

文章编号: 1000-0887(2004) 12-1305-08

压电螺型位错和含界面裂纹圆形 夹杂的电弹干涉效应*

刘又文, 方棋洪

(湖南大学 工程力学系, 长沙 410082)

(我刊原编委樊大钧推荐)

摘要: 研究了在无穷远反平面剪切和面内电场共同作用下压电材料基体中一个压电螺型位错与含界面裂纹圆形弹性夹杂的电弹耦合干涉作用。运用复变函数方法, 获得了该问题的一般解答。作为典型算例, 求出了界面含一条裂纹时, 基体和夹杂区域复势函数的封闭形式解以及裂纹尖端应力和电位移场强度因子。应用扰动技术和广义 Peach-Koehler 公式, 导出了位错力的解析表达式。数值结果表明, 界面裂纹对压电螺型位错与夹杂的干涉具有强烈扰动效应, 当裂纹长度达到临界值时, 可以改变其干涉机理。同时, 分析说明压电材料中软夹杂可以排斥基体中的位错。

关键词: 压电材料; 位错力; 界面裂纹; 螺型位错

中图分类号: O343.7 **文献标识码:** A

引 言

压电材料是一种能实现机械能和电能之间相互转化的机敏材料。由于其良好的电弹耦合性能, 广泛应用于传感器, 制动器和微定位器等机敏结构。这些结构中不可避免的存在各种缺陷, 例如, 孔洞、位错、裂纹和硬质夹杂等, 会不同程度地影响压电材料的电弹耦合性能。近年来, 许多学者研究了压电复合材料中夹杂和位错的电弹耦合性能^[1~7], 都是针对界面无缺陷的理想夹杂情形, 然而压电复合材料在制造和使用过程中, 夹杂和基体之间的界面最容易产生缺陷, 界面裂纹和界面刚性线夹杂是两种极端情形。因此, 研究位错与具有界面缺陷夹杂的相互作用具有重要的应用价值, 不仅有助于全面理解压电材料的电弹耦合性能, 而且能为建立复合材料的断裂破坏准则提供科学依据。文[8]研究了无穷远纵向剪切和面内电场共同作用下含界面裂纹圆形夹杂压电材料电弹耦合问题; 文[9]求解了含界面裂纹三相模型的电弹耦合问题, 但均未涉及与压电位错的干涉。

本文研究无穷远纵向剪切和面内电场共同作用下压电螺型位错和含界面裂纹的圆形压电弹性夹杂的干涉问题。运用复变函数方法, 求出了该问题的一般解答。作为特例, 当界面只含一条裂纹时, 导出了夹杂和基体区域的复势, 裂纹尖端应力和电位移场强度因子以及位错力的解析表达式。数值结果表明, 界面裂纹对压电螺型位错与夹杂的干涉具有强烈扰动效应, 当界

* 收稿日期: 2003_03_23; 修订日期: 2004_06_08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10272009); 湖南省自然科学基金资助项目(02JJY2014)

作者简介: 刘又文(1948—), 男, 湖南益阳人, 教授, 博士生导师(联系人, Tel: + 86_731_8821889; Fax: + 86_731_8822330; E_mail: Liuyouwu8294@sina.com)。

面裂纹达到一定弧度时, 可以改变位错与夹杂的相互干涉性质。本文解答不但可作为格林函数获得任意分布位错的相应解答, 而且可以用于研究界面裂纹和基体中任意形状裂纹的干涉问题。文中公式的退化结果与已有文献完全一致。

1 问题的一般解答

对于极化方向沿 z 轴的无限大横观各向同性压电介质, 设 xOy 平面为各向同性面, 在无穷远处反平面剪切和面内电场共同作用下, 只产生沿 z 轴方向的位移 w 、应变分量 γ_{xz} 和 γ_{yz} 、应力分量 τ_{xz} 和 τ_{yz} 、电势 φ 、电场分量 E_x 和 E_y 、电位移分量 D_x 和 D_y , 并且所有变量均为 x 和 y 的函数。广义位移、广义应变和广义应力条件可用一个二维全纯函数向量 $f(z) = \begin{Bmatrix} f_w(z) \\ f_\varphi(z) \end{Bmatrix}$ 表示^[10]

$$U = \operatorname{Re}[f(z)], \tag{1}$$

$$Y_x - iY_y = F(z), \tag{2}$$

$$\Sigma_x = -i\Sigma_y = MF(z), \tag{3}$$

式中

$$U = \begin{Bmatrix} w \\ \varphi \end{Bmatrix}, \quad F(z) = f'(z), \quad Y_x = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ -E_x \end{Bmatrix}, \quad Y_y = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ -E_y \end{Bmatrix},$$

$$\Sigma_x = \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ D_x \end{Bmatrix}, \quad \Sigma_y = \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ D_y \end{Bmatrix}, \quad M = \begin{Bmatrix} C_{44} & e_{15} \\ e_{15} & -d_{11} \end{Bmatrix}.$$

式(3)在极坐标中可以表示为

$$\Sigma_r - i\Sigma_\theta = e^{i\theta}MF(z). \tag{4}$$

考虑如下问题: 如图 1 所示, 压电材料电弹模量为 M_1 的介质 I 占有半径为 R 的圆内区域 S^+ ; 电弹模量为 M_2 的介质 II 占有圆外无限大区域 S^- 。在 S^- 中任意点 z_0 有一压电螺型位错 $b = \{b_z, b_\varphi\}^T$ 。在无穷远处作用反平面力场 (τ_{xz}^∞ 和 τ_{yz}^∞) 和平面电场 (D_x^∞ 和 D_y^∞)。一系列绝缘的圆弧形裂纹 $L_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 位于界面上 $L (L = L_1 + L_2 + \dots + L_n)$ 部分, 裂纹的端点用 a_j 和 $b_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 表示, 假设裂纹面上无外载和电荷作用; 界面的剩余部分用 L' 表示。

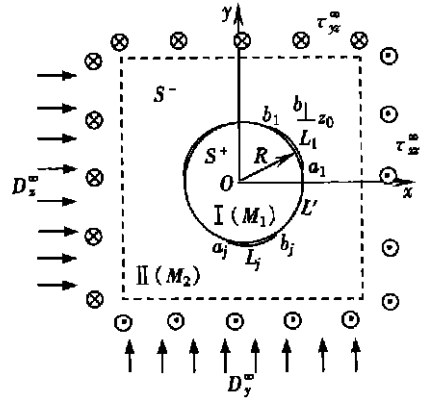


图 1 压电螺型位错和圆形夹杂界面裂纹干涉模型

设夹杂的圆心在复平面 $z = x + iy$ 的坐标原点, 在界面 $|z| = R$ 上的点 z 用 $t = Re^{i\theta}$ 表示。界面连接条件可以表示为

$$\Sigma_{r1}^+(t) = 0, \quad \Sigma_{r2}^-(t) = 0, \quad t \in L, \tag{5}$$

$$\Sigma_{r1}^+(t) = \Sigma_{r2}^-(t), \quad t \in L', \tag{6}$$

$$U_1^+(t) = U_2^-(t), \quad t \in L', \tag{7}$$

式中下标“1”和“2”分别表示区域 S^+ 和 S^- 中的量, 上标“+”和“-”表示函数从 S^+ 和 S^- 趋向界面时所取的值。

假设一个压电螺型位错在 S^- 内, 由式(1)可知

$$U_2 = \text{Re}[f_2(z)]^* \tag{8}$$

根据文[11], 在 S^- 内广义解析函数 $F_2(z)$ 可表示为

$$F_2(z) = \frac{1}{2\pi i} \mathbf{b} \frac{1}{z - z_0} + \Gamma + F_{20}(z), \quad z \in S^-, \tag{9}$$

式中 $F_{20}(z)$ 在 S^- 内全纯, 且对充分大的值 $|z|$ 有 $F_{20}(z) = O(1/z^2)$, Γ 由无穷远加载条件决定,

$$\Gamma = M_2 \left\{ \begin{matrix} \tau_{xz}^\infty - i\tau_{yz}^\infty \\ D_x^\infty - iD_y^\infty \end{matrix} \right\}.$$

根据 Schwarz 对称原理^[12], 并注意到在 $|z| = R$ 上 $tt = R^2$, 将 $F_2(z)$ 通过裂纹面 L 开拓至圆内区域 S^+

$$F_2(z) = \frac{1}{2\pi i} \mathbf{b} \left[\frac{1}{z - z_0} - \frac{1}{z - z^*} + \frac{1}{z} \right] + \Gamma - \frac{R^2}{z^2} \Gamma + F_{20}(z), \tag{10}$$

式中 $F_{20}(z)$ 在沿 L' 割开的全平面全纯.

广义解析函数 $F_1(z)$ 在 S^+ 内全纯, 且在零点的邻域

$$F_1(z) = \mathbf{D} + O(1/z), \tag{11}$$

式中 \mathbf{D} 为待定二维常数矢量.

同理, 将 $F_1(z)$ 沿 L 开拓到 S^- 内, 对于 $|z|$ 取无穷大值时有

$$F_1(z) = - (R^2/z^2) \mathbf{D} + O(1/z^3). \tag{12}$$

由式(5)和(6)可得

$$\Sigma_{r1}^+(t) = \Sigma_{r2}^-(t), \quad t \in L + L', \tag{13}$$

将式(4)和(9)~(12)代入式(13), 并根据推广的 Liouville 定理^[13], 有

$$M_1 F_1(z) + M_2 F_2(z) = \frac{1}{2\pi i} M_2 \mathbf{b} G(z) + M_2 \left[\Gamma - \frac{R^2}{z^2} \Gamma \right], \tag{14}$$

式中
$$G(z) = \left[\frac{1}{z - z_0} - \frac{1}{z - z^*} + \frac{1}{z} \right].$$

由广义位移连续条件(7)及式(14)得到

$$F_1^+(t) + F_1^-(t) = N_1 G(t) + 2(M_1 + M_2)^{-1} M_2 \left[\Gamma - \frac{R^2}{t^2} \Gamma \right], \quad t \in L' \tag{15}$$

式中
$$N_1 = \frac{1}{\pi i} (M_1 + M_2)^{-1} M_2 \mathbf{b}.$$

由文[13]的方法, 式(15)的积分形式解为

$$F_1(z) = \frac{X_0(z)}{2\pi i} \int_L \frac{\mathbf{h}(t)}{X_0^+(t)(t - z)} dt + X_0(z) \mathbf{P}_n(z), \tag{16}$$

式中

$$\mathbf{h}(t) = N_1 G(t) + 2(M_1 + M_2)^{-1} M_2 \left[\Gamma - \frac{R^2}{t^2} \Gamma \right],$$

$$\mathbf{P}_n(z) = \left[\sum_{j=0}^{n-1} C_j^{(w)} z^j \quad \sum_{j=0}^{n-1} C_j^{(q)} z^j \right]^T,$$

$$X_0(z) = \prod_{j=1}^n (z - a_j)^{-1/2} (z - b_j)^{-1/2},$$

且 $X_0(z)$ 是沿 L' 割开的平面上的一单值分支, 满足 $\lim_{|z| \rightarrow \infty} z^n X_0(z) = \mathbf{1}$.

计算出式(16)的 Cauchy 型积分后可得到

$$F_1(z) = X_0(z) \left\{ P_n(z) - 0.5 [h_0(z) + h_\infty(z) + h_{z_0}(z) + h_{z^*}(z)] \right\} + 0.5h(z), \quad (17)$$

其中 $h_0(z)$ 、 $h_\infty(z)$ 、 $h_{z_0}(z)$ 和 $h_{z^*}(z)$ 分别表示函数 $h(z)/X_0(z)$ 在点 $z = 0, \infty, z_0$ 和 z^* 处的奇性主部。

在表达式(17)中还剩 $2n$ 个待定常数需要确定, 将式(17)代入(14)式中, 求得 $F_2(z)$, 再将 $F_2(z)$ 在无穷远点展开后, 与(9)式比较 z^{-1} 项的系数, 可得两个方程。余下的 $2(n-1)$ 个系数由裂纹尖端位移和电势的单值条件求出。

$$\int_{L_j} \left[(M_1 + M_2) F_1(t) + \frac{1}{2\pi i} M_2 b G(t) + M_2 \left[\Gamma - \frac{R^2}{z^2} \Gamma \right] \right] dt = 0 \quad (j = 2, 3, \dots, n), \quad (18)$$

将式(17)代入(18)可求得 $P_n(z)$ 中剩余的待定系数, 从而确定 $F_1(z)$ 和 $F_2(z)$ 。

2 典型情况的封闭形式解

作为一个典型例子, 考虑界面上只有一条裂纹的情形。不失一般性, 可设在圆形界面 $|z| = R$ 上有一条关于 x 轴对称的圆弧形裂纹 ab , 其端点为 $a = Re^{-i\theta}$ 和 $b = Re^{i\theta}$ 。

此时, 我们有

$$P_1(z) = [C_0^{(w)} \quad C_0^{(\varphi)}]^T, \quad X_0(z) = (z-a)^{-1/2} \cdot (z-b)^{-1/2}, \quad (19)$$

$$h_0(z) = \frac{R}{z} N_1 + 2(M_2 + M_1)^{-1} M_2 \left[\frac{R^2}{z} \cos \theta \Gamma - \frac{R^2}{z^2} \Gamma \right], \quad (20)$$

$$h_\infty(z) = N_1 + 2(M_2 + M_1)^{-1} M_2 (\Gamma z - \Gamma R \cos \theta), \quad (21)$$

$$h_{z_0}(z) = N_1 \frac{\sqrt{(z_0-a)(z_0-b)}}{z-z_0}, \quad (22)$$

$$h_{z^*}(z) = -N_1 \frac{\sqrt{(z^*-a)(z^*-b)}}{z-z^*}. \quad (23)$$

将上面的表达式(19)~(23)代入(17)式后再考虑式(14)求得 $F_2(z)$, 将 $F_2(z)$ 在无穷远领域展开后, 与式(9)比较 z^{-1} 项的系数, 得到

$$C_0^{(w)} = 0, \quad C_0^{(\varphi)} = 0 \quad (24)$$

以及

$$F_2(z) = (M_1 + M_2)^{-1} M_2 \left[\Gamma - \frac{R^2}{z^2} \Gamma \right] + (M_2 + M_1)^{-1} M_1 \left[\frac{R^2}{z} \cos \theta - \frac{R^2}{z^2} \Gamma + \Gamma z - \Gamma R \cos \theta \right] \frac{1}{\sqrt{(z-a)(z-b)}} + \frac{1}{2\pi i} (M_1 + M_2)^{-1} M_2 b \left[\frac{1}{z-z_0} - \frac{1}{z-z^*} + \frac{1}{z} \right] + \frac{1}{2\pi i} (M_1 + M_2)^{-1} M_1 b \left[\frac{\sqrt{(z_0-a)(z_0-b)}}{z-z_0} - \frac{\sqrt{(z^*-a)(z^*-b)}}{z-z^*} + \frac{R}{z} + 1 \right] \frac{1}{\sqrt{(z-a)(z-b)}}. \quad (25)$$

当 $M_1 = M_2$ 时, 由式(25)可以得到均匀压电材料中含一条圆弧形裂纹的解答。当 $\theta = 0, \Gamma = 0$, 由式(25)得到圆形弹性夹杂与压电螺型位错干涉解答, 与文[4]和[5]的解答完全一致。

3 裂纹尖端场强度因子和位错力

裂纹尖端的应力和电位移强度因子是材料的重要参量, 为了计算裂纹端点 b 的应力和电位移强度因子, 根据文[14]的工作, 作如下变换

$$z = \omega(Z) = ie^{i\theta} (Z + iR - R\sin\theta/2) \quad (26)$$

按通常的定义, 应力和电位移场强度因子可以写为

$$\mathbf{K} = \begin{Bmatrix} K^T \\ K^D \end{Bmatrix} = \sqrt{2\pi} \lim_{z \rightarrow z_0} \sqrt{Z - b_1} e^{i\theta} M_2 \mathbf{F}_2[\omega(Z)], \quad (27)$$

式中 $b_1 = (R\sin 2\theta)/2$, K^T 和 K^D 分别表示应力强度因子和电位移强度因子

把式(25)代入式(27)得到

$$\begin{Bmatrix} K^T \\ K^D \end{Bmatrix} = \sqrt{\pi R \sin \theta} M_2 (M_2 + M_1)^{-1} M_1 (\Gamma e^{i\theta/2} + \Gamma e^{-i\theta/2}) - M_2 (M_2 + M_1)^{-1} \times \\ M_1 \mathbf{b} \frac{e^{i\theta/2}}{2 \sqrt{\pi R \sin \theta}} \left[\frac{\sqrt{(z_0 - a)(z_0 - b)}}{b - z_0} - \frac{\sqrt{(z^* - a)(z^* - b)}}{b - z^*} + e^{-i\theta} + 1 \right] \quad (28)$$

在式(28)中令 $\theta \rightarrow 0$, $R \rightarrow \infty$ 且 $R\sin\theta = l$ (l 为裂纹半长), 得到直线界面裂纹的相应解答

$$\begin{Bmatrix} K^T \\ K^D \end{Bmatrix} = 2 \sqrt{\pi l} M_1 (M_2 + M_1)^{-1} \begin{Bmatrix} \tau_{xz}^\infty \\ D_x^\infty \end{Bmatrix} - M_2 (M_2 + M_1)^{-1} \times \\ M_1 \mathbf{b} \frac{1}{2 \sqrt{\pi l}} \left[\frac{\sqrt{z_0^2 - l^2}}{l - z_0} - \frac{\sqrt{z_0^2 - l^2}}{l - z_0} + 2 \right], \quad (29)$$

这也是一个新的结果。

将由式(25)和(3)求得的应力和电位移场 Σ_{x2} 和 Σ_{y2} 减去相应压电螺型位错在无限大均匀压电基体中产生的应力场和电位移场, 并将该应力场和电位移场对 $z \rightarrow z_0$ 取极限值, 得到该位错点的扰动应力和电位移场 Σ_{x2}^0 和 Σ_{y2}^0 。

$$\Sigma_{x2}^0 - i \Sigma_{y2}^0 = M_2 (M_2 + M_1)^{-1} M_2 \left[\Gamma - (R^2/z_0^2) \Gamma \right] + M_2 (M_2 + M_1)^{-1} \times \\ M_1 \left[\frac{R^2}{z_0} \cos \theta \Gamma - \frac{R^3}{z_0^2} \Gamma + \Gamma z_0 - \Gamma R \cos \theta \right] \frac{1}{\sqrt{(z_0 - a)(z_0 - b)}} + \\ \frac{1}{2\pi i} M_2 (M_1 + M_2)^{-1} M_2 \mathbf{b} \left[\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_0 - z^*} \right] + \frac{1}{2\pi i} M_2 (M_1 + M_2)^{-1} M_1 \mathbf{b} \times \\ \left[- \frac{\sqrt{(z^* - a)(z^* - b)}}{z_0 - z^*} + \frac{R}{z_0} + 1 \right] \frac{1}{\sqrt{(z_0 - a)(z_0 - b)}} - \\ \frac{1}{4\pi i} M_2 (M_1 + M_2)^{-1} M_1 \mathbf{b} \left[\frac{1}{z_0 - a} + \frac{1}{z_0 - b} \right] \quad (30)$$

描述位错和夹杂相互作用机理的参量是作用于压电螺型位错的像力, 称为位错力。根据推广的 Peach_Koehler 公式^[11], 得到位错力为

$$F_x - iF_y = i\mathbf{b}^T M_2 (M_2 + M_1)^{-1} M_2 \left[\Gamma - (R^2/z_0^2) \Gamma \right] + i\mathbf{b}^T M_2 (M_2 + M_1)^{-1} \times \\ M_1 \left[\frac{R^2}{z_0} \cos \theta \Gamma - \frac{R^3}{z_0^2} \Gamma + \Gamma z_0 - \Gamma R \cos \theta \right] \frac{1}{\sqrt{(z - a)(z - b)}} + \\ \mathbf{b}^T M_2 (M_1 + M_2)^{-1} M_2 \mathbf{b} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_0 - z^*} \right] \mathbf{b}^T M_2 (M_1 + M_2)^{-1} M_1 \mathbf{b} \frac{1}{2\pi} \times \\ \left[- \frac{\sqrt{(z^* - a)(z^* - b)}}{z_0 - z^*} + \frac{R}{z_0} + 1 \right] \frac{1}{\sqrt{(z_0 - a)(z_0 - b)}} - \\ \mathbf{b}^T M_2 (M_1 + M_2)^{-1} M_1 \mathbf{b} \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{z_0 - a} + \frac{1}{z_0 - b} \right] \quad (31)$$

当 $\theta = 0$, $\Gamma = 0$, 由(31)可得到压电螺型位错和圆形夹杂的干涉解答与文[5]一致。

4 数值计算和讨论

利用位错力公式(31)作数值计算,探讨各种参数对位错力的影响规律。为了便于与以往结果对照,此处假设电势位错 b_φ 和无穷远机电载荷为零,并且位错在 x 轴上($z_0 = x_0$)。取无量纲位错力 $F_{x0} = (2\pi R/C_{44}^{(2)} b_z^2) F_x$, 引入 $\alpha = C_{44}^{(1)}/C_{44}^{(2)}$, $\beta = e_{15}^{(1)}/e_{15}^{(2)}$ 和 $\lambda = R/x_0$, 设基体为 PZT_5H 压电陶瓷, 材料常数: $C_{44}^{(2)} = 3.53 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $e_{15}^{(2)} = 17 \text{ C/m}^2$, 和 $d_{11}^{(2)} = 1.51 \times 10^{-8} \text{ C/Vm}$, 介电常数比 $d_{11}^{(1)}/d_{11}^{(2)} = 1$ 。

当刚度比 $\alpha = 1$, $\lambda = 0.8$, 压电系数比 β 取不同值时, F_{x0} 随裂纹弧度 θ 的变化如图 2 所示。由图可知 $\theta = 0$ 和 $\beta = 1$ 时, F_{x0} 等于零, 这表明均匀压电材料中的位错力为零; $\theta = 0$, $\beta \neq 1$ 时, $F_{x0} > 0$, 说明压电系数不同时, 位错力都大于零, 表现为排斥位错; 随着裂纹弧度的不断增加, 位错力会改变方向, 且存在一个临界裂纹弧度使位错力等于零。当 $\beta = 2$, $\lambda = 0.8$, 刚度比 α 取不同值时, F_{x0} 随裂纹弧度 θ 的变化规律如图 3 所示。值得注意的是 $\theta = 0$ 和 $\alpha = 0.8$ 时, F_{x0} 大于零, 说明压电材料中软夹杂也可能排斥基体中的位错, 而对于非压电材料来说软夹杂只能吸引位错。同时表明由于裂纹吸引位错, 随着裂纹的增加, 位错力 F_{x0} 会不断变小。

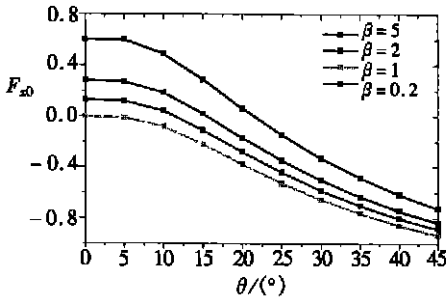


图 2 β 取不同值时, $\alpha = 1$, $\lambda = 0.8$ 时, F_{x0} 随 θ 的变化

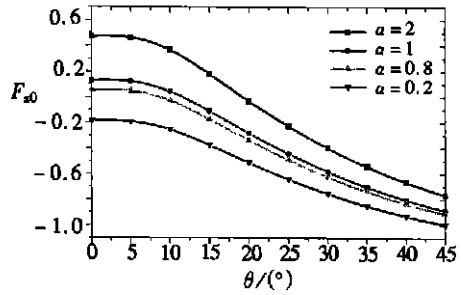


图 3 α 取不同值时, $\beta = 2$, $\lambda = 0.8$ 时, F_{x0} 随 θ 的变化

当裂纹弧度 $2\theta = 30^\circ$, 刚度比 $\alpha = 1$, 取不同的压电系数比 β , F_{x0} 随位错所在位置 λ 的变化如图 4 所示, 可以看出随着位错不断靠近裂纹表面, 只要 $\beta \neq 1$, 夹杂和裂纹表现为先排斥后吸引位错, 且存在一个非稳定的平衡位置, 此时 F_{x0} 为零; $\beta = 1$ 时, 位错一直被裂纹吸引。不论 β 取何值, 当基体中的位错靠近界面裂纹 ($\lambda \rightarrow 1$) 时, 对位错的吸引力都会较大。当裂纹弧度 $2\theta = 30^\circ$, 压电系数比 $\beta = 1$, 取不同的刚度比 α , F_{x0} 随位错所在位置 λ 的变化如图 5 所示。由图可知随着位错不断靠近夹杂时, 软夹杂 ($\alpha < 1$) 和界面裂纹一直吸引位错; 硬夹杂 ($\alpha > 1$) 和界面裂纹则表现为先排斥后吸引位错, 且存在一个非稳定的平衡位置。不论是硬夹杂还是软夹杂, 当基体中的位错靠近界面裂纹 ($\lambda \rightarrow 1$) 时, 对位错的吸引力都会变成很大。

当刚度比 $\alpha = 3$, 压电系数比 $\beta = 2$ 时, 取不同的弧度 θ , F_{x0} 随位错所在位置 λ 的变化如图 6 所示。由图可知, 由于硬夹杂 ($\alpha > 1$, $\beta > 1$) 排斥位错而裂纹吸引位错, 所以在 x 轴上有一个平衡点。界面裂纹的弧度 θ 越大, 平衡点距离夹杂越远。当刚度比 $\alpha = 3$, $\lambda = 0.8$ 时, 取不同的弧度 θ , F_{x0} 随压电系数比 β 的变化如图 7 所示。可以看出, 当 $\beta < 0$ 时, β 越小, 裂纹对位错力的影响越大; 当 $\beta > 0$ 时, β 越大, 裂纹对位错力的影响反而变小。

5 结 论

本文运用复变函数方法, 研究了无穷远纵向剪切和面内电场共同作用下, 基体中压电螺型

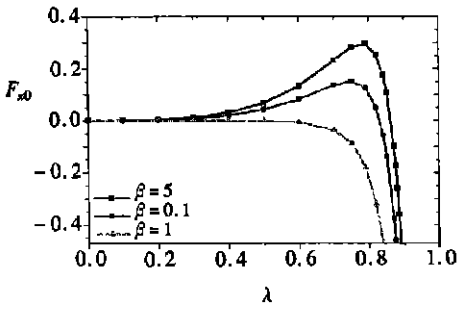


图 4 β 取不同值时, $\alpha = 1, \theta = 30^\circ$ 时, F_{x0} 随 λ 的变化

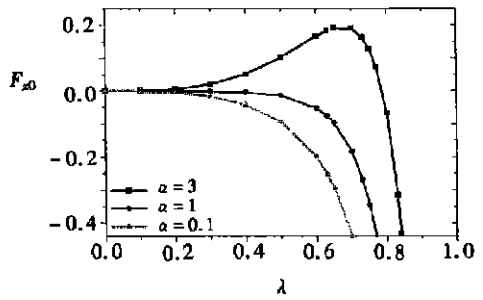


图 5 α 取不同值时, $\beta = 1, \theta = 30^\circ$ 时, F_{x0} 随 λ 的变化

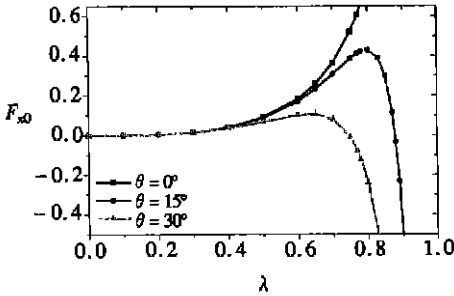


图 6 θ 取不同值时, $\alpha = 3, \beta = 2$ 时, F_{x0} 随 λ 的变化

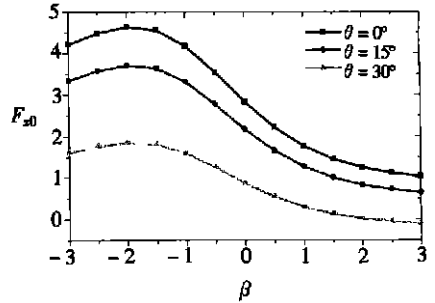


图 7 θ 取不同值时, $\alpha = 3, \lambda = 0.8$ 时, F_{x0} 随 β 的变化

位错和含界面裂纹的圆形弹性夹杂的电弹干涉问题。并由此确定了界面含一条裂纹时,基体和夹杂区域复势函数的封闭形式解答以及裂纹尖端场强度因子。应用扰动技术和广义 Peach-Koehler 公式,导出了位错力的解析表达式。在第 4 节中讨论了裂纹几何条件和材料常数对位错平衡位置的影响。本文解答不但可作为格林函数获得任意分布位错的相应解答,而且可以用于研究界面裂纹和基体中任意形状裂纹的干涉问题。

[参 考 文 献]

- [1] Deng W, Meguid S A. Analysis of a screw dislocation inside an elliptical inhomogeneity in piezoelectric solids[J]. International Journal Solids and Structures, 1999, 36(10): 1449—1469.
- [2] Meguid S A, Deng W. Electro_elastic interaction between a screw dislocation and elliptical inhomogeneity in piezoelectric materials[J]. International Journal Solids and Structures, 1998, 35(13): 1467—1482.
- [3] Huang Z, Kuang Z B. Dislocation inside a piezoelectric media with an elliptical inhomogeneity[J]. International Journal Solids and Structures, 2001, 38(46/ 47): 8459—8480.
- [4] Kattis M A, Providas E, Kalamkarov A L. Two_phone potentials in the analysis of smart composites having piezoelectric components[J]. Composites Part B, 1998, 29(1): 9—14.
- [5] 刘金喜, 姜稚清, 冯文杰. 压电螺型位错和椭圆夹杂的电弹相互作用[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(11): 1185—1190.
- [6] Liu Y W, Fang Q H. A piezoelectric screw dislocation interacting with an interphase layer between a circular inclusion and the matrix[J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41(11/12): 3255—3274.
- [7] Liu Y W, Fang Q H. Electroelastic interaction between a piezoelectric screw dislocation and circular

- inhomogeneity interfacial rigid lines[J]. International Journal of Solids and Structures , 2003, **40** (20): 5353—5370.
- [8] Zhong Z, Meguid S A. Interfacial debonding of circular inhomogeneity in piezoelectric materials[J]. International Journal Solids and Structures , 1997, **34**(16): 1965—1983.
- [9] 王旭, 沈亚鹏. 三相压电复合本构模型中的弧形界面裂纹[J]. 固体力学学报, 2001, **22**(4): 329—342.
- [10] Jiang C P, Tong Z H, Chueng Y K. A generalized self-consistent method for piezoelectric fiber reinforced composites under anti-plane shear [J]. Mechanics of Materials , 2001, **33**(5): 295—308.
- [11] Pak Y E. Force on piezoelectric screw dislocation[J]. Journal of Applied Mechanics , 1990, **57**(3): 863—869.
- [12] 樊大钧. 数学弹性力学[M]. 北京: 新时代出版社, 1983.
- [13] Muskhelishvili N L. Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity [M]. Leyden: Noordhoff, 1975.
- [14] 刘又文. 圆形界面裂纹反平面问题的基本奇异解[J]. 固体力学学报, 1991, **12**(3): 244—254.

Electroelastic Interaction Between a Piezoelectric Screw Dislocation and a Circular Inhomogeneity With Interfacial Cracks

LIU You_wen, FANG Qi_hong

(Department of Engineering Mechanics , Hunan University , Changsha 410082 , P. R. China)

Abstract: A piezoelectric screw dislocation in the matrix interacting with a circular inhomogeneity with interfacial cracks under antiplane shear and in-plane electric loading at infinity was dealt with. Using complex variable method, a general solution to the problem was presented. For a typical case, the closed form expressions of complex potentials in the inhomogeneity and the matrix regions and the electroelastic field intensity factors were derived explicitly when the interface contains single crack. The image force acting on the piezoelectric screw dislocation was calculated by using the perturbation technique and the generalized Peach_Koehler formula. As a result, numerical analysis and discussion show that the perturbation influence of the interfacial crack on the interaction effects of the dislocation and the inhomogeneity is significant which indicates the presence of the interfacial crack will change the interaction mechanism when the length of the crack goes up to a critical value. It is also shown that soft inhomogeneity can repel the dislocation due to their intrinsic electromechanical coupling behavior.

Key words: piezoelectric material; image force; interfacial crack; screw dislocation