

# 爆炸作用下钢板层裂的数值分析

朱兆祥 李永池 王肖钧

(合肥中国科学技术大学, 1980年7月5日收到)

## 摘 要

用一维运动模型对高能炸药在钢板表面接触爆炸时钢板中应力波的传播及其在钢板自由面上反射后引起的层裂现象进行了数值分析, 并和前几年在我国进行的实验结果作了比较. 发现当钢板采用流体弹塑性模型, 并采用损伤积累层裂准则的情况下, 计算所得的主裂片厚度是和实验结果合理地符合的. 提出了一个计算主裂片厚度的近似公式, 对实验中出现的多层的呈云母状结构的次裂片现象也作出了较满意的解释.

## 一、引 言

传入固体的压缩应力波脉冲在自由表面反射所产生的材料层裂现象是一个有重要理论和实际意义的课题. 五十年代 Rinehart<sup>[1]</sup> 等人曾用临界断裂应力准则研究层裂问题, 由于没有考虑到动态断裂现象中时间相关性这一本质特征, 因而得不到满意的结果. 从六十年代起人们对层裂现象的兴趣进一步增加了, 其大部份工作都是用分析层裂的实验结果并和数值计算相结合的方法建立一定的动态断裂准则, 并确定相应的层裂参数. Whiteman<sup>[2]</sup> 和 Skidmore<sup>[3]</sup> 提出了层裂应力和应力率平方根成线性关系的应力率准则:

$$\sigma_s = \sigma_0 + B \left( \frac{\Delta\sigma}{\Delta t} \right)^{1/2} \quad (1.1)$$

其中  $\sigma_s$  是层裂(拉伸)应力,  $\sigma_0$  是某个拉应力阈值, 一般取作材料静拉伸极限强度  $\sigma_b$ ,  $B$  是材料常数. 接着 Breed<sup>[4]</sup> 等提出了应力陡度准则:

$$\sigma_s = \sigma_0 + A \left( \frac{\Delta\sigma}{\Delta X} \right)^{1/2} \quad (1.2)$$

并指出, 当利用关系  $\Delta\sigma/\Delta X = \Delta\sigma/U\Delta t$  时, 它和应力率准则等价, 这里  $U$  是自由面反射的卸载波速. Thurston 等<sup>[5]</sup> 整理了前人用炸药接触爆炸和平板高速撞击在铝、铍、铜、铅、镍、锡、锌、不锈钢等金属上所作的层裂试验数据, 证实了  $\ln(\sigma_s - \sigma_0)$  和  $\ln\left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta X}\right)$  间的直线关系, 将(1.2)式修改成:

$$\sigma_s = \sigma_0 + A \left( \frac{\Delta\sigma}{\Delta X} \right)^n \quad (1.3)$$

确定了这些金属的材料常数 $A$ 和 $n$ 的数值;还将这些材料常数比较,提出了由材料的静拉伸极限 $\sigma_0$ 通过内插来估算常数 $A$ 和 $n$ 的方法。

按照 Davison等<sup>[6]</sup>的见解,以上准则都可叫做“离散度量”型的,它们只给出发生动态断裂的某种下限条件.与此不同的是“连续度量”型的损伤积累准则,它们同时给出了材料动态损伤积累的连续度量以及发生宏观层裂的下限条件. Butcher等<sup>[7]</sup>从静态恒拉应力下屈服或断裂滞后的概念,首先提出了层裂的损伤积累准则:

$$e^{\alpha\sigma}\tau = K, \text{ 或 } \sigma^\lambda\tau = K, \quad (1.4)$$

这里 $\tau$ 为拉应力持续时间,  $\alpha$ 、 $\lambda$ 、 $K$ 等为材料常数.其后Tuler和Butcher<sup>[8]</sup>在修正了(1.4)中显然不合理因素后得出非恒应力下积分型的损伤积累准则:

$$K(\tau) = \int_0^\tau \left( \frac{\sigma(t) - \sigma_0}{\sigma_0} \right)^\lambda dt = K, \quad (1.5)$$

式中 $\sigma(t)$ 为层裂面上的拉应力历史,积分上限 $\tau$ 指层裂发生的时刻,而以 $\sigma(t) = \sigma_0$ 时作为时间起算点.该准则说明当损伤的积累值 $K$ 到达某个临界值 $K_c$ 时材料断裂.

Davison等<sup>[6]</sup>还提出了后期的损伤积累率依赖于前期损伤积累程度的复合损伤积累准则.此外新近提出的还有计及损伤过程对波传播特性影响的所谓动力主动型准则<sup>[9]</sup>等.

应该指出,当拉应力值很高,达到材料的内聚应力 $\sigma_c$ (即理论拉伸极限强度,由固体物理可估算其值约为该材料杨氏模量的十分之一),材料立刻断裂,而不需有损伤积累时间.因此在应用不论哪一个考虑时间相关性的层裂准则时,都必须附加一个瞬态的内聚应力失效的层裂准则<sup>[18]</sup>:

$$\sigma_s = \sigma_c. \quad (1.6)$$

这个瞬态准则显然和Rinehart等所谓临界应力准则完全不是一回事.

国内对层裂问题的研究和对层裂准则的探讨也有一些工作<sup>[10,11]</sup>,二文详细地总结了钢板在接触爆炸下的层裂实验结果,并对实验结果和层裂准则进行了一定的分析讨论.本文是在上述工作的基础上,试图用一维计算模型了解接触爆炸产生的应力波在钢板中传播的一般规律,通过对目前常用的损伤积累准则和应力陡度准则的计算,分析自由面附近层裂的形成,确定这些准则反映实际情况的能力,从而得出一些有实用意义的结论.

在计算中采用了如下的一些简化和假定:(1)忽略爆轰波中化学反应区的厚度并采用C-J爆轰假定;(2)忽略高密度的爆炸产物和金属靶材中冲击压缩时的熵增,而将流场作为均熵流场处理;(3)靶板的本构特性主要采用流体弹塑性模型,即体积变形具有非线性弹性流体的性能,形状变形具有弹塑性体的性能,其中弹性变形服从剪切虎克定律,而假定弹性剪切模量不随静水压力变化,塑性变形服从一维应变下的理想塑性规律,忽略硬化效应.此外也用流体动力模型来模拟靶板在高压下的性能并进行计算,以资比较.

## 二、基本方程组和求解条件

对于宽度无限,厚度为 $h$ 的炸药在厚度为 $H$ 的钢板上接触爆炸时,在爆轰波到达钢板以后,爆炸产物和钢板中的一维运动可以统一地用下面的封闭方程组描述:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial(p+q)}{\partial M} - \frac{4}{3} \frac{\partial \tau}{\partial M} \quad (\text{运动方程}) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = u \quad (\text{速度定义}) \quad (2.2)$$

$$V = \frac{\partial x}{\partial M} \quad (\text{连续方程}) \quad (2.3)$$

$$p = f(V) \quad (\text{状态方程}) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{G}{V} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (\text{弹性剪切定律}) \quad (2.5a)$$

$$k = |\tau| - \frac{1}{2}Y \quad (\text{屈服判据}) \quad (2.5b)$$

$$\tau = \begin{cases} \tau & \text{当 } k < 0 \quad (\text{弹性区剪应力}) \\ \frac{Y}{2} \text{sign}(\tau) & \text{当 } k \geq 0 \quad (\text{塑性区剪应力}) \end{cases} \quad (2.5c)$$

$$q = \begin{cases} \frac{a}{V} \left( \frac{\partial u}{\partial M} \right)^2 \Delta M^2 & \text{当 } \frac{\partial u}{\partial M} < 0 \\ 0 & \text{当 } \frac{\partial u}{\partial M} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{人工粘性}) \quad (2.6)$$

在这些方程中以及在以后各处： $t$ 是时间， $x$ 和 $X$ 分别是纵向欧拉坐标和拉格朗日坐标； $u$ 是质点纵向速度； $\rho$ 和 $\rho_0$ 分别是瞬时和初始密度； $V$ 和 $V_0$ 分别是瞬时和初始比容； $M$ 是质量坐标，由

$$dM = \rho_0 dX = \rho dx$$

定义； $p_x$ 和 $p_y = p_z$ 分别是纵向和切向压应力， $p = \frac{1}{3}(p_x + 2p_y)$ 是静水压力， $\tau = \frac{1}{2}(p_x - p_y)$ 是最大剪应力； $q$ 是人工粘性； $G$ 是剪切模量； $Y$ 是材料在简单拉伸条件下的屈服极限。

炸药爆炸产物的等熵状态方程采用BKW状态方程<sup>[13]</sup>进行计算：

$$\ln p = \sum_{n=0}^4 a_n \ln^n V \quad (2.7)$$

式中压力 $p$ 的单位为Mb，比容 $V$ 的单位为 $\text{cm}^3/\text{g}$ ， $a_n$ 为常数。钢板采用Murnaghan型状态方程：

$$p = \frac{k}{\nu} \left[ \left( \frac{V_0}{V} \right)^\nu - 1 \right] \quad (2.8)$$

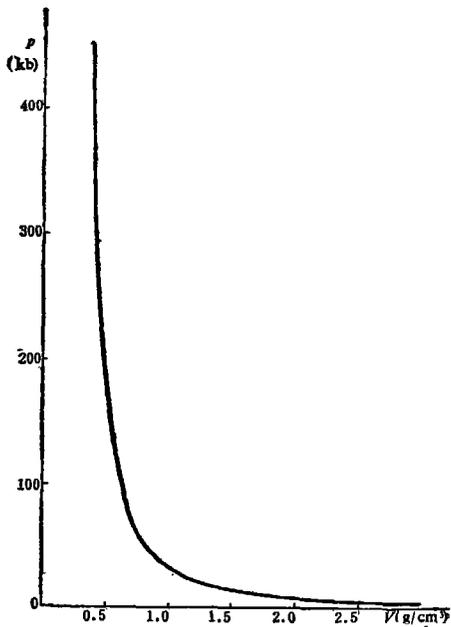
计算中采用的炸药(Comp. B)和钢板(25Cr Mn Si)的物性参量分别列于表1，表2。表中钢板杨氏模量 $E$ 和动态屈服应力 $Y$ ，静拉伸极限强度 $\sigma_b$ 的数据采自文献<sup>[14]</sup>，泊桑比 $\nu$ 是特地请孙琦清同志用Hopkinson压杆法专门测定的，剪切模量 $G$ 和初始压缩模量 $k$ 是从 $E$ ， $\nu$ 按通常的弹性公式推算的， $\nu$ 则采用3.7.应力陡度准则的常数 $A$ 和 $n$ 的数据系根据Thurston<sup>[6]</sup>的方法按钢板静态极限强度为 $\sigma_b$ 通过插值求出。损伤积累准则的常数 $\lambda$ 、 $K$ ，则由陡度准则的常数通过公式(3.4)换算得到。炸药的物性参数取自文献<sup>[13]</sup>。根据表1和表2所给出的爆炸产物和钢板的压缩性能曲线见图1。

表1 炸药性能数据

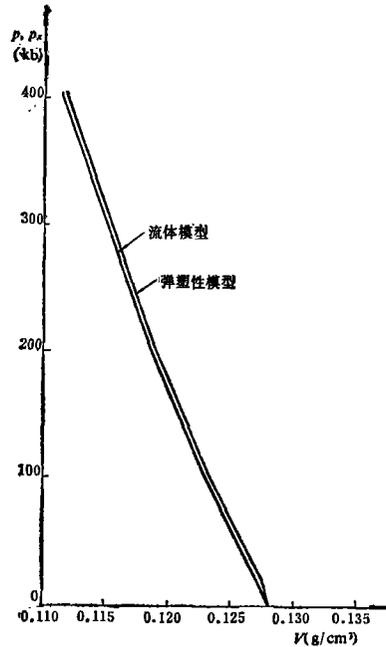
装药密度	$\rho_0(\text{g/cm}^3)$	1.600
爆速	$D(\text{km/s})$	7.667
爆压	$p_{CJ}(\text{Mb})$	0.2400
CJ 比容	$V_{CJ}(\text{cm}^3/\text{g})$	0.4655
BKW 状态方程参数:		
$a_0$		-3.469
$a_1$		-2.488
$a_2$		0.2467
$a_3$		0.02947
$a_4$		-0.01201

表2 钢板性能数据

初始密度	$\rho_0(\text{g/cm}^3)$	7.800
杨氏模量	$E(\text{Mb})$	2.275
剪切模量	$G(\text{Mb})$	0.853
泊松比	$\nu$	0.330
静态极限强度	$\sigma_b(\text{Mb})$	0.00993
动态屈服强度	$Y(\text{Mb})$	0.00979
内聚应力	$\sigma_c(\text{Mb})$	0.200
动态体积压缩模量	$k(\text{Mb})$	2.225
Murnaghan 方程指数	$\gamma$	3.7
应力陡度层裂准则参数:		
$A(\text{c. g. s制})$		$1.038 \times 10^6$
$n$		0.43
损伤积累层裂准则参数:		
$\lambda$		1.33
$K_s$	(sec)	$3.35 \times 10^{-6}$



(a) 爆炸产物



(b) 钢板

图1 爆炸产物和钢板的压缩性曲线

### 初始条件

取炸药爆完时刻即  $t_0 = h/D$  时爆炸产物的状态 (包括比容  $V$ , 质点速度  $u$ , 和质点位置  $x$ ) 为初始条件, 它们可从爆炸产物的基本方程解出. 用质量坐标表示的爆炸产物基本方程是:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial M} & \text{(连续方程)} \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial M} & \text{(运动方程)} \end{cases} \quad (2.9)$$

爆轰过程是自模拟的, 产物中的一切参量  $V$ 、 $u$ 、 $p$  都是  $\eta = M/t = \rho_0 X/t$  的函数, 于是 (2.9) 成为:

$$\begin{cases} u' + \eta V' = 0 \\ \eta u' + \frac{c^2}{V^2} V' = 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

式中撇表示对  $\eta$  的微商,  $c^2 = -V^2 \frac{dp}{dV}$  是产物的声速平方. 将 (2.10) 的非平凡解  $c = \eta V$  代入声速方程并对  $\eta$  求导整理后可得 (2.11)<sub>1</sub>, 由 (2.10)<sub>1</sub> 移项得 (2.11)<sub>2</sub>, 最后由质量守恒引入  $t_0$  时刻欧拉坐标  $x$  的方程 (2.11)<sub>3</sub>. 于是得出确定爆炸产物状态  $V$ 、 $u$ 、 $x$  的常微分方程组:

$$\begin{cases} V' = -\frac{2\eta}{\frac{d^2 p}{dV^2}} \\ u' = -\eta V' \\ x' = \frac{Vh}{D} \end{cases} \quad (2.11)$$

由爆轰阵面上的条件:  $\eta = \rho_0 D$  时,

$$V = V_{CJ}, \quad u = u_{CJ} = D[1 - V_{CJ}/V_0], \quad x = h \quad (2.12)$$

在此边界条件下用通常的龙格——库塔法解方程组 (2.11) 即给出我们主程序计算所使用的爆炸产物中的初始条件. 至于钢板中的初始条件为静止状态.

**边界及接触面上的条件:**

爆炸产物自由飞散面上

$$p = 0 \quad (X = 0) \quad (2.13)$$

钢板自由面上

$$p_x = 0 \quad (X = h + H) \quad (2.14)$$

产物及钢板接触面上

$$\left. \begin{aligned} p(\text{产物}) &= p_x(\text{钢板}) \\ u(\text{产物}) &= u(\text{钢板}) \end{aligned} \right\} (X = h) \quad (2.15)$$

**层裂判据:**

采用损伤积累准则和内聚应力失效准则的组合:

$$\int_0^t \left( \frac{\sigma(t) - \sigma_0}{\sigma_0} \right)^k dt = K_s, \quad \sigma_s = \sigma_0 \quad (2.16)$$

或应力陡度准则和内聚应力失效准则的组合:

$$\sigma_s = \sigma_0 + A \left( \frac{\Delta \sigma}{\Delta x} \right)^n, \quad \sigma_s = \sigma_0 \quad (2.17)$$

### 三、结果和分析

用有限差分法(见附录A)对上述方程进行数值计算.为便于分析比较,我们考虑了如下一些计算因素:对钢板分别采用流体弹塑性和流体动力模型;动态断裂准则分别采用损伤积累准则和应力陡度准则;并对三种不同的药厚 $h$ 和三种不同的板厚 $H$ 计算了应力波波形和裂片厚度.

由于人工粘性的光滑化作用,使得我们无法获得爆轰波作用到钢板的瞬间界面上状态参数的精确数据,为此我们利用接触面上的质点速度和压力的连续条件,按击波关系进行计算,其结果如表3.

表3 爆轰波轰击钢板时接触面上的状态参量

钢板模型	侧限屈服应力(HEL) (kb)	弹性波波速 (m/s)	接触面压力 (kb)	接触面速度 (m/s)	钢板中透射击波波速 (m/s)	产物中反射击波波速 (m/s)
流体弹塑性	19.74	6652	403.6	809.7	6380	-4691
流体动力	—	—	403.0	813.5	6351	-4687

#### 1. 关于应力波的传播和反射

钢板采用流体弹塑性模型时算出的不同时刻的全流场压力波形见图2.初始时刻陡峭的冲击波阵面传入钢板后很快发展为弹性前驱波和塑性冲击波二部份,形成双波结构.在爆炸

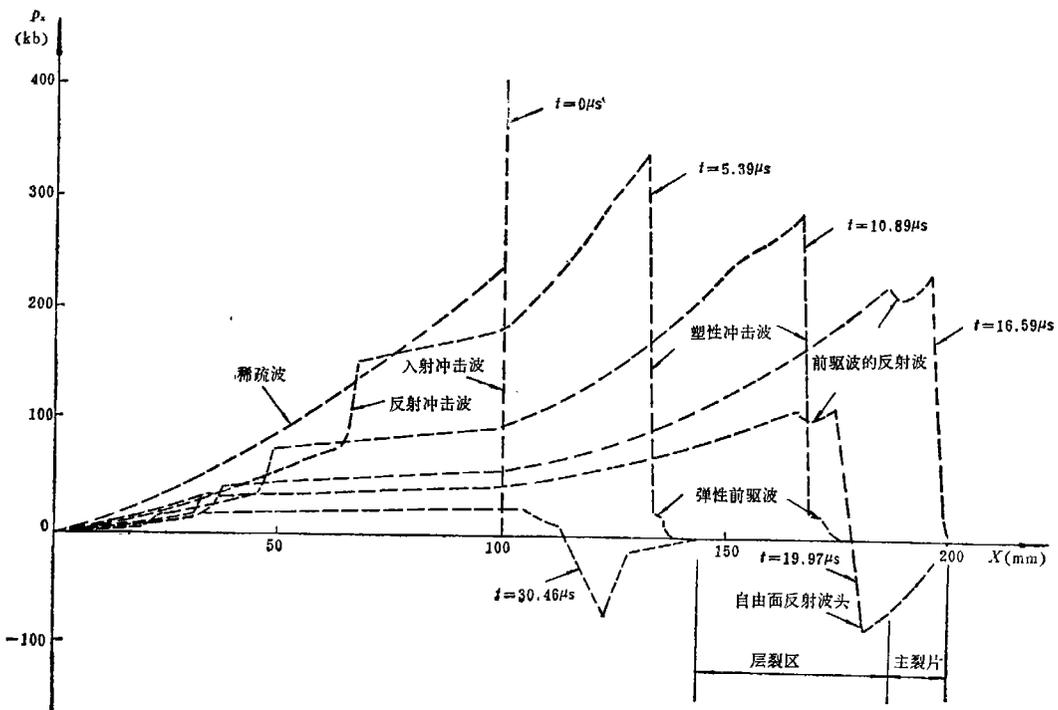


图2 用流体弹塑性模型计算的应力波形( $h=100\text{mm}$ )

产物中同时有一个强度随距离显著衰减的反射冲击波传播。

钢板采用忽略材料强度的流体动力模型算出的应力波形和上面近似，但无弹性前驱波，见图3。

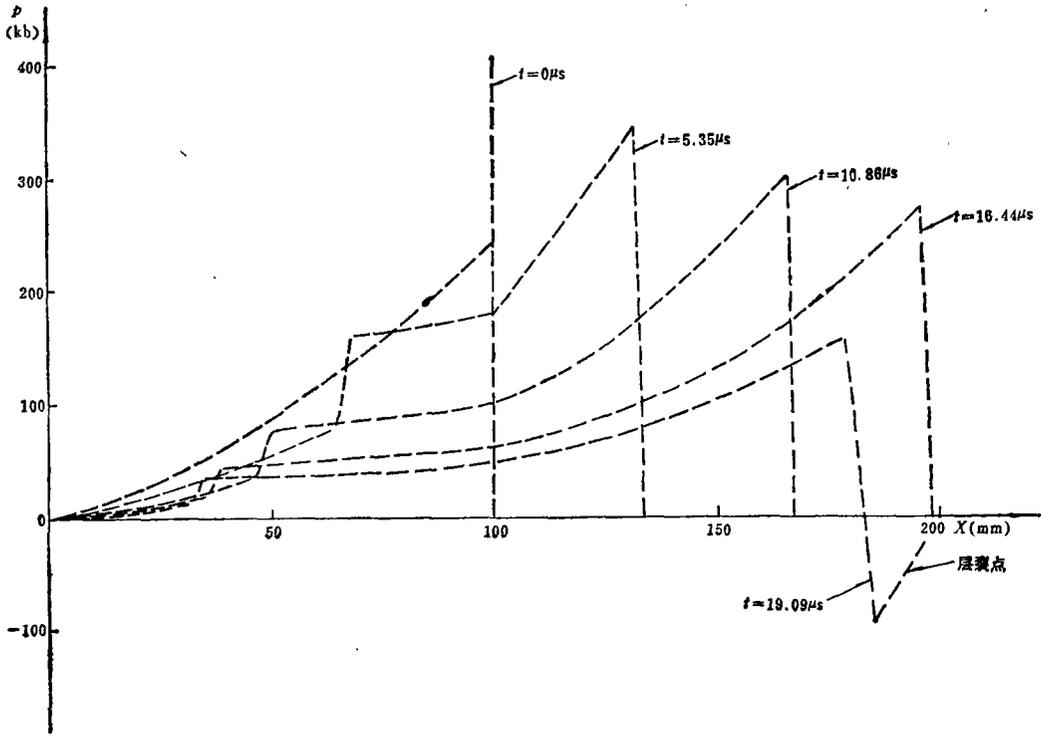


图3 用流体动力模型计算的压力波形( $h=100\text{mm}$ )

比较两种钢板模型下的计算结果可发现两点有意义的差别：第一，流体弹塑性模型的冲击波峰压衰减较快（见图4）；第二，流体弹塑性模型计算的击波后方应力陡度较小（应力波波形较“胖”）。随着应力波传播距离的增加，这些差别愈加明显。这说明在接触爆炸的压力范围内，钢板的弹塑性效应是重要的，它对钢板自由面反射后形成的卸载波波形有显著的影响，并将最终影响层裂结果。一般而言，“瘦”的应力波产生的主裂片薄，计算结果确实证明了这一点。

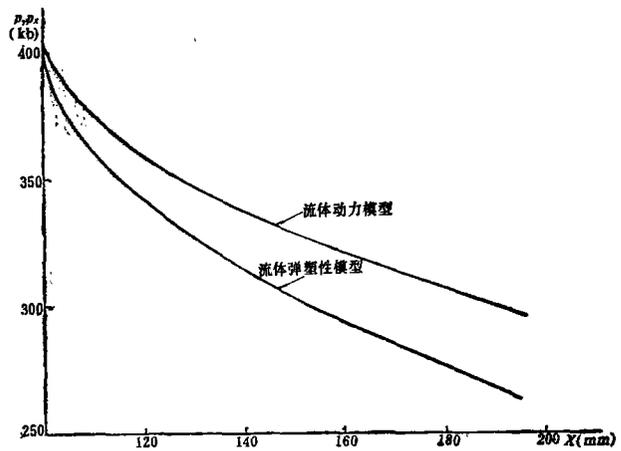


图4 钢板冲击波衰减曲线

应力波到达自由面后的反射情况已在图2中画出。此外又在图5中画出了自由面附近二个截面上反射波到达前后的应力时程曲线。可以看到，在反射拉伸波的作用下各截面都出现近似的拉应力平台。这和三角形压缩脉冲在自由面上按线性波反射的情况相接近（比较

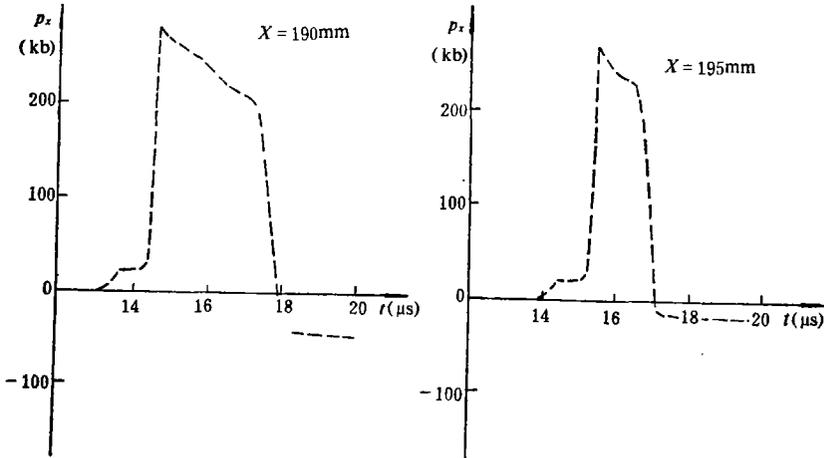


图5 自由面附近截面上的应力时程曲线

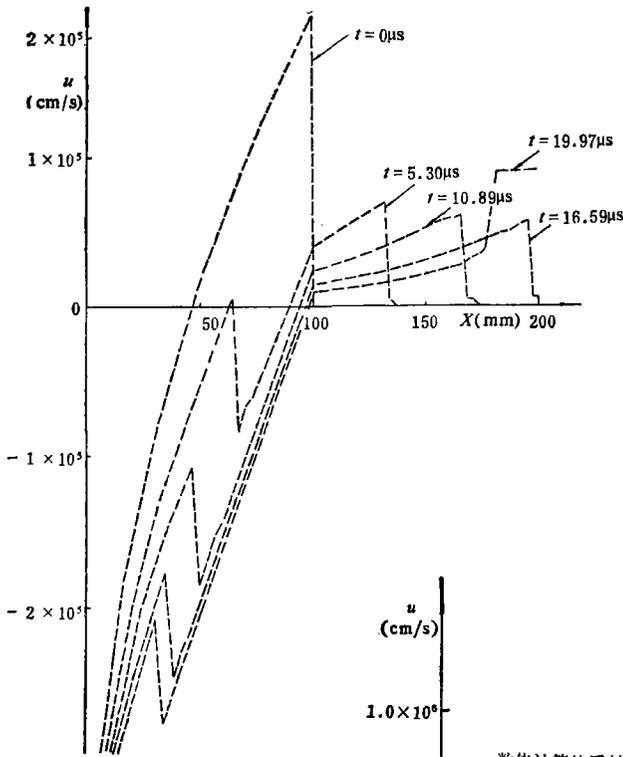


图6 用流体弹塑性模型计算的质点速度波形

我们得到用损伤积累准则计算主裂片厚度的近似公式(3.6).

图10).另一方面,从质点速度的空间波形(图6)可以看到,反射应力波还在自由面附近造成一个速度平台,其值和用弹性波镜面映象迭加法所得的速度加倍律结果相差不大.我们在图7中把数值计算的反射波形和按线性波反射的波形作了比较,自由表面速度的相对误差只有4%.这说明尽管流体弹塑性模型是非线性的,但在自由面附近用线性波的方法来处理仍可得出近似的结果.这一结果不但使我们有可能建立损伤积累准则和应力陡度准则参数之间的关系(3.4),而且可以使

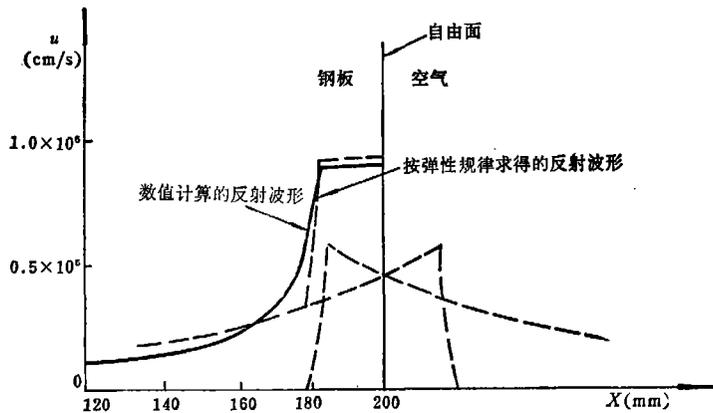
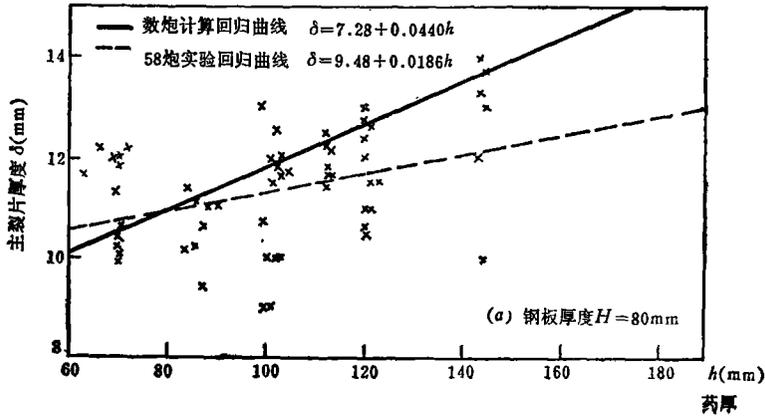


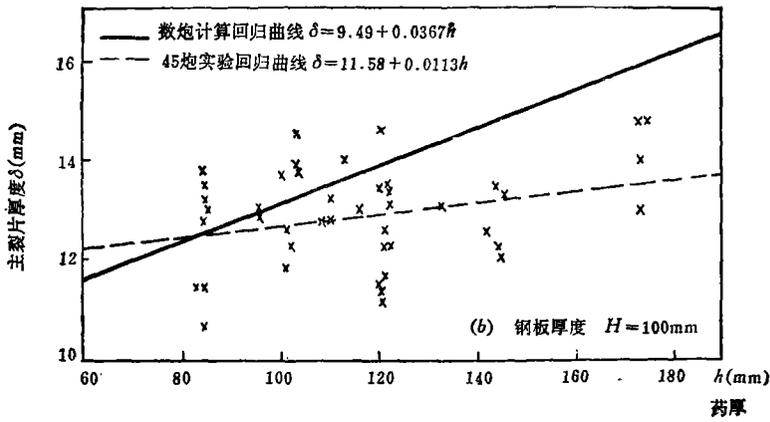
图7 自由面附近速度平台的比较

2. 关于主裂片的厚度

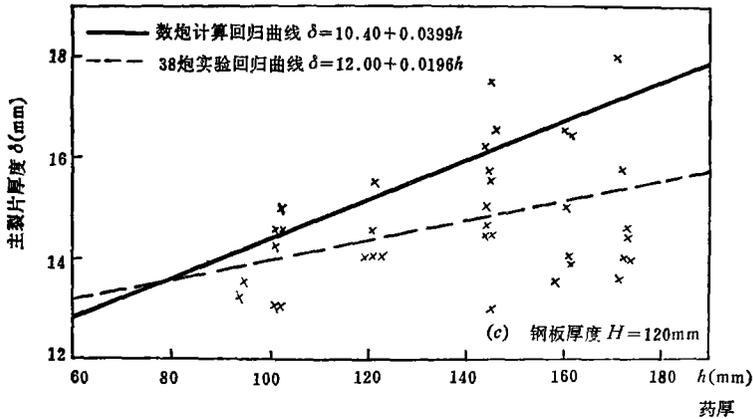
主裂片的厚度是可以在爆炸试验中比较可靠地取得的数据。据此可以验证计算中所取的数学模型和层裂准则的适用程度。图 8 是三种钢板厚度下计算和实验所得的主裂片厚度  $\delta$



(a) 钢板厚度  $H=80\text{mm}$



(b) 钢板厚度  $H=100\text{mm}$



(c) 钢板厚度  $H=120\text{mm}$

图 8 主裂片厚度计算值和实验值的比较

对药柱高度 $h$ 的关系.计算中钢板采用流体弹塑性模型,层裂准则采用积分型的损伤积累准则(1.5),其中的应力阈值 $\sigma_0$ 采用 Hugoniot 弹性极限(HEL),即一维应变下侧限弹性极限 $\sigma_0 = \frac{1-\nu}{1-2\nu} Y$ ,认为在自由面反射后的拉应力超过此限后即开始引起损伤,而没有象一般文献中那样采用静态单向拉伸极限作阈值.因为实际应力状态是一维应变状态,故采用单向拉伸极限作阈值是显然不合理的,而在三向拉伸应力状态下的拉伸极限强度不论在实验上还是在理论上目前还并不清楚,所以就取HEL作阈值.计算结果表明这样选取是合理的.

在计算中发现,在由稳定性要求所控制的时间步长(一般小于十分之一微秒)中,损伤积累值 $K$ 常常在几个网格点上同时突然超过临界值 $K_c$ ,因而应该把积累损伤分布曲线 $K(X)$ 的极值点作为主裂片的断裂位置.曲线 $K(X)$ 在 $\lambda=1$ 时正好是抛物线<sup>[11]</sup>,而在目前 $\lambda=1.33$ 的情况下,则十分接近于抛物线.我们简单地用图解法求出极值点的位置,精度可以达到0.03毫米.由于裂片表面粗糙,这已远远超过测量精度了.

从图8可以看到计算的主裂片厚度跟实验值的符合是相当好的.实验数据取自文献<sup>[10]</sup>.

(本来的实验是按照药柱的高径比为0.4、0.7、1.0分作三组进行.由于简单地采取了药柱顶部点起爆的方式,因此在高径比为0.4的扁药柱中传播的爆轰波球面影响很大,使得裂片中心薄,四周厚.当时的实验条件只能量取裂片周边的厚度,因此实验值普遍高.整理时把这组数据全部舍弃了).从图8还可以看到一些有意思的结果.在板厚 $H$ 固定时,主裂片的计算厚度 $\delta$ 几乎随着药柱高度 $h$ 按线性关系增加;而在80、100、120mm三种不同板厚时的 $\delta \sim h$ 直线又近乎平行和等距(见图9).可见 $\delta \sim H$ 关系也是近乎线性的.这些规律在实验数据的范围内和实验结果基本一致.

### 主裂片厚度的近似公式

把钢板中的 $\lambda$ 射应力波波前简化为三角形脉冲ABC(见图10a),而且假定自由面反射作用可按线性波迭加法处理.于是可得反射后波形为ADEF,距自由面 $\delta$ 处钢板中的拉应力将是:

$$\sigma = p_m \cdot \frac{2\delta}{l} = 2g\delta \quad (3.1)$$

式中 $p_m$ 是入射波阵面峰压, $l$ 是入射波波长, $g = p_m/l$ 是入射波波背应力陡度.若以波头到达自由面时刻作为时间起算点,则 $\delta$ 截面上的应力时程曲线将如图10(b)所示.可以看到拉应力值

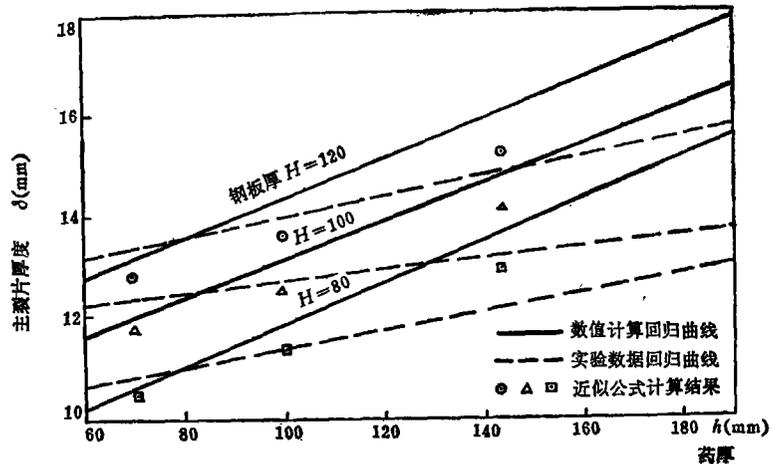


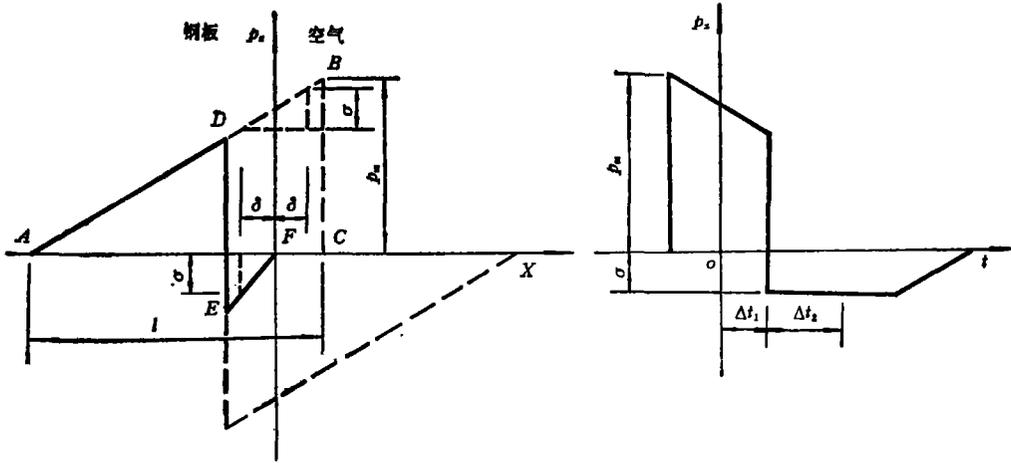
图9 计算、实验、近似公式主裂片厚度的比较

$\sigma$ 将在一定的时间内保持为恒值, 形成一个拉应力平台. 由损伤积累准则, 在  $\delta$  截面上发生断裂的时刻为:

$$\tau = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\delta}{U} + \frac{K_s}{\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1\right)^\lambda} \quad (3.2)$$

式中  $\Delta t_1$  是反射波波头到达  $\delta$  截面所需时间,  $\Delta t_2$  为损伤积累时间,  $U$  则为反射卸载波波速.  $\delta$  截面成为首次断裂面的条件应是  $\tau$  取极小值, 即  $d\tau/d\delta = 0$ , 由此可得

$$\sigma = \sigma_0 + \left(\lambda U K_s \sigma_0^\lambda \frac{d\sigma}{d\delta}\right)^{\frac{1}{1+\lambda}} \quad (3.2)$$



(a) 反射后的应力波形 (b)  $\delta$  截面上的应力时程曲线

图10 三角形应力脉冲在自由面的线性反射

这时的应力实即层裂应力  $\sigma_s$ , 所以此式给出了层裂应力  $\sigma_s$  跟层裂截面  $\delta$  上应力陡度  $d\sigma/d\delta$  的关系. 将此式和应力陡度准则(1.3)相比较, 可以得到应力陡度准则参量  $A$ 、 $n$  和损伤积累准则参量  $\lambda$ 、 $K_s$  之间的关系:

$$\lambda = \frac{1}{n} - 1 \quad K_s = \frac{\sigma_0}{\lambda U} \left(\frac{A}{\sigma_0}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.4)$$

在三角形入射脉冲的情况, 反射后波形EF的陡度为:

$$\frac{d\sigma}{d\delta} = \frac{\sigma}{\delta} = 2g \quad (3.5)$$

这里已经用了(3.1)的关系, 把上式代入(3.3)式, 经简化后可得出首次裂片(主裂片)厚度的近似公式:

$$\delta = \frac{1}{2g} [\sigma_0 + A(2g)^n] \quad (3.6)$$

其实将(3.5)式直接代入应力陡度准则也得到同样的结果. 这说明两种准则的参量如用(3.4)式换算, 用两种准则计算的主裂片厚度是相同的. 这一结论只适用于主裂片厚度, 至于次裂片则两种准则给出全然不同的结果(见下节). (3.6)式也表明: 主裂片厚度  $\delta$  是和选用的材料损伤阈值应力  $\sigma_0$  成线性关系的, 应力阈值愈高, 损伤积累就费时, 主裂片一定愈厚. 数值计

算实践也证实这一点。

为了考核近似公式的精确程度,我们按照朗道讨论气体中击波衰减规律的见解<sup>[12]</sup>,认为击波后方应力陡度随传播距离的衰减关系可用下式给出:

$$g(\xi) = \frac{g_0}{1 + \beta\xi} \quad (3.7)$$

式中 $\xi$ 为击波传播距离(拉格朗日坐标), $g_0$ 为初始应力陡度, $\beta$ 为衰减系数.对数值计算中得到的三种装药厚度下( $h=70, 100, 144\text{mm}$ )应力波波形数据用(3.7)式拟合,得拟合常数如表4.

表4 不同装药厚度下应力陡度衰减的拟合数据

装药厚度 $h(\text{mm})$	70	100	144
初始应力陡度 $g_0(\text{kb/mm})$	9.085	6.688	4.755
衰减系数 $\beta(1/\text{mm})$	0.0242	0.0176	0.0132

用这些拟合常数可以算出在不同厚度的钢板中应力波到达钢板自由面时的波背应力陡度.从而用近似公式(3.6)算出相应的主裂片厚度,其结果画在图9中.可见近似公式的结果和数值计算的差值不到一毫米,而跟实验回归曲线反而更接近一些.可以注意到表4中的 $g_0$ 和 $\beta$ 都是和装药厚度 $h$ 成反比的,这个特点以及与此相关的应力波在流体弹塑性介质中的衰减问题,我们将有另文讨论.

最后,钢板模型的选取对主裂片厚度是有影响的.我们取 $h=100, H=100$ ,用损伤积累准则进行计算,当钢板采用流体弹塑性模型时 $\delta=13.08\text{mm}$ ,当采用流体动力模型时 $\delta=10\text{mm}$ ,两者相差悬殊.由于用前一模型时应力波峰值衰减快,应力波波形“胖”,所以这一结果是意料之中的.

### 3. 关于次裂片的厚度和层裂区的存在

文献<sup>[10]</sup>报导了实验观察到的一个现象,即在主裂片飞出后常有好多块次裂片飞出,这些次裂片每片厚度很薄,约较主裂片小一个数量级,并且在每一块裂片内部又有许多成层裂纹,呈云母状结构,次裂片总数从几片到十几二十片不等,总厚度累计几毫米到几十毫米不等.从钢板上裂片飞走后的片坑深度来看,深的可达到五十毫米以上,有少数几炮已和钢板正面的弹坑有裂纹相贯通,爆炸硝烟穿隙而过.这一切说明在首次断裂面的后方事实上存在着一个布满裂纹的层裂区.这是可以和 Mcqueen 等<sup>[18]</sup>对铜板高速撞击的观察结果互相印证的.徐彬等<sup>[11]</sup>在采用 $\lambda=1$ 的冲量型损伤积累准则的情况下严格地论证了次裂片的理论厚度为无限小,推断出在主裂片之后将在靶板中出现有限宽度的层裂区.事实上损伤积累积分 $K(\tau, X) = K_1$ (见1.5式)所决定的断裂发生时刻 $\tau$ 是座标 $X$ 的连续函数,譬如说当首次断裂在 $X_1$ 截面发生之后,紧接在 $X_1$ 以左的截面在无限小的时间内就满足了条件(1.5)而发生断裂.如取时间步长为无限小,则断裂面将连续向前发展而形成连续破坏的层裂区.不论把差分网格分得多密(在实践中我们曾把 $H$ 的差分网格分成一百格,二百格,以至于五百格)我们所得的次裂片厚度总是一个空间网格,偶而有出现二、三个网格的,只是由于计算所用的时间步长并非无限小的缘故.因此,次裂片厚度在理论上为无限小,在计算实践上为

一个差分网格, 在实验观察上为此主裂片厚度小一个数量级且内部呈云母状结构, 三种结果说的是同一事实. 这个事实是所有“离散型层裂准则”所不能解释的, 损伤积累准则在这个问题上显示了它的优越性.

我们曾对三种厚度的钢板作了层裂区厚度的计算, 结果见表 5. 钢板越厚, 层裂区宽度越窄, 这和主裂片厚度的趋向恰好相反, 总的层裂宽度也以钢板越薄而越宽. 这和实验观察到的现象定性地符合. 上一段里所说的硝烟从裂隙穿过的现象正好发生在  $H=80$  的钢板上.

最后说一说用应力陡度准则对  $h=100$ ,  $H=100$  情况计算的结果:

$$\delta = 12.50 \text{ mm} \quad (\text{主裂片})$$

$$\delta_1 = 11.78 \text{ mm} \quad (\text{次裂片 1})$$

$$\delta_2 = 11.10 \text{ mm} \quad (\text{次裂片 2})$$

这样厚的次裂片是在实验中从来不曾发现的. 这个算题说明, 目前陡度准则虽然拥有最多的材料数据, 但只能用于估算主裂片厚度, 从层裂机理上来看它是不成功的.

表 5 层裂区宽度 (药柱高度  $h=100\text{mm}$ )

钢板厚度 $H(\text{mm})$	80	100	120
主裂片厚度 $\delta(\text{mm})$	11.9	13.1	14.3
层裂区宽度 $Z(\text{mm})$	46.5	42.9	33.7
总层裂宽度 $L(\text{mm})$	58.4	56.0	48.0

## 四、结 论

(1) 在 高能炸药与钢板表面接触爆炸的压力范围内, 用流体弹塑性模型进行层裂计算, 结果要比用流体动力模型所得结果合理得多. 本文所引用的钢材性能数据<sup>[14]</sup>使得计算结果和实验结果符合较好, 但 Murnaghan 指数的取值尚待进一步研究.

(2) 虽然由于缺乏钢板层裂参数的实验数据, 但在利用 Thurston 内插法所得的应力陡度准则数据, 以及经过我们换算所得的损伤积累准则数据后, 主裂片厚度的数值计算结果是合理地符合实验结果的. 然而, 为了更准确地反映损伤积累准则的面貌, 直接通过实验方法测定参量  $K_0$  和  $\lambda$  是十分必要的.

(3) 损伤积累准则比较成功地刻画了动态断裂过程, 比较满意地解释了实验中观察到的多层次裂片现象和一个范围较广的层裂区的存在.

(4) 只要应力波波背陡度在传播过程中的衰减规律可以较方便地找到, 主裂片厚度的近似公式(3.6), 不失为便于工程应用的估算公式.

最后, 为向本文提供钢材性能数据的段祝平等同志<sup>[14]</sup>和专门为了本文的需要在 Hopkinson 压杆上测定钢材动态泊松比数据的孙琦清同志表示深切的感谢.

### 附录: 差分方程组

我们取通常的拉格朗日方法中的中心差商的交错格式(参阅 [16]). 在爆炸产物中和钢板中分别取不同的等步长  $\Delta M_i$  (下标  $i=1, 2$  分别对应于爆炸产物和钢板), 则相应于第二基本方程组的差分方程依次为:

$$u_j^{n+\frac{1}{2}} = u_j^{n-\frac{1}{2}} - \left[ p_{j+\frac{1}{2}}^n - p_{j-\frac{1}{2}}^n + q_{j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - q_{j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} (\tau_{j+\frac{1}{2}}^n - \tau_{j-\frac{1}{2}}^n) \right] \frac{\Delta t^n}{\Delta_1 M} \quad (\text{A.1})$$

$$x_j^{n+1} = x_j^n + u_j^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n+\frac{1}{2}} \quad (\text{A.2})$$

$$V_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} = (x_j^{n+1} - x_{j-1}^{n+1}) / \Delta_1 M \quad (\text{A.3})$$

$$p_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} = f_i(V_{j-\frac{1}{2}}^{n+1}) \quad (\text{A.4})$$

$$\tau_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} = \tau_{j-\frac{1}{2}}^n - G \frac{V_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} - V_{j-\frac{1}{2}}^n}{\frac{1}{2}(V_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} + V_{j-\frac{1}{2}}^n)} \quad (\text{A.5a})$$

$$k_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} = |\tau_{j-\frac{1}{2}}^{n+1}| - \frac{1}{2} Y_i \quad (\text{A.5b})$$

$$\tau_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} = \begin{cases} \tau_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} & (k_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} < 0) \\ \frac{1}{2} Y_i \operatorname{sign}(\tau_{j-\frac{1}{2}}^{n+1}) & (k_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} \geq 0) \end{cases} \quad (\text{A.5c})$$

$$q_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \frac{a(u_j^{n+\frac{1}{2}} - u_{j-1}^{n+\frac{1}{2}})^2}{\frac{1}{2}(V_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} + V_{j-\frac{1}{2}}^n)} & u_j^{n+\frac{1}{2}} - u_{j-1}^{n+\frac{1}{2}} < 0 \\ 0 & u_j^{n+\frac{1}{2}} - u_{j-1}^{n+\frac{1}{2}} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

这里采取的平方型人工粘性 $q$ 中的系数 $a$ 可取作 $a=4$ , 因目前的 $\nu=3\sim 4$ , 故由Von Neumann的公式可

得出产物中的反射击波及塑性冲击波所分布的空间网格数约为  $N = \pi \sqrt{\frac{2a}{\nu+1}} = 4\sim 5$  格。

对爆炸产物来说 $V_1=G_1=0$ , 因而(A.5)式在计算中自动消失。

在爆炸产物自由面上 $j=0$ , 由(A.1)和条件(2.13)给出

$$u_0^{n+\frac{1}{2}} = u_0^{n-\frac{1}{2}} - 2 \left( p_{\frac{1}{2}}^n + q_{\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} \tau_{\frac{1}{2}}^n \right) \frac{\Delta t^n}{\Delta_1 M} \quad (\text{A.7})$$

钢板自由面上, 设 $j=z$ , 由(A.1)和条件(2.14)给出,

$$u_z^{n+\frac{1}{2}} = u_z^{n-\frac{1}{2}} + 2 \left( p_{z-\frac{1}{2}}^n + q_{z-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} \tau_{z-\frac{1}{2}}^n \right) \frac{\Delta t^n}{\Delta_2 M} \quad (\text{A.8})$$

在产物和钢板接触面 $j=J$ 上, 假定  $Q=p+q+\frac{4}{3}\tau$ 及其一阶导数连续, 由界面二侧的 $\frac{\partial Q}{\partial M}$ 外推求

出界面上的 $\frac{\partial Q}{\partial M}$ , 并利用交界面上的条件(2.15), 可得如下的界面速度公式(参阅[17]),

$$\begin{aligned} u_j^{n+\frac{1}{2}} = u_j^{n-\frac{1}{2}} & \left[ 3(p_{j+\frac{1}{2}}^n - p_{j-\frac{1}{2}}^n) - \frac{1}{3}(p_{j+\frac{3}{2}}^n - p_{j-\frac{3}{2}}^n) \right] \frac{\Delta t^n}{(\Delta_1 M + \Delta_2 M)} \\ & - \left[ 3(q_{j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - q_{j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) - \frac{1}{3}(q_{j+\frac{3}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - q_{j-\frac{3}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) \right] \frac{\Delta t^n}{(\Delta_1 M + \Delta_2 M)} \\ & - \left[ 4(\tau_{j+\frac{1}{2}}^n - \tau_{j-\frac{1}{2}}^n) - \frac{4}{9}(\tau_{j+\frac{3}{2}}^n - \tau_{j-\frac{3}{2}}^n) \right] \frac{\Delta t^n}{(\Delta_1 M + \Delta_2 M)} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

时间步长由稳定性条件控制, 在光滑区, 由双曲型方程的Courant条件给出,

$$\Delta t = \beta \frac{V \Delta M_i}{c} (0 < \beta \leq 1) \quad (\text{A.10})$$

其中 $c$ 是局部声速, 在击波层内, 由抛物型方程的Von Neumann条件给出,

$$\Delta t = \beta \frac{V \Delta M_i}{4 \sigma' \Delta u'} \quad (\text{A.11})$$

计算中取 $\beta=0.9$ , 发现计算能稳定地进行。

层裂计算另编子程序, 自钢板自由面开始向钢板内部逐格询问损伤积累值是否达到临界值, 一旦达到, 便认为裂片自钢板分离, 而以断裂面为新的自由面, 再按上法依次进行, 求下继的次裂片发生地点. 采用应力陡度准则的步骤类似。

### 参 考 文 献

1. Rinehart, J. S., Some quantitative data bearing on the scabbing of metals under explosive attack, *J. Appl. Phys.* 22 (1951), 555.
2. Whiteman, P., Preliminary Report on the Effect of Stress Rate on the Dynamic Fracture of Steel, Brass and Aluminum, AWRE—SWAN—10/61(1962).
3. Skidmore, I. C., Introduction to shock waves in solids, *Appl. Mater. Res.* 4 (1965), 131.
4. Breed, B. R. et al., Technique for the determination of dynamic tensile strength characteristics, *J. Appl. Phys.* 38 (1967), 3271.
5. Thurston, R. S. and Mudd, W. L., Spallation Criteria for Numerical Computation, LA—4013 (1968).
6. Davison, L. and Stevens, A. L., Continuum measures of spall damage, *J. Appl. Phys.* 43 (1972), 988.
7. Butcher, B. M., Barker, L. M., Murson, D. E. and Lundergan, C. D., Influence of stress history on time-dependent spall in metals, *AIAA J.* 2 (1964), 977.
8. Tuler, F. R. and Butcher, B. M., A criterion for the time-dependence of dynamic fracture *Inter. J. Fra. Mech.* 4 (1968), 431.
9. Seaman, S. Fracture and fragmentation under shock loading, in *Shock and Vibration Computer Programs* ed. by Walter et al (1975), 563.
10. 科大, 东机, 关于静碎甲实验的初步总结. (1977年3月).
11. 徐彬等, '炸药接触爆炸下钢板的层裂问题' 中国第一次爆炸力学学术讨论会上的报告. (1977年11月).
12. 朗道, 连续介质力学, 人民教育出版社, 1960年487页.
13. Mader, C. L., Detonation Properties of Condensed Explosives Computed Using the BKW Equation of State, LA—2900 (1963).
14. 段祝平, 孙琦清, 杨大光, 田兰桥, 褚瑶, 高应变率下金属动力学性能的实验与理论研究, 力学进展1980年第10期, 1—16页.
15. Von Neumann, J. and Richtmyer, R. D., A Method of the numerical calculation of hydrodynamic shocks, *J. Appl. Phys.* 21 (1950). 232.
16. Wilkins, M. L., Calculation of Elastic-Plastic Flow LA-7322 (rev.) (1969).
17. Richtmyer, R. D., 初值问题的差分方法, 科学出版社, 1966年 178页.
18. McQueen, R. G. and Marsh, S. P., Ultimate yield strength of copper, *J. Appl. Phys.* 33 (1962), 654.

## Numerical Analysis of the Spallation of Steel Target under the Explosive Loading

Chu Chao-hsiang    Li Yong-chi    Wang Xiao-jun

*(University of Science and Technology of China, Hefei.)*

### Abstract

The numerical analysis of the propagation of stress waves and the allied scabbing phenomena in a steel plate under explosive attack is made, by using a model of one-dimensional flow. The results are compared with our experimental results which were carried out several years ago. It is found out that, in case the elastic-ideally plastic model for steel plate and the cumulative damage spall criterion are used, the calculated thickness of the major spall is in reasonable agreement with that observed in the experiments. An approximate formula for the thickness of the major spall is presented and the "mica-splitting" phenomenon about the minor spalls observed in the experiments is satisfactorily explained.