

悬浮固粒对二维混合层流动失稳特性的影响*

周泽宣¹ 林建忠¹

(1995年9月6日收到)

摘 要

本文在不可压缩二维混合层流动方程的基础之上, 通过添加固粒的作用项, 推导得到了修正的瑞利方程; 然后用数值计算方法解其特征方程, 得到了悬浮固粒的质量密度、固粒和气流的速度比值以及Stokes数不同时二维混合层流动中扰动频率与空间增长率的关系曲线, 给出了关于悬浮固粒对流场失稳特性影响的几个重要结论。

关键词 二维混合层 稳定性 悬浮固粒 数值计算

一、引 言

具有悬浮固粒的气流混合层流场在工程实际中是常见的, 如煤粉及其它粉状燃料的燃烧过程、粉状物料的混和过程及搅拌过程等。通过理论和实验研究, 掌握气流场与悬浮固粒之间的相互作用, 能使诸如燃烧、混和、搅拌这样的工业过程更加有效。正因为如此, 近十几年来, 人们对两相流混合层流场的研究已引起关注, 如Gore^[1]等用固粒动力响应时间与大涡结构特征时间之比作为特征量研究扩散问题; Chein^[2]等研究了随时间演变的混合层中, 大涡配对给单个固粒运动造成的影响; 林建忠等^[3]用离散涡方法计算气流场, 用单相耦合方法计算固粒运动, 得到了不同Stokes数下气流对固粒以及固粒对气流湍流度影响的结果。纵观以上研究, 着眼点基本上都放在气流场对固粒运动的影响上, 而实际上固粒的存在会使气流场的运动发生变化, 这种变化反过来又将影响固粒的运动。因此研究固粒对气流场的影响是很有必要的。

在混合层流场的整个发展过程中, 初始的失稳是一个很重要的阶段, 当气流场中有固粒存在时, 流场的初始失稳过程将发生变化。Emile等^[4]的研究表明, 不管固粒是否存在以及固粒空隙率多大, 混合层流场总是不稳定的, 这一结论应属于预料中的, 因为无论气流场中是否存在固粒, 其速度剖面的拐点总存在, 因而也就不稳定。然而, 固粒的特性以及固粒和气流有关速度和时间特征量的比值对气流场的失稳有什么影响, 目前还没有见到相关的研究。因此, 给出这些结论正是本文的目的。

* 浙江省自然科学基金资助项目

¹ 浙江大学力学系, 流体传动与控制国家重点实验室, 杭州 310027

二、数学模型和方程

在图 1 所示直角坐标系下, 对于具有悬浮固粒的无粘不可压气流, 存在如下方程:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_g} F_{xz} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_g} F_{yz} \quad (2.3)$$

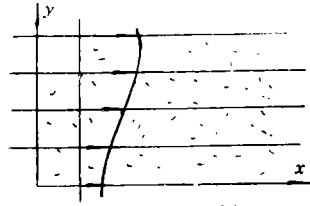


图 1 坐标系及流场

其中: u, v 为气体的瞬时速度, p 为气体的瞬时压力, F_{xz}, F_{yz} 为悬浮固粒对气体的作用项^[5], ρ_g 为气体的密度。

由小扰动方程的特解表示的三维扰动相当于一个二维扰动, 故本文只研究二维扰动的情况, 即

$$u = U + u', \quad v = V + v' \quad (2.4)$$

其中: u', v' 为气体的扰动速度, U, V 为未被扰动的混合层流的速度。

显然, 对于混合层流动有:

$$U = U(y), \quad V = 0 \quad (2.5)$$

把式(2.4)和(2.5)代入方程式(2.1)、(2.2)和(2.3)经过整理就可以得到:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + (U + u') \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \left(\frac{dU}{dy} + \frac{\partial u'}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_g} F_{xz} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + (U + u') \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_g} F_{yz} \quad (2.8)$$

由文献[5]可知:

$$F_{xz} = \rho_p (u_p - u) / \tau_p \quad (2.9)$$

$$F_{yz} = \rho_p (v_p - v) / \tau_p \quad (2.10)$$

其中: $u_p = U_p + u'_p, v_p = v'_p$; u_p, v_p 为悬浮固粒的瞬时速度, u'_p, v'_p 为悬浮固粒的扰动速度, U_p 为悬浮固粒的未扰速度, ρ_p 为悬浮固粒的质量密度, τ_p 为悬浮固粒的松弛时间, $\tau_p = \rho_s a^2 / 4.5 \rho_g \nu$, ρ_s 是固粒比重, a 是固粒半径, ν 是气体的运动粘性系数。

假定悬浮固粒与气体的未扰速度相同 $U = U_p$, 且假定 $c = u'_p / u' = v'_p / v'$ 为固粒与气流的速度比值, 由此得:

$$F_{xz} = \rho_p (c - 1) u' / \tau_p \quad (2.11)$$

$$F_{yz} = \rho_p (c - 1) v' / \tau_p \quad (2.12)$$

把等式(2.11)和(2.12)代入(2.7)和(2.8), 由小扰动理论略去二阶小量后就得到:

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + U \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{dU}{dy} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial x} + F u' \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + U \frac{\partial v'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial y} + F v' \quad (2.14)$$

其中: $F = \rho_p(c-1)/\rho_g \tau_p$

用混合层流动的特征速度 U_0 和厚度 δ 对(2.13)和(2.14)进行无量纲化后有:

$$x_* = \frac{x}{\delta}, \quad y_* = \frac{y}{\delta}, \quad u'_* = \frac{u'}{U_0}, \quad v'_* = \frac{v'}{U_0}$$

$$U_*(y_*) = \frac{U(y)}{U_0}, \quad \tau_* = \frac{\delta}{U_0}, \quad t_* = \frac{t}{\tau_*}, \quad p_* = \frac{p}{\rho_g U_0^2}$$

把上面的式子代入方程式(2.6)、(2.13)和(2.14), 整理化简就可得:

$$\frac{\partial u'_*}{\partial x_*} + \frac{\partial v'_*}{\partial y_*} = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial u'_*}{\partial t_*} + U_* \frac{\partial u'_*}{\partial x_*} + v'_* \frac{dU_*}{dy_*} = -\frac{\partial p_*}{\partial x_*} + F_* u'_* \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial v'_*}{\partial t_*} + U_* \frac{\partial v'_*}{\partial x_*} = -\frac{\partial p_*}{\partial y_*} + F_* v'_* \quad (2.17)$$

这里: $F_* = \rho_p(c-1)/\rho_g St$, 其中的 $St = \tau_p/\tau_*$ 是Stokes数, 表征固粒动力响应时间与流场特征时间之比。由方程可见, 悬浮固粒对混合层流动失稳特性的影响主要是由固粒的质量密度、Stokes数和固粒与气流的速度比来决定。

将方程式(2.16)对 y_* 偏导后减去方程式(2.17)对 x_* 偏导后的形式, 经过整理就可得:

$$\frac{\partial}{\partial t_*} \nabla \cdot (-v'_*, u'_*) + U_* \frac{\partial}{\partial x_*} \nabla \cdot (-v'_*, u'_*) + v'_* \frac{d^2 U_*}{dy_*^2} = F_* \nabla \cdot (-v'_*, u'_*) \quad (2.18)$$

$$\text{其中: } \nabla \cdot (-v'_*, u'_*) = -\frac{\partial v'_*}{\partial x_*} + \frac{\partial u'_*}{\partial y_*}$$

方程式(2.18)对 x_* 偏导一次, 然后将(2.15)式代入, 经过整理就可以得到:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_*} + U_* \frac{\partial}{\partial x_*} - F_* \right) \Delta v'_* - \frac{\partial v'_*}{\partial x_*} \frac{d^2 U_*}{dy_*^2} = 0 \quad (2.19)$$

$$\text{其中: } \Delta v'_* = \frac{\partial^2 v'_*}{\partial x_*^2} + \frac{\partial^2 v'_*}{\partial y_*^2}$$

定义无量纲横向扰动速度 v'_* 为如下的形式:

$$v'_* = v_{**}(y_*) \exp[i(\alpha x - \sigma t)] \quad (2.20)$$

其中: v_{**} 无量纲为复数振幅, α 为复数无量纲波数, σ 为实数无量纲扰动频率。

把上式代入式(2.19), 经过整理可得:

$$(-\sigma + \alpha U_* + i F_*) v''_{**}(y_*) + (\sigma \alpha^2 - \alpha^3 U_* - i F_* \alpha^2 - \alpha d^2 U_*/dy_*^2) v_{**}(y_*) = 0 \quad (2.21)$$

若令其中的速度比值 $c=1$, 则 $F_* = 0$, 经整理可得:

$$(-\sigma + \alpha U_*) v''_{**}(y_*) - [\alpha U_* - \sigma] \alpha^2 + \alpha d^2 u_*/dy_*^2 v_{**}(y_*) = 0 \quad (2.22)$$

该式即为著名的瑞利方程, 而式(2.21)称为修正的瑞利方程。

三、计算方法和结果

3.1 平均速度剖面

混合层的未扰速度分布采用双曲正切型速度剖面, 如图2所示, 坐标原点是 $U_* = 1/2$ 的

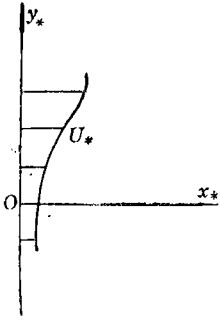


图2 气流速度分布

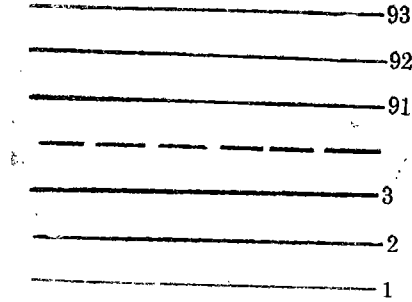


图3 混合层离散区域

地方, 而 U_* 为:

$$U_* = \exp[2y_*] / [\exp[2y_*] + 1] \quad (3.1)$$

3.2 边界条件

求解方程(2.21)和(2.22)所需的定解条件就是混合层的两个边缘的横向扰动速度值为零, 该条件结合式子(2.18)可以转化为:

$$y_* = -\infty \text{ 处: } v_{**} = 0 \quad (3.2)$$

$$y_* = +\infty \text{ 处: } v_{**} = 0 \quad (3.3)$$

3.3 计算方法

采用差分法来求解瑞利方程及其修正方程。首先, 方程中的二阶微商, 用中心差分格式表示的差商来代替, 从而获得需要的差分方程。其次, 离散求解区域, 如图3所示, 共计93薄层, 各层的速度及其它的值由所给的双曲正切速度分布函数来决定。第三, 结合差分方程和离散的求解区域, 建立起形如 $\{A_r + iA_i\}_{01 \times 01} \{v_{**}\}_{01 \times 1} = \{0\}_{01 \times 1}$ 的齐次方程组, 未知元数目为91。最后, 求解上述的方程组, 我们采用了全选主元高斯消去法求解复系数方程的程序, 从而获得我们所需要的解。

3.4 计算结果

计算结果体现在图4到图8。图4为计算出的单相混合层流动的扰动频率与空间增长率的关系曲线与文献[6]的对应曲线的比较, 图5为计算出的单相混合层流动的关系曲线与含有悬浮固粒时的两相流的关系曲线的比较。图6到图8为悬浮固粒特性变化时对应的扰动频率与空间增长率的关系曲线的变化情形。

四、讨论与结论

(1) 图4说明计算出的单相混合层流动的扰动频率与空间增长率的关系曲线与文献[6]的对应的曲线基本上吻合, 这说明采用高斯全选主元消去法求解复系数方程组的程序来解决混合层流动的稳定性问题是合理的。

(2) 从图5我们可以看出: 含有悬浮固粒时, 混合层的失稳特性将发生显著的变化, 各

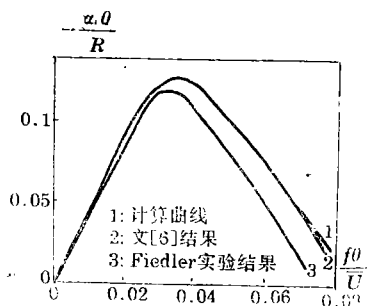
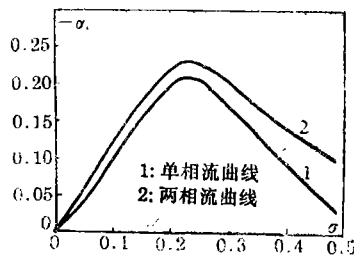


图4 单相流扰动频率与空间增长率关系

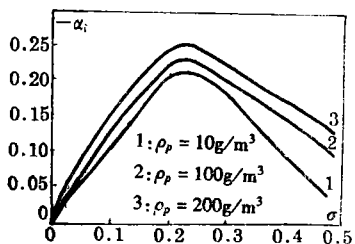


$\rho_p=100\text{g/m}^3, St=100, c=1.5,$
 $\rho_g=1.207\text{kg/m}^3$

图5 单相与两相情形的比较

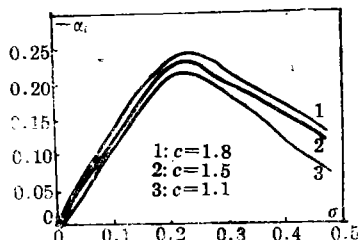
扰动频率对应的空间增长率 $(-\alpha_i)$ 均普遍地升高,说明在同样扰动频率下,流场更快失稳,可见悬浮固粒在混和层中起着加速失稳的作用。

(3) 图6说明悬浮固粒的质量密度越大,同一扰动频率对应的空间增长率 $(-\alpha_i)$ 上升.这是因为悬浮固粒的质量密度越大,固粒的浓度越高,表明固粒的存在效应越大,故偏离单相流就越多,这与图5的结论是一致的。



$c=1.5, St=100, \rho_g=1.207\text{kg/m}^3$

图6 不同固粒质量密度下的情形



$\rho_g=1.207\text{kg/m}^3, \rho_p=100\text{g/m}^3, St=100$

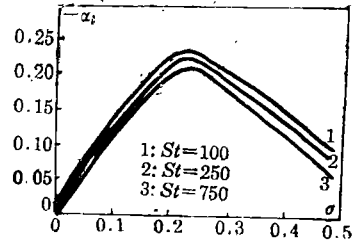
图7 固粒和气流的速度比值不同的情形

(4) 从图7我们可以看出,悬浮固粒和气流的速度比值越小,同一扰动频率对应的空间增长率 $(-\alpha_i)$ 下降.这是因为悬浮固粒和气流的速度比值越小,悬浮固粒对气体的激励作用就越小,故更趋向于单相流情形。

(5) 图8表明 St 数越大,同一扰动频率对应的空间增长率则降低,因而越接近单相流情形.从方程本身看,由于 St 数在(2.16)、(2.17)最后一项的分母上,所以 St 数越大,固粒的作用就越小,与单相流的情形就越接近.而由物理机制看, St 数越大,对应 τ_p 值越大,则在其它参数不变的情况下,固粒的比重或尺寸则越大(因为 $\tau_p=2\rho_s a^2/9\rho_p \nu$),由于图8结果计算时 ρ_s 即固粒的质量密度不变,那么固粒的比重或尺寸越大意味着悬浮固粒的数目越少即越稀,因而也就越接近单相流。

(6) Stokes数表征固粒动力响应时间与流场特征时间之比,以往的结论是小 St 数意味着固粒能较快地适应流场的变化,具有较好的跟随性,因而对流场的影响较小,这一结论只有对固粒建立方程时在固粒数目相同的情况下才有效,如果关于气流建立方程,固粒对气流的作用通过固粒的质量密度、 St 数等起作用时,结论便不一样,本文结果说明这一点。

(7) 可见对于存在固粒的气流混合层流场,若固粒速度大于气流速度,那么固粒的存在将加速混合层失稳;此外,固粒的质量密度越高、固粒速度和气流速度的比值越大,将加速混合层的失稳;当固粒质量密度一定时,固粒的比重或尺寸越小,也将加速混合层的失稳。由于加速混合层失稳意味着使流场更快地进入湍流状态,而湍流场具有较好的混和效果,这就为工程实际中提高燃烧、混和和搅拌效果提供了依据。



$$\rho_g = 1.207 \text{ kg/m}^3, \rho_p = 100 \text{ g/m}^3, c = 1.5$$

图8 不同 St 数的情形

参 考 文 献

- [1] R. A. Gore, et al., A numerical study of particle dispersion in large scale structures, ASME Publication HTD, *Multiphase Flow and Heat Transfer*, 47 (1985).
- [2] R. Chein and J. M. Chun, Effect of vortex pairing on particle dispersion in turbulent shear flow, *J. Multiphase Flow*, 13 (6) (1987), 785.
- [3] 林建忠、赵伯龙, 气固两相混合层流场的数值模拟及其应用, 《第四届全国多相流、非牛顿流、物理化学流学术会议论文集》, 陕西西安 (1993), 81.
- [4] D. Emile and B. Michel, Kelvin-Helmholtz two-phase flow instability, *Instability in Multiphase Flows*, Edited by G. Gouesbet, et al., Plenum Press, New York (1993), 231.
- [5] 李绍林, 《两相悬浮体剪切流的理论和实验》, 科学出版社 (1985).
- [6] W. L. William, Linear instability of curved free shear layers, *Phys. Fluids*, 6 (2) (1994), 541.

Effect of Suspended Solid Particles on Unstability of Two-Dimension Mixing Layer

Zhou Zexuan Lin Jianzhong

(Department of Mechanics, State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou, 310027, P. R. China)

Abstract

By considering the effect of suspended solid particles in the ordinary equations for two-dimension inviscid incompressible mixing layer, the Rayleigh equation and the modified Rayleigh equation are obtained. And then, by solving the corresponding eigen-value equations with numerical computational method, the relation curves between perturbation frequency and spacial growth rate of the mixing layer for the varying particle loading, ratio of particle velocity to fluid velocity and Stokes number are got. Several important conclusions on the effect of suspended solid particles on unstability of the mixing layer are presented in the end by analyzing all the relation curves.

Key words two-dimension mixing layer, unstability, suspended solid particles, numerical computation