

结构—饱和土壤相互作用的 固结有限元分析*

张洪武 钟万勰 钱令希

(大连理工大学, 1991年6月24日收到)

摘 要

讨论了结构与饱和土壤相互作用的固结分析问题。对于结构利用多重子结构分析技术实现向饱和土交界面上的凝聚, 从而建立了结构与饱和土壤相互作用的固结控制方程。文中给出了问题求解的一次性算法方案, 采取压力主从关系的手段处理边界上的不排水条件。文末给出数值算例。本文工作为大型结构与土体相互作用固结分析研究工作的深入创造了条件。

关键词 有限元法 固结/相互作用

一、引 言

在外荷载作用下饱和土壤地基并不是立即产生沉降, 而是以变化的速率逐渐发生变形, 这种现象就是土壤的固结。固结过程的速率取决于土体的排水速率, 在这个过程中, 伴随着土壤骨架应变状态变化的是孔隙水的流动和孔隙水压力的变化。饱和沙土地基中的固结现象非常明显, 如考虑不周将会给地基上的建筑物带来破坏。因而开展这方面的研究工作将有十分重要的意义。

饱和土壤的固结理论是Terzaghi在1925年首先提出的。Biot考虑饱和土壤中土体骨架与孔隙水之间的相互作用, 导出了比较完备的三维固结方程, 并进一步将其推广到动力分析之中。Biot理论将土体的变形与渗流过程结合起来, 但要在数学上求得其方程的闭合解则十分困难。

作为数值计算有限元法的应用, Zienkiewicz发展了一个以固相骨架位移和孔隙水压力为未知数的近似公式^[1], 它特别适用于低速发展过程的固结分析。进一步, Zienkiewicz和Prevost等又导出了考虑几何和材料非线性的一般增量形式的广义Biot公式^[2,3]。考虑到进行土体与结构相互作用的整体固结过程分析, 本文在采取多重子结构手段对问题进行处理的同时, 进而采取了一种新的饱和土体固结分析的整体性算法, 使问题得到了较好的解决。本文所提出的分析方法已在土体与结构相互作用有限元分析程序DIASS中实现。

* 国家自然科学基金资助项目。

二、固结分析的广义Biot公式

多孔介质力学中一般将总应力 σ_{ij} 分为有效应力 σ'_{ij} 与孔隙水压力 p 两部分,即为

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij}p \quad (2.1)$$

考虑土体颗粒的变形,式(2.1)可进一步表示为

$$\sigma_{ij} = \sigma''_{ij} - \alpha\delta_{ij}p \quad (2.2)$$

σ''_{ij} 可称为修正的有效应力。Biot常数 α 形式为

$$\alpha = 1 - \frac{\delta_{ij}D_{ij,kl}\delta_{kl}}{9k_s} = 1 - \frac{k_t}{k_s} \quad (2.3)$$

本构关系表达式可表示为

$$\sigma''_{ij} = D_{ij,kl}e_{kl} = D_{ij,kl}(u_{k,l} + u_{l,k})/2 \quad (2.4)$$

k_s 与 k_t 分别为土体颗粒与骨架的体变模量; u_i 为土体骨架的位移。

在饱和土壤固结问题中假设忽略所有的加速度项,饱和土体整体运动方程可表示为

$$\sigma''_{ij,j} - \alpha\delta_{ij}p_{,i} = -\rho g_i \quad (2.5)$$

ρ 为饱和土体的平均密度, g_i 为体力加速度。

依据Darcy定律,孔隙水运动微分方程为

$$-p_{,i} + \rho_f g_i = k^{-1}\gamma_f w_i \quad (2.6)$$

ρ_f 为孔隙流体密度; k 为Darcy渗透系数; γ_f 为孔隙流体的比重; w_i 为孔隙流体比流量速率。

孔隙流体运动质量守恒方程可表示为

$$\alpha\dot{u}_{i,i} + \dot{p}/Q + w_{i,i} = 0 \quad (2.7)$$

式中: $1/Q = n/k_f + (\alpha - n)/k_s$, n 为饱和土孔隙率, k_f 为孔隙流体体变模量。

由式(2.6)解得 w_i 后代入式(2.7)得

$$[k\gamma_f^{-1}(-p_{,i} + \rho_f g_i)]_{,i} + \alpha\dot{u}_{i,i} + \dot{p}/Q = 0 \quad (2.8)$$

式(2.5)与(2.8)构成了饱和土固结分析的控制方程。选取控制方程中 u_i 和 p 的有限元分片插值形式

$$u_i = N_k^u \bar{u}_{ki}, \quad p = N_k^p \bar{p}_k \quad (2.9)$$

N_k^u , N_k^p 分别为 u_i 与 p 的分片插值形函数; \bar{u}_{ki} , \bar{p}_k 分别为相应的单元节点量。式(2.9)代入式(2.5)、(2.8)并利用Galerkin手段进行离散可得Biot固结方程的离散表达式

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Q_{i,u}^i & S_{i,p}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{i,u}^i & -Q_{i,p}^i \\ 0 & H_{i,p}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_u^i \\ f_p^i \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} Q_{i,u}^i &= \int_{\Omega} N_{L,i}^u \alpha N_{k,i}^u d\Omega; \quad Q_{i,p}^i = Q_{i,u}^{i,T} \\ S_{i,p}^i &= \int_{\Omega} N_{L,i}^p (1/Q) N_{k,i}^p d\Omega; \quad K_{i,u}^i = \int_{\Omega} N_{L,i,j}^u D_{ij,kl} N_{m,i}^u d\Omega \\ H_{i,p}^i &= \int_{\Omega} N_{L,i}^p k \gamma_f^{-1} N_{k,i}^p d\Omega \\ f_u^i &= \int_{\Omega} N_{L,i}^u \rho g_i d\Omega + \int_r N_{L,i}^u \alpha p_n d\Gamma + \int_r N_{L,i}^u \sigma_{i,j} n_j d\Gamma \\ f_p^i &= \int_{\Omega} N_{L,i}^p \rho_f g_i d\Omega - \int_r N_{L,i}^p k \gamma_f^{-1} n_i p_n d\Gamma \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

三、结构-饱和土壤固结分析的子结构技术

结构与饱和土壤在其界面处相互作用，其耦合效应一般可以通过界面条件进行处理。在工程分析中，一般对地基的固结沉降计算只考虑土壤之上的结构荷载的作用，而忽略结构与土体的耦合效应，如此获得固结最终沉降量，把此沉降值作为指定非零位移边界条件施加于结构，进一步计算出结构的内力与形变。不难发现，由于没有考虑土体与结构之间的变形间的相互影响，这种处理方法一般不能真实反映固结的发展过程，并且把结构与地基分开进行两次计算在处理上也不太方便。

研究式(2.10)可以发现，土体的固结实际上是一个拟静力分析过程，而对固体骨架部分对应的位移向量是完全按静力分析进行的，如此可以把结构部分的分析方程表示为

$$\begin{bmatrix} K_{iI}^s & K_{iB}^s \\ K_{B I}^s & K_{BB}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i^s \\ u_B^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i^s \\ f_B^s \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

式中： u_B^s ， f_B^s 分别为结构与土交界面上的结构自由度与外力向量； u_i^s ， f_i^s 分别为结构与土非交界面上的结构自由度与外力向量。显然式(3.1)为多重子结构法对结构体描述的“最后一级子结构”表达式形式，其中间过程可按多重子结构方法的一般原则进行描述；这一点容易理解，不再赘述。不难看出，多重子结构方法引入之后至少对问题的处理有两点好处，首先是提高了对结构部分的处理规模；其二将会提高固结问题求解的效率，这是由于采取了多重子结构凝聚手段之后，使固结问题求解的自由度数大为降低。显然，土体的固结分析是在最后一级子结构下进行的。式(3.1)通过静凝聚，可得：

$$K_{BB}^{s*} u_B^s = f_B^{s*} \quad (3.2)$$

$$K_{BB}^{s*} = K_{BB}^s - K_{BI}^s K_{II}^{s-1} K_{IB}^s \quad (3.3)$$

$$f_B^{s*} = f_B^s - K_{BI}^s K_{II}^{s-1} f_i^s \quad (3.4)$$

由于界面处的自由度相对结构与土体自由度来说是相对较少的，因而式(3.2)方程的维数较结构总体方程来说大大降低。式(3.2)可进一步分开表示为

$$\begin{bmatrix} K_{oo}^{s*} & K_{ou}^{s*} \\ K_{uo}^{s*} & K_{uu}^{s*} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_o^s \\ u_u^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_o^{s*} \\ f_u^{s*} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

式中： u_o^s 为结构与土体界面处“非耦合”自由度(如转角)， u_u^s 为结构与土体界面处的“耦合”自由度(一般为线位移)。

显然仿(3.1)的凝聚过程，(3.5)可进一步向 u_o^s 项进行凝聚，如此可得只含有“耦合”自由度的结构部分的静力分析方程。然而由于一般现有的多重子结构分析程序对子结构出口自由度的描述一般是按出口节点进行描述的，因而直接可获得(3.5)，由于(3.5)的方程维数已经较小，为编程方便，本文将以(3.5)为基础对问题进一步进行讨论。(3.5)与(2.10)联立有

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{pu}^s & Q_{pv}^s & S_{pr}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_o^s \\ u_u^s \\ u_v^s \\ p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{oo}^{s*} & K_{ou}^{s*} & 0 & 0 \\ K_{uo}^{s*} & K_{uu}^{s*} + K_{iu}^s & K_{iv}^s & -Q_{ir}^s \\ 0 & K_{uv}^s & K_{vv}^s & -Q_{vr}^s \\ 0 & 0 & 0 & H_{vr}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_o^s \\ u_u^s \\ u_v^s \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_o^{s*} \\ f_u^{s*} + f_i^s \\ f_v^s \\ f_p^s \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

其中: u_{θ}^i 为土体部分“非耦合”自由度向量; p 为孔隙水压力向量。为进一步推导方便, 式(3.6)去掉各量的上下标, 写成简明的形式

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{p,u} & Q_{p,v} & S_{p,p} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{\theta} \\ \dot{u}_u \\ \dot{u}_v \\ \dot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\theta\theta} & K_{\theta u} & 0 & 0 \\ K_{u\theta} & K_{uu} & K_{uv} & -Q_{u,p} \\ 0 & K_{vu} & K_{vv} & -Q_{v,p} \\ 0 & 0 & 0 & H_{p,p} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\theta} \\ u_u \\ u_v \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{\theta} \\ f_u \\ f_v \\ f_p \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

式(3.7)中各量与式(3.6)中各量按位置对应。

式(3.7)的求解应满足结构—土壤交界面和土壤边界上的排水条件, 它们的处理可归纳为:

a. 结构—土壤交界面上孔隙水的渗透性较差, 而远域土体边界也可认为处于不排水状态, 即沿边界的法线方向 n 有 $\partial p / \partial n|_B = 0$ 。对于这种条件的处理, 可以认为边界上有限元节点 s_1, s_2, \dots, s_n 压力与沿界面法线方向上与之临近的节点 m_1, m_2, \dots, m_n 压力有完全服从(相等)的关系, 即可表为

$$p_{s_1} = p_{m_1}, p_{s_2} = p_{m_2}, \dots, p_{s_n} = p_{m_n} \quad (3.8)$$

显然, 为保持计算精度, 这种压力相互服从节点间的距离应尽可能地小一些。

b. 土壤自由表面 f 上应满足自由排水条件 $p|_f = 0$ 。即相应的有限元节点 d_1, d_2, \dots, d_n 有

$$p_{d_1} = p_{d_2} = \dots = p_{d_n} = 0 \quad (3.9)$$

四、结构—饱和土壤固结分析整体性算法

首先看看以往对饱和土固结方程式(2.10)的求解方法。由于式(2.10)系数矩阵的非对称性, 故一般采用递归迭代算法进行求解。该方法通过对每一时间步预先假设孔隙水压力值, 然后代入式(2.10)第一个方程进行 u_i 求解, 再由式(2.10)第二个方程求出新的孔隙水压力值, 然后再求 u_i , 如此迭代计算, 最后获得一个时间步的解。如果是非线性问题, 还要花费更多的迭代时间, 如此也将造成计算上的误差。这对于问题的分析是很不利的。鉴于这种情况, 本文提出一种一次性整体算法。利用二点插值形式对式(3.7)进行时域上的离散化, 对 $t < \xi < t + \Delta t$, 取

$$N_1^t = \frac{t + \Delta t - \xi}{\Delta t}, N_2^t = \frac{\xi - t}{\Delta t}, \dot{N}_1^t = -\frac{1}{\Delta t}, \dot{N}_2^t = \frac{1}{\Delta t} \quad (4.1)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{\theta} &= N_1^t u_{\theta t} + N_2^t u_{\theta t + \Delta t}, & u_u &= N_1^t u_{u t} + N_2^t u_{u t + \Delta t} \\ u_v &= N_1^t u_{v t} + N_2^t u_{v t + \Delta t}, & p &= N_1^t p_t + N_2^t p_{t + \Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_{\theta} &= \dot{N}_1^t u_{\theta t} + \dot{N}_2^t u_{\theta t + \Delta t}, & \dot{u}_u &= \dot{N}_1^t u_{u t} + \dot{N}_2^t u_{u t + \Delta t} \\ \dot{u}_v &= \dot{N}_1^t u_{v t} + \dot{N}_2^t u_{v t + \Delta t}, & \dot{p} &= \dot{N}_1^t p_t + \dot{N}_2^t p_{t + \Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

$$\left. \begin{aligned} f_{\theta} &= N_1^t f_{\theta t} + N_2^t f_{\theta t + \Delta t}, & f_u &= N_1^t f_{u t} + N_2^t f_{u t + \Delta t} \\ f_v &= N_1^t f_{v t} + N_2^t f_{v t + \Delta t}, & f_p &= N_1^t f_{p t} + N_2^t f_{p t + \Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

式(4.1)~(4.4)代入式(3.7)之第一方程, 然后进行域 $(t, t + \Delta t)$ 上的加权积分得

$$\int_t^{t + \Delta t} W K_{\theta\theta} (N_1^t u_{\theta t} + N_2^t u_{\theta t + \Delta t}) d\xi + \int_t^{t + \Delta t} W K_{\theta u} (N_1^t u_{u t}$$

$$+ N_i^t u_{u \ i+\Delta t} d\xi = \int_i^{i+\Delta t} W(N_i^t f_{\theta i} + N_i^t f_{\theta \ i+\Delta t}) d\xi \quad (4.5)$$

式中: W 为权因子, 取 $\eta = (\xi - t) / \Delta t$ 进行式(4.5)的变量替换, 两边同除 $\int_0^1 W d\eta$ 得

$$\theta K_{\theta\theta} u_{\theta \ i+\Delta t} + \theta K_{\theta u} u_{u \ i+\Delta t} = (1-\theta) f_{\theta i} + \theta f_{\theta \ i+\Delta t} - (1-\theta) K_{\theta\theta} u_{\theta i} - (1-\theta) K_{\theta u} u_{u i} \quad (4.6)$$

$$\theta = \int_0^1 W \eta d\eta / \int_0^1 W d\eta \quad (4.7)$$

同理对式(3.7)之第2、3、4方程进行处理, 得

$$\begin{aligned} &\theta K_{u\theta} u_{\theta \ i+\Delta t} + \theta K_{uu} u_{u \ i+\Delta t} + \theta K_{uU} u_{U \ i+\Delta t} - \theta Q_{uP} p_{i+\Delta t} \\ &= (1-\theta) f_{u i} + \theta f_{u \ i+\Delta t} - (1-\theta) K_{u\theta} u_{\theta i} - (1-\theta) K_{uu} u_{u i} \\ &\quad - (1-\theta) K_{uU} u_{U i} + (1-\theta) Q_{uP} p_i \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} &\theta K_{Uu} u_{u \ i+\Delta t} + \theta K_{UU} u_{U \ i+\Delta t} - \theta Q_{UP} p_{i+\Delta t} = (1-\theta) f_{U i} \\ &\quad + \theta f_{U \ i+\Delta t} - (1-\theta) K_{Uu} u_{u i} - (1-\theta) K_{UU} u_{U i} + (1-\theta) Q_{UP} p_i \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\Delta t} Q_{Pu} u_{u \ i+\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} Q_{PU} u_{U \ i+\Delta t} + \left[\frac{1}{\Delta t} S_{PP} + \theta H_{PP} \right] p_{i+\Delta t} \\ &= (1-\theta) f_{P i} + \theta f_{P \ i+\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} Q_{Pu} u_{u i} + \frac{1}{\Delta t} Q_{PU} u_{U i} \\ &\quad + \left[\frac{1}{\Delta t} S_{PP} - (1-\theta) H_{PP} \right] p_i \end{aligned} \quad (4.10)$$

式(4.6)、(4.8)、(4.9)、(4.10)联立有

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \theta K_{\theta\theta} & \theta K_{\theta u} & 0 & 0 \\ \theta K_{u\theta} & \theta K_{uu} & \theta K_{uU} & -\theta Q_{uP} \\ 0 & \theta K_{Uu} & \theta K_{UU} & -\theta Q_{UP} \\ 0 & \frac{1}{\Delta t} Q_{Pu} & \frac{1}{\Delta t} Q_{PU} & \left(\frac{1}{\Delta t} S_{PP} + \theta H_{PP} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\theta \ i+\Delta t} \\ u_{u \ i+\Delta t} \\ u_{U \ i+\Delta t} \\ p_{i+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (1-\theta) f_{\theta i} + \theta f_{\theta \ i+\Delta t} \\ (1-\theta) f_{u i} + \theta f_{u \ i+\Delta t} \\ (1-\theta) f_{U i} + \theta f_{U \ i+\Delta t} \\ (1-\theta) f_{P i} + \theta f_{P \ i+\Delta t} \end{Bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} (1-\theta) K_{\theta\theta} & (1-\theta) K_{\theta u} & 0 & 0 \\ (1-\theta) K_{u\theta} & (1-\theta) K_{uu} & (1-\theta) K_{uU} & -(1-\theta) Q_{uP} \\ 0 & (1-\theta) K_{Uu} & (1-\theta) K_{UU} & -(1-\theta) Q_{UP} \\ 0 & -\frac{1}{\Delta t} Q_{Pu} & -\frac{1}{\Delta t} Q_{PU} & (1-\theta) H_{PP} - \frac{1}{\Delta t} S_{PP} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\theta i} \\ u_{u i} \\ u_{U i} \\ p_i \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

式(4.11)可进一步化为对称系数矩阵形式

$$\begin{bmatrix} K_{\theta\theta} & K_{\theta u} & 0 & 0 \\ K_{u\theta} & K_{uu} & K_{uU} & -Q_{uP} \\ 0 & K_{Uu} & K_{UU} & -Q_{UP} \\ 0 & -Q_{Pu} & -Q_{PU} & (S_{PP} + \theta \Delta t H_{PP}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\theta \ i+\Delta t} \\ u_{u \ i+\Delta t} \\ u_{U \ i+\Delta t} \\ p_{i+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1-\theta}{\theta} f_{\theta i} + f_{\theta \ i+\Delta t} \\ \frac{1-\theta}{\theta} f_{u i} + f_{u \ i+\Delta t} \\ \frac{1-\theta}{\theta} f_{U i} + f_{U \ i+\Delta t} \\ -\left(\frac{1-\theta}{\theta} f_{P i} + f_{P \ i+\Delta t} \right) \theta \Delta t \end{Bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} \frac{1-\theta}{\theta} I_{\theta\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-\theta}{\theta} I_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\theta}{\theta} I_{VV} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{\theta\theta} & K_{\theta u} & 0 & 0 \\ K_{u\theta} & K_{uu} & K_{uV} & -Q_{u,p} \\ 0 & K_{Vu} & K_{VV} & -Q_{V,p} \\ 0 & -Q_{p,u} & -Q_{p,V} & -(S_{pp} - (1-\theta)\Delta t H_{pp}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\theta t} \\ u_{ut} \\ u_{Vt} \\ p_t \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

式中: $I_{uu}, I_{\theta\theta}, I_{VV}, I_{pp}$ 为单位阵。至此式(4.12)系数矩阵成为全对称形式,这对数值分析的编程来说是十分有利的。利用式(4.12)可进行问题的一次性求解而无需对每一时间步进行内迭代。

对 θ 值的选取,以单自由度为例加以说明,对于问题

$$ku + c\dot{u} = 0 \quad (k > 0, c > 0) \quad (4.13)$$

进行上述两点插值可得

$$u_{t+\Delta t} = \lambda u_t \quad (4.14)$$

$$\text{其中: } \lambda = [1 - (1-\theta)\alpha] / (1+\theta\alpha) \quad (4.15)$$

$$\alpha = k\Delta t / c \quad (4.16)$$

由数值计算稳定性要求,有 $|\lambda| < 1$ 存在,即

$$-1 < [1 - (1-\theta)\alpha] / (1+\theta\alpha) < 1 \quad (4.17)$$

由此导出

$$\theta > 1/2 - 1/\alpha \quad (4.18)$$

显然当 $\theta \geq 1/2$ 时问题成为无条件稳定性,而取 $0 < \theta < 1/2$ 时为有条件稳定。进一步分析可知当 $\theta \geq 1$ 时收敛过程将不发生振荡,而在 $1/2$ 与 1 区域内收敛过程将有振荡发生。

对于时间步长的选取,可采取变步长方式,建议对第 n 时间步,当满足条件

$$\|p_{t_n+\Delta t_n} - p_{t_n}\| / \max \|p_{t_i+\Delta t_i} - p_{t_i}\| \leq \varepsilon, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (4.19)$$

时,可进行时间步长的调整

$$\Delta t_{n+1} = \mu \Delta t_n \quad (4.20)$$

式中: ε 为变步长判定参数,如可取 0.1 ; μ 为步长调整因子,可取 1.0 至 2.0 之间。

五、数值例题

下面将以一个简单的例题来说明考虑结构与土壤耦合效应与不考虑这种效应之间的差别。

如图1所示一、二维固结问题,土壤上部作用有 3.5m 长的梁,作为结构,梁被划分为三个单元,处理时可视为一个超级单元,荷载作用于梁节点上。对于不考虑结构与土壤耦合的情况,仅将荷载作用于土壤节点上,此时土体的固结分析不计结构的刚性。

梁的性质数据

$$E=30\text{GPa}, F=3.21\text{m}^2, J_z=0.064\text{m}^4, G=12.4\text{GPa}, F_y=2.68\text{m}^2$$

土体的性质数据

$$E=36\text{MPa}, \mu=0.4, \delta=1.0\text{m}, Q=1\text{GPa}, k=0.01\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}, n=0.53$$

图2为荷载作用时程曲线。

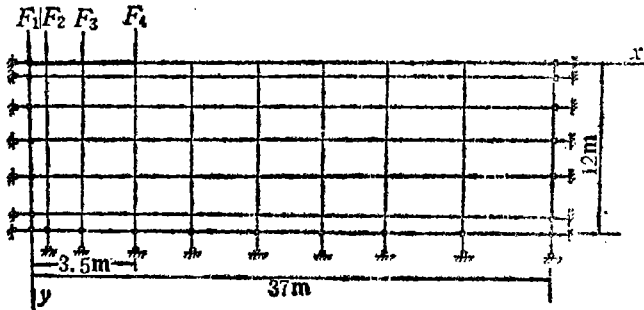


图1 二维土体固结有限元模型

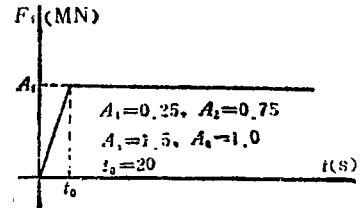


图2 荷载作用曲线

图3给出无结构 $x=0$ 断面孔隙水压各时刻变化曲线，图4为有结构 $x=0$ 断面孔隙水压各时刻变化曲线。图5给出无结构 $x=0$ 断面 σ_x 各时刻变化曲线，图6为有结构 $x=0$ 断面 σ_x 各时刻变化曲线。图7给出有、无结构 $t=20\text{s}$ 时 $x=0$ 断面孔隙水压力比较。图8给出有、无结构 $t=20\text{s}$ ，与 $t=1648\text{s}$ ， $x=0$ 断面 σ_x 值比较。图9为有、无结构 $y=0$ 面最终沉降值比较。图10为有结构 $y=0$ 面各个时刻的沉降曲线。

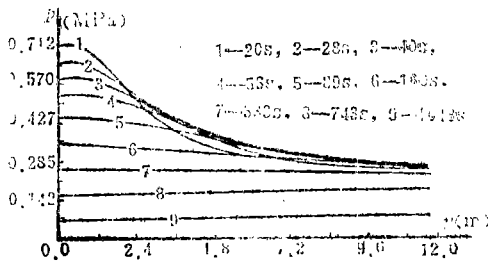


图3 无结构 $x=0$ 断面孔隙水压曲线

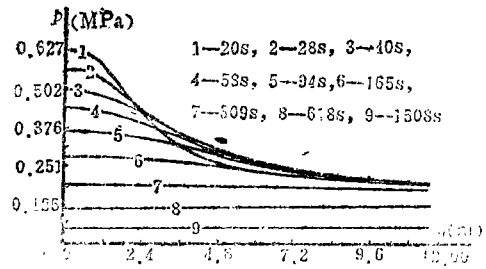


图4 有结构 $x=0$ 断面孔隙水压曲线

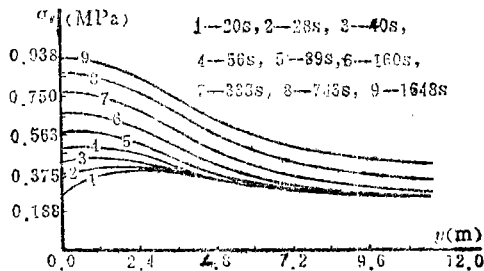


图5 无结构 $x=0$ 断面 σ_x 变化曲线

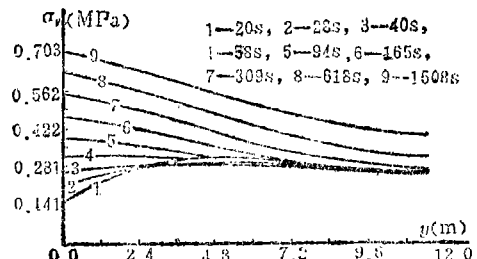
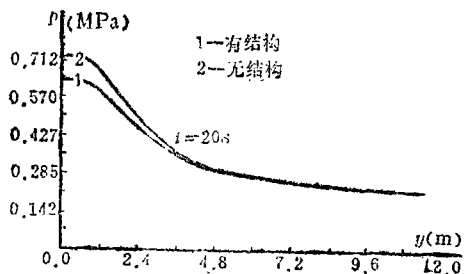
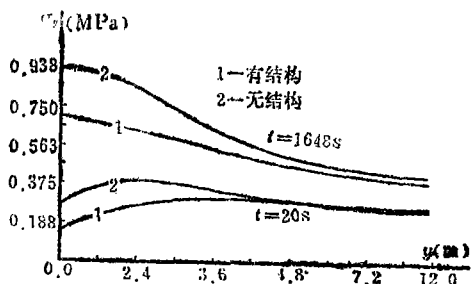
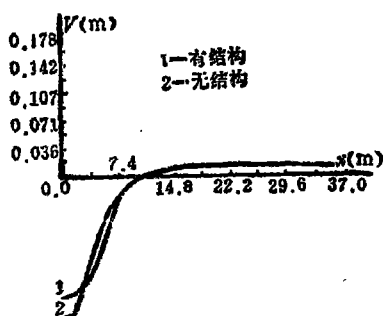
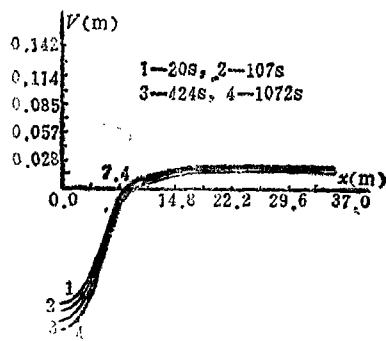


图6 有结构 $x=0$ 断面 σ_x 变化曲线

由算例结果可以看到，结构的存在对于土体的固结沉降有明显的影响。对于本算例而言，结构的存在改变了土体内应力与孔隙水压力的分布，从总的形式来看使内力分布更平稳化了。

应当承认，在土体固结研究分析方面还有很多的工作要做，但本文至少解决了两个问

图7 有、无结构 $x=0$ 断面孔隙水压比较图8 有、无结构 $x=0$ 断面 σ_v 值比较图9 有、无结构 $y=0$ 面最终沉降值比较图10 有结构 $y=0$ 面各时刻沉降值

题，一是象海洋平台那样的大型结构与地基土相互作用的固结分析，另一点是对固结问题的初步解法。应当注意，式(4.12)中左端系数矩阵对角元中 $p_{t+\Delta t}$ 对应的部分有其特殊性，求解时应采取特殊的手段，这一点将在另一篇文章中给出讨论。

参 考 文 献

- [1] Zienkiewicz, O. C., C. T. Chang and P. Bettess, Drained, undrained consolidation and dynamic behaviour assumptions in solids, limits of validity, *Geotechnique*, 30 (1980), 385—395.
- [2] Prevost, J. H., Nonlinear transient phenomena in saturated porous media, *Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng.*, 20 (1982), 3—8.
- [3] Zienkiewicz, O. C. and T. Shiomi, Dynamic behaviour of saturated porous media: the generalized Biot formulation and its numerical solution, *Int. J. Num. Anal. Meths. Geomechanics*, 8 (1984), 71—96.

Finite Element Analysis for Consolidation in Interaction between Structure and Saturated Soil Foundation

Zhang Hong-wu Zhong Wan-xie Qian Ling-xi

*(Research Institute of Engineering Mechanics, Dalian University
of Technology, Dalian)*

Abstract

The consolidation analysis of interaction between structure and saturated soil foundation is discussed. With the use of substructure technique, the structure is condensed onto the interface of the soil, and then the consolidation governing equations to describe the interaction between soil and structure are derived. The solution with non-iterative algorithm is proposed in this paper. The pressure Master-Slave relation method is used to deal with the non-permeability conditions on soil boundaries. A numerical example is illustrated. Based on this paper, the interactive consolidation analysis between large structure and soil has been more practical.

Key words: finite element method, consolidation/ interaction