做为裂纹驱动力有时会导致不正确的失效预报,例如对于压电材料平面裂纹问题,而能量密度准则一般可应用于任何材料。由式(50),对于本文所研究的问题,能量密度因子和动应力强度因子做为断裂参数,从断裂力学的角度来讲是等价的。

## 5 结果和讨论

式(46)和(47)表明:在功能梯度条中,裂纹尖端的动应力场同样具有 $r^{-1/2}$ 反平方根奇异性,并且,关于 $\theta_1$ 的角分布函数也和无限大均匀材料相同。式(50)表明,对于所研究的问题,能量密度准则和最大应力准则是等价的。

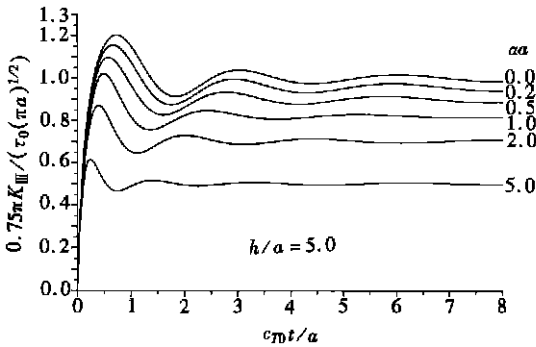


图2 不同非均匀参数条件下无量纲动应力强度因子与时间的关系曲线

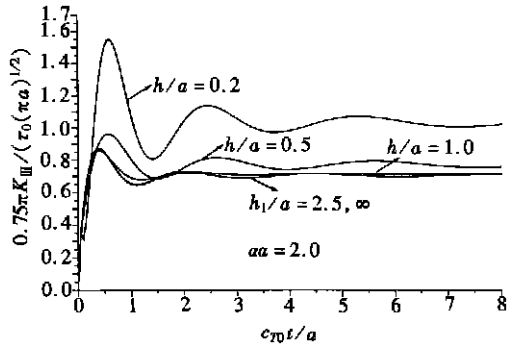


图3 功能梯度条不同高度条件下无量纲动应力强度因子与时间的关系曲线

图2和图3分别考查了非均匀参数 $\alpha a$ 和条高度 $h/a$ 对动应力强度因子的影响,其中 $G_0 = \sqrt{h_0 k}$ 。由这些曲线容易看出,所有动应力强度因子都先达到一个峰值,然后在静应力强度因子值附近波动,并且波幅逐渐衰减。动应力强度因子一般随 $\alpha a$ 和 $h/a$ 的增大而减小。然而,对于较大的 $h/a$ ,动应力强度因子几乎不受功能梯度条高度的影响,即材料非均匀性要比功能梯度条高度对断裂特性的影响大。另外,图2中 $\alpha a = 0$ 和图3中 $h/a \rightarrow \infty$ 时的动应力强度因子分别反映了均匀材料和无限大域的情况。

### [参 考 文 献]

- [1] Erdogan F. The crack problem for bonded nonhomogeneous materials under antiplane shear loading [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1985, 52(4): 823—828.
- [2] Gerasoulis A, Srivastav R P. A Griffith crack problem for a nonhomogeneous medium [J]. Internat J Engng Sci, 1980, 18(2): 239—247.
- [3] Konda N, Erdogan F. The mixed mode crack problem in a nonhomogeneous elastic medium [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1994, 47(4): 533—545.
- [4] Li C Y, Zou Z Z. Local stress field for torsion of a penny shaped crack in a functionally graded material [J]. Internat J Fracture, 1998, 91(2): L17—L22.
- [5] 李春雨, 邹振祝, 段祝平. 功能梯度材料裂纹尖端动态应力场 [J]. 力学学报, 2001, 33(2): 270—274.
- [6] Copson E P. On certain dual integral equations [J]. Proceedings Glasgow Mathematical Association, 1961, 5: 19—24.
- [7] Zuo J Z, Sih G C. Energy density theory formulation and interpretation of cracking behavior for piezoelectric ceramics [J]. J Theoret Appl Fracture Mech, 2000, 34(1): 17—33.

## Torsional Impact Response of a Penny Shaped Crack in a Functionally Graded Strip

FENG Wen\_jie<sup>1</sup>, LI Xiang\_guo<sup>1</sup>, WANG Shou\_dong<sup>2</sup>

(1. Department of Mechanics and Engineering Science, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, P. R. China;

2. Department of Resource and Information, University of Petroleum, Beijing 102200, P. R. China)

**Abstract:** The torsional impact response of a penny shaped crack in a nonhomogeneous strip is considered. The shear modulus is assumed to be functionally graded such that the mathematics is tractable. Laplace and Hankel transforms were used to reduce the problem to solving a Fredholm integral equation. The crack tip stress field is obtained by considering the asymptotic behavior of Bessel function. Explicit expressions of both the dynamic stress intensity factor and the energy density factor were derived. And it is shown that, as crack driving force, they are equivalent for the present crack problem. Investigated are the effects of material nonhomogeneity and strip's highness on the dynamic fracture behavior. Numerical results reveal that the peak of the dynamic stress intensity factor can be suppressed by increasing the nonhomogeneity parameter of the shear modulus, and that the dynamic behavior varies little with the adjusting of the strip's highness.

**Key words:** dynamic stress intensity factor; torsional impact; penny shaped crack; functionally graded strip; integral transform; energy density factor