应用数学和力学，第4卷第4期（1983年7月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
四川人民出版社出版

水动力-热动力学的极值定律*

黄 万 里

（清华大学，1982年9月收到）

摘 要

本文对水动力学和更普通性的连续介体动力学中以连续方程与运动方程所表达的现有诸经典守恒定律以外，提出另一最大能量消散率定律．这一定律的推论就是应用水力学中培纶格-波丝最小储存能学说．

凡在运动中消散了的机械能皆转化成为热能，储存在物体里．能量之消散当一定时刻一定温度都使产熵增加．所以，从最大能量消散率可引出热力学第二定律的一个新概念，即机械运动的产熵率也总是一个可能的最大值．

文中建议的这个连续介体极值定律，可从变分原理推导出来，重订热力学第二定律则可藉微观分析加以证明．两者合成水动力-热动力学极值定律

一、论现行水动力学定律

在水动力学里，液体在外力作用下通过空间运动的情况一般用自然界的守恒定律即质量守恒律和动量守恒率来描述，并以连续方程和运动方程来表达．但是，单靠这两守恒定律，运动情况并未获得确定．例如在明槽水流中可以有无穷水面线符合这两定律．水面线可以是壅水线、落水线、或假设水流为恒定而均匀的一条平行于槽底的极长直线，须视下游控制断面的形状和相隔的距离而定．在试验用的明槽里控制可以是缺口，在自然河流里可以是水文测站，都以水位H和流率Q的经验关系表达．经过细细研讨，人们就会发觉，这个关系反映着运动的另一内涵规律．

试以一元流为例，总的储存能即势能与动能之和，在控制断面上总是最小，又能坡i_f和沿程改变的槽底坡i_b在该处总是相等．在下游射流段内，水好象是以离散的质点流动着，其平均速度大于临界流速．在上游缓流段里，则质点相挤成为一整体．虽有无穷套水面线和能坡线都合乎两个守恒定律，但在自然界中出现的却只有一套，它在任何断面都保存着最小的能量；而对比其他虚拟的，位于它上面的较大能坡线，是永不会出现的．

这个在给定流率下总储能最小的原理，最早于1919年为波丝(P. Böss)[1]所证实，长期以来为实用水力学所普遍承认．叙述同一原理的另一形式是，给定的储存能总会排出最大的流率，称为培纶格 (J.B.Bélanqer) 原理[2]．1949年耶格(Charles Jaeger)[3]提名为培纶格-波丝学说．并认为需要建立一更高更普遍的学说以阐明譬如紊流等许多复杂的现象．

* 钱伟长推荐

二、极值定律及其在水动力学中的应用

1975年作者提出的"连续介体动力学最大能量消散率定律"[4](1981年发表)一文中建立流体动力学的极值定律如下：

流体或参有固体的多种流体，当在一独立系统内，在给定的初始和边界条件下流动时，任何时刻的密度、速度和压力总是这样地分布，使得系统整体的能量消散率随时为一最大值。

在应用水力学里，作为最简单的一元明流问题，其守恒方程取下列形式：

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}=0，\text{或}\ A\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}=0 \tag{2.1}$$

及

$$i_b-\frac{U^2}{C^2R}=\frac{\partial}{\partial x}\left(h+\frac{U^2}{2g}\right)+\frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t} \tag{2.2}$$

式中 Q 表示流率，A：横断面积．U：平均流速，h：平均水深，都指在 x 地点 t 时刻；又 $i_b=\frac{\partial y_b}{\partial x}$ 为给定的底坡，R：水力半径，C：谢才(Chezy)糙度系数．$\frac{U^2}{C^2R}$ 一项就是能量消散率．

由于上列两守恒方程含有两个以上的未知数，这一问题不能确解．动力学的极值定律则要求，诸参数 U,h,A,R 必须这般地分布着，使得整个流体表现在控制断面 x_c 的能量损失率为最大 $\left(\text{当}\frac{\partial U}{\partial t}=0\right)$：

$$\int_0^{x_c}\frac{U^2}{C^2R}dx=\text{最大} \tag{2.3}$$

也就是，总的能量储存率为最小：

$$h+\frac{U^2}{2g}+\frac{1}{g}\int_0^x\frac{\partial U}{\partial t}dx=\text{最小} \tag{2.4}$$

只有加进了这一方程，问题才获确解．结果，在水面线上只有那条最低的能坡线会在自然界中出现．在恒定均匀流中，具有一定的单宽流率 q，控制断面 x_c 位于 $h_c+\frac{U_c^2}{2g}=0$ 和 $i_{fc}=i_{bc}=\frac{g}{C^2}$ 处，这一位置和单宽流率 q 的大小无关．

在紊流力学里，紊动的连续方程和运动方程以标准注脚符号表示的：

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \qquad (i=1,2,3) \tag{2.5}$$

与

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+U_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+u_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_iu_j}{\partial x_j}-\frac{\partial\overline{u_iu_j}}{\partial x_j}$$
$$=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial^2u_i}{\partial x_j^2} \qquad (i=1,2,3) \tag{2.6}$$

上式由于出现$-\overline{u_i u_j}$一项，无法确解。这项表示紊动作用于平均流所产生的总体平均雷诺应力。

极值定律规定，单位质量流体的能量消散率$\frac{\partial \mathscr{E}_T}{\partial t}$当任一时刻$t$为最大[4]：

$$\frac{\partial \mathscr{E}_T}{\partial t}=\frac{1}{2}\nu\overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2} \qquad (i=1,2,3) \tag{2.7}$$

其中由均速散度所产生的能量消散率忽略未计。加进了这些公式，理论上问题可得确解。

三、用变分法对最大能量消散率定律的证明

在分析力学里变分原理曾用来推导哈密尔顿最小的动作原理及高斯最小约束原理。但是，在这些推导里，对于一个具有质量m的动力体统，在给定的荷载$\sum\limits_{x,y,z}X(t)$与施加的能率$\dot{E}$之下，除了动能率$\dot{E}_k$和势能率$\dot{E}_s$所合成的总储存能率$\dot{E}_c$以外，没有考虑到转化为热能的机械能消散率$\dot{E}_d$。所储存的势能率$\dot{E}_s$可以再分为由于体力F_b产生的势能率$\dot{E}_{sb}$和由于表面力F_s的变形能率$\dot{E}_{ss}$[或在流体力学里由于单位压力p所产生的$\dot{E}_{ss}=\frac{d}{dt}(-pV)$]，能率$\dot{E}_d$，$\dot{E}_k$，$\dot{E}_{sb}$和$\dot{E}_{ss}$是正交坐标$x,y,z$(或任何其他广义坐标)、速度$\dot{x},\dot{y},\dot{z}$和时间$t$的函数，而给定的能率$\dot{E}$则只是$t$的函数。

能量守恒定律要求

$$\dot{E}=\sum_{x,y,z}X\dot{X}=\dot{E}_c+\dot{E}_d=\dot{E}_k+\dot{E}_{sb}+\dot{E}_{ss}+\dot{E}_d \tag{3.1}$$

变分原理提出

$$\delta\dot{E}=\delta\dot{E}_c+\delta\dot{E}_d=\delta(\dot{E}_k+\dot{E}_{sb}+\dot{E}_{ss})+\delta\dot{E}_d \tag{3.2}$$

设想当任何时刻t在实际运动中从质点实占的位置$X(x,y,z)$离开某一任意的同时的虚拟位差$\delta X(\delta x,\delta y,\delta z)$，又设想一系列连续位置位差$X+\delta X$作为某一变差的途径；$\dot{X}+\delta\dot{X}$，$\dot{E}+\dot{E}\delta$，$\dot{E}_c+\delta\dot{E}_c$，…等相应作为同时发生在这途径上的虚拟速度与各虚拟能变率等。按输入的能率$\dot{E}$是一个非负值，不论在真实的途径上，或在任何同时的虚拟的途径上，每一时刻所给定的值都应是相同的。所以变差值$\delta\dot{E}$总应为零值：

$$\delta\dot{E}=\delta\dot{E}_c+\delta\dot{E}_d=0 \tag{3.3}$$

从$\dot{E}$所产生储存能率$\dot{E}_c$也只能跟着是一个非负值。又按热力学第二定律，转化为热的能率$\dot{E}_d$本身总是非负的。所以

$$\dot{E}_c\geqslant 0,\ \dot{E}_d\geqslant 0,\ 当\dot{E}\geqslant 0 \tag{3.4}$$

其次．当一个变差的或增添的输入能率$\delta\dot{E}$额外地施加于体统，只会反应出一个增添的储存能率$\delta\dot{E}_c$。同样，第二定律仍要求增添的某个热能转化率$\delta\dot{E}_d$也是非负的。总之，$\delta\dot{E}_c$和$\delta\dot{E}_d$必须跟着$\delta\dot{E}$为正为负同一符号，因为两者只会是相加的，决不会相抵销。

所以，从式(3.3)$\delta\dot{E}=0$，可以导出，在沿着真实发生的途径上，位于$\dot{E}_c$，$\dot{E}_d$某一点上

$$\delta\dot{E}_c=\delta(\dot{E}_k+\dot{E}_{sb}+\dot{E}_{ss})=0 \tag{3.5}$$

$$\delta\dot{E}_d=0 \tag{3.6}$$

这就是实际发生的唯一可能的途径。那里，根据热力学的两个定律，总的储存能率$\dot{E}_c$和化

热的能率$\dot{E}_d$都是驻值．这样，提供了在实际途径上(图1中Aa)的$\dot{E}_c$和$\dot{E}_d$必然各是一个极值的必要条件．为了提供足够的条件，推论如次：

当任何时刻在任一同时发生的虚拟变差的路途上，例如图 1 示$Bb(X+\delta X, \dot{X}+\delta\dot{X}, t)$或$Cc(X-\delta X, \dot{X}-\delta\dot{X}, t)$或(3.3)总是有效的，所以，$\delta\dot{E}_c=-\delta\dot{E}_d$，但是$\delta\dot{E}_c$和$\delta\dot{E}_d$并不等于零．

图 1 示$E'D'$是一条水平线，因为$\dot{E}$之值对于各变差途径是共同的；而$ECBD$须是一条曲线，把$\dot{E}$分成两部分，在不同途径上这两部分各不等值．

Ee线表示某一可能变差的途径，那里速度$\dot{X}_e\to 0$，动能率$\dot{E}_{ke}\to 0$，总能率$\dot{E}\to\dot{E}_{se}$，$\dot{E}_{ce}\to\dot{E}_{se}$和$\dot{E}_{de}\to 0$，运动近于停止，绝大部分输入的能率成为变形的势能率．这是一个极限，那里$\dot{E}_d$比真实途径的要小得多，而$\delta\dot{E}_c<0$，$\delta\dot{E}_d>0$，(当X由左向右而增)．

Dd线表示另一反向的极限，那里$\dot{X}_d\ggg\dot{X}$．又是$\dot{E}_{cd}\to\dot{E}$，$\dot{E}_{dd}\lll\dot{E}_{da}=$最大，所以仍然$\delta\dot{E}_d<0$，而$\delta\dot{E}_c>0$(当$X$由左向右而增)．

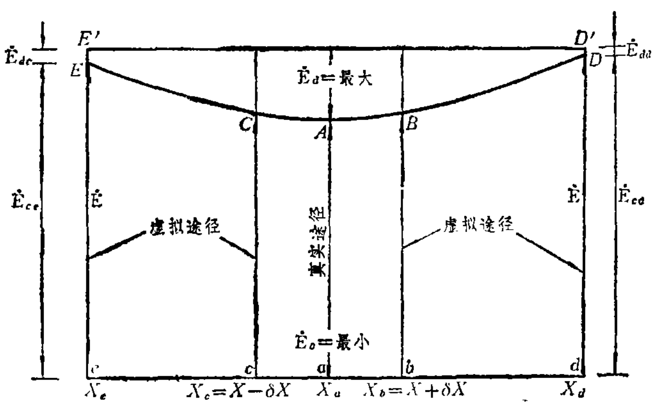

图　1

只有在真实的路途Aa上$\delta\dot{E}_c=0$和$\delta\dot{E}_d=0$．所以总是$\delta^2\dot{E}_c>0$和$\delta^2\dot{E}_d<0$，这两关系提供了下列两式的足够条件：

$$\dot{E}_c=\dot{E}_k+\dot{E}_{sb}+\dot{E}_{ss}=\text{最小} \tag{3.7}$$

$$\dot{E}_d=\text{最大} \tag{3.8}$$

式 (3.8) 就是能量消散率随时为最大的定律．

这样消散的能量转化成为热能，储存在物体里．所以按自然程序，热力学理应紧接水动力学，以联合成为水-热动力学．

四、论经典热力学定律

经典热力学的基本概念具体表现在它的两个定律里，这两定律反映宇宙间所有自然现象，影响到每一部门科学．第一定律论述各种能量在运动中的守恒性．第二定律指出，凡独立体统的熵趋向于某一最大值．这两定律用数学表达时，取下列形式：

$$dE=dQ+\sum dW \tag{4.1}$$

$$dQ\leqslant Tds \tag{4.2}$$

式中dE表示独立体统中能量的增值；dQ，对于这个体统输入的热量，也包括化学反应中的能量；$\sum dW$，各种施加的工作量，可以是机械的、电力的或磁力的；ds，同期间这个体统里所出现的熵的改变；及T，绝对温度．

从以上两式可以看到，式中没有关于时间t的量纲值．有之，则t仅以一种参数出现．诸凡能、功、热、熵等各种变量一律假定整个地发生于极慢的演变过程中，对于运动中的阻力和导热中的温度差异概予忽略．甚至在剧变的过程中也只考查其起始和终了的状态；计算熵的改变，则沿着一个假想的可逆过程，通过理想的连续平衡状态．

更有进者，不论克劳雪斯(Clausius)或汤姆逊 (Thomson)，对第二定律的说法都只提到关于不可逆量向的问题，并未给出热力演变过程中推算热流率的具体数量方法，似乎这种运

动是不可知而无法确定的。这当然是不合理的。

经典热力学自从上世纪创立以来，这些缺点的存在使其进展黯然无色，甚至遏止了弹性力学、塑性力学等有关学科的进步；在这些力学的分析里，凡活荷载都是假设准静止地施加的。

下面企图对热动力学另辟一种动力观点的途径，恰如其学名应具的含义。下面提出的两个增订的定律可以在物理、化学和工程各部门有关运动问题的广泛应用中考验其效果。

五、增订热力学第一定律

第一定律在不可逆过程中当任何时刻t所表达的能率和功率的守恒性可以改写如下：

$$\dot{Q}+\Sigma\dot{W}=\dot{E} \tag{5.1}$$

这里凡上面加有一点者，一律表示物质时程导数的运算。上式左边两项都是给定的已知数。

体统中总能量E可以从其比能或单位质量的能e积分起来：

$$E=\int_V e\rho dV \tag{5.2}$$

其中

$$e=e_m+e_h \tag{5.3}$$

$$e_m=\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}+gz=p(-v)+\frac{u^2}{2}+gz \tag{5.4}$$

$$e_h=Ts \tag{5.5}$$

式中ρ为物体的密度$\left(\frac{1}{\rho}\right.$定为比容$-v$，因物体只当容积减小才做功)，$e_m$为机械比能，$e_h$为比内热能，$z$为高于某一基面的高度。所以

$$e=e_m+e_h=\left[p(-v)+\frac{u^2}{2}+gz\right]+Ts \tag{5.6}$$

$$\dot{E}=\int_V\frac{D}{Dt}(e\rho dV)=\int_V\frac{D}{Dt}\left[\left(-pv+\frac{u^2}{2}+gz+Ts\right)\rho dV\right]$$

$$=\int_V\frac{\partial(e\rho)}{\partial t}dV+\oint_A e\rho U dA \tag{5.7}$$

注意$e+pv=h=\left(\frac{u^2}{2}+gz\right)+Ts$就是通用的焓，而$e+pv-Ts=g_b=\frac{u^2}{2}+gz$就是Gibbs的自由焓，也就是比动能和比势能之和：$\frac{u^2}{2}+gz$。所以这里制定的比内热能e_h就是比动能和比势能除外的内焓h；而总机械能e_m相当于Helmholtz自由能。既然式(5.6)中所有变量都是热力学函数，所以在不可逆过程里内热能e_h和熵s也是。

总之，熵作为物体中所存在的热能的一种状态特性$s=e_h/T$，原可用对内热能e_h的关系式来表达，而不必一定用外界引进的热能q来表达：$ds=dq/T$

六、以极值方程重订的热力学第二定律

建议的非平衡热力学第二定律阐述如次：

凡体统中任何物体在任何位置当任何时刻比熵s总是一个最大可能的量，而且同时总是

以最大可能的不可逆产熵率$\dot{s}_i$自然地增值着．用数学式表示，即任任何时刻t

$$s=s(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ t)=\text{最大} \tag{6.1}$$

或

$$\frac{\partial s}{\partial x_i}=0 \qquad (i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n) \tag{6.2}$$

又

$$\dot{s}_i=\dot{s}_i(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ t)=\text{最大} \tag{6.3}$$

或

$$\frac{\partial \dot{s}}{\partial x_i}=0 \qquad (i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n) \tag{6.4}$$

不论未知参数有多少个，上式所供给的n个偏微分方程可明确地定出这n个未知数；不象经典热力学的不等式$dQ\leqslant Tds$只能指出一个不等式极限．

虽然规律本身作为一个公理，未必有任何证明，但仍可另从微观的尺度对它作出一些令人满意的分析．

凡n个宏观参数x_i作为规定熵状态的约束量，可以和体统微观的可能状态相比拟．这些微观可能状态的总数Ω应视体统所受的诸约束量而定，因此微观可能状态数Ω乃是体统所规定的诸宏观参数x_i; s的某种函数$\Omega=\Omega(x_i; s)$．

当体统在平衡状态中，熵的统计学定义是

$$s=k\ln\Omega \tag{6.5}$$

式中k为波尔兹孟（Boltzmann）常数，若把$\ln\Omega$和微观可能状态的最大可能数或最频出现数的对数$\ln\Omega_m$来比较，就会发现，由于物体中存在着大量分子数N，两者的比例总是接近于1的．因此，式(6.5)可以合理地代以下式：

$$s=k\ln\Omega_m=s_m \tag{6.6}$$

这个公式说明式(6.1)和(6.2)中第二定律第一部分的正确性，即在平衡状态下在任何位置、任何时刻当地的比熵s总是由诸宏观参数x_i所组成的一个最大可能的量，因为上式(6.6)指体统任何一点在平衡状态下都是有效的．

在不可逆非平衡过程中，要求温度和压力到处均匀，才能使每种可能状态都具有同一出现的概率的条件就发生问题了．但是人们普遍地认为，假设一定地点热力平衡的道理应用于热力不平衡状态中的体统，是合理的．在整个体统不平衡的状态中，物体各点位置任何时刻都可定出一个当地的热力状态[5]、[6]．可以围绕所给出的地点采取物体一圈微小的基本容积，小得既可以把里面所含物体看作是均匀的，而又同时含有足够数量的分子以便能合理地援用统计原则．这样，上面建议的当地熵最大和不可逆产熵率随时最大的定律就可以应用在这些点子上了．

L. C. 吴知[7]还建议了一种所谓不可逆的平衡过程的概念：这种过程的时间尺度和决定观测者状态空间坐标的时间尺度具有同一数量级，而且等于并大于带有热力信息的记号(例如声波)穿过质点的体统所需的过度时间．在这些情形下，过程处于暂时平衡的状态，且当其在进展之中这个次体统具有近乎平均的性质．

由于非平衡过程至今还没有象平衡过程所已具备的那些关于运动规律和统计力学原则的一般性微观理论，我们只能把这个当地平衡假设的合理性放在实际的现象关系里去考验．

在经典热力学里，在任何时段Δt，熵的改变$\Delta s=s_f-s_i$可从其相应的容积V_i和V_f及温度T_i和T_f推算出来：

$$\Delta s=\frac{N}{N_0}\left[R\ln\frac{V_f}{V_i}+C_V\ln\frac{T_f}{T_i}\right]=\frac{R}{N_0}\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)^N+\frac{C_V}{N_0}\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)^N \tag{6.7}$$

式中N为有关的分子数目，N_0阿伏加得罗数，C_V等容积的热容量．另外从统计角度考虑，则

$$\Delta s = K\ln\left(\frac{\Omega_{mf}}{\Omega_{mi}}\right) = K(\ln\Omega_{mf} - \ln\Omega_{mi}) \tag{6.8}$$

其中 $$K=\frac{R}{N_0}$$

所以， $$\frac{\Omega_{mf}}{\Omega_{mi}} = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^N \left(\frac{T_f}{T_i}\right)^{\frac{C_V}{R}N} \tag{6.9}$$

当V_f，T_f稍稍大于相应的V_i，T_i时，由于N为数之大，须以阿伏加得罗数6×10^{23}的数量级来计算，所以

$$\Omega_{mf} \ggg \Omega_{mi} \tag{6.10}$$

因此Ω_{mi}和Ω_{mf}比，前者是近于零了．我们可以合理地置

$$\Delta s = K\ln\Omega_{mf} = \Delta s_m \tag{6.11}$$

既然上式熵的改变最大是对任何时段Δt而言，所以在任何时刻t随着可能状态数$\Omega_m(x_i^{\prime}s)$为最大，其增率$\dot{s}_i$也总是最大．这就保证了式(6.3)和(6.4)所示第二定律第二部份的合理性．

在式(5.1)中左边各项都是已知数．若在体统内假设各处温度T均匀，为了求s最大以符合第二定律，就等于求e_h最大，也就是求e_m最小．这正是实用水力学中求最小比能的培纶格-波丝学说[1][2][3]．这些学说从上个世纪以来就在工程实践里得到广泛地应用，其结果之正确也受到普遍承认．

第二定律任何时刻熵增产率最大的学说会自然地导出连续介体力学中的最大能量消散率$\dot{E}_d$(即从机械能转化为热能的$\dot{E}_h$时率)定律．这里提出的增订热力学第二定律将用来替代连续介体力学的克劳雪斯-杜亨定律．(Clausius-Duhem law)，将在另文详述．

七、结　　论

在流体力学和连续介体动力学里，连续方程和运动方程表达质量和动量的守恒定律．经典热力学第一定律表达能和功作为整体的守恒定律．所有这些不足以解一运动的问题．建议的转化为热的最大能量消散率与重订热力学第二定律则可确解任何水动力-热动力学问题．

自然现象显示，凡促使物体运动的储存热能与动能总是这般分布着，对比所有那些可以按位移虚拟的运动，其总和为最小．因此，对于给定的能率施于体统上，机械能率中那些剩余部分由于摩阻力可转化的热能$e_d=e_h$就一定是最大．也就是说，对于给定的温度T，相应的熵$s=e_h/T$及产熵率$\dot{s}$也一定是最大．这就是建议的增订热动力学第二定律．

自然规律在描述宇宙间物理性实质方面，从十八世纪末拉瓦斯叶(A. L. Lavoisier)对质量守恒给出了实验的证明，梅宥(J. R. Mayer)(1814—1878)提出了能量守恒的普遍定律以来，其统辖领域一直限于对质量、动量、能量等的守恒概念．其后，在概率论的大数定律应用到统计物理学时，提出了一个新的观点：自然现象具有极大数量分子的物质会近乎肯定的按总体中最大可能的状态出现．本文中提出的第二定律接受了这一观点，认为一定质点的熵总是由其有关变量组成为一个最大可能的数值，而且总是按最大可能的产熵率增加着．当

然，克劳雪斯的论点和克劳雪斯杜-亨定律在指出热流的方向中总是确实的，但它对于明确地定出热力学过程中出现的各状态参数却无能为力。

这两个增订的热力学定律建立在严密的方式中，按任何时刻当地熵最大，通过大量偏微分方程的联解、来定出运动中的一切向量场，将导致各部门力学，如连续介体动力学、电动力学、电磁动力学、化学热力学等等开拓一些新的领域。

致谢：孟昭英教授、何成钧教授、张福范教授审阅了本文原稿，提出了宝贵的建议，作者在此致谢。

参 考 文 献

[1] Böss, P., *Berechnung der Wasselspiegellange Beim Wechsel des Fliessjustandes*, Springer, Berlin, (1919), 20, 52.

[2] Belanger J. B., Essai sur la solution numerique de quelques problemes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes, (1928).

[3] Jaeger, Charles, *Engineering Fluid Mechanics*, (1949), English tr. by P. O. Wolf, (1956), 93—98.

[4] 黄万里，连续介体动力学最大能量消散定律，清华大学学报，21，1，87—96.

[5] Wisniewski, S., et al, *Thermodynamics of Non-Equilibrium Processes*, § 2, (1976), 22.

[6] Prigogine I., *Microscopic Aspects of Entropy in Foundations of Continuum Thermodynamics*, Ed. by Dominos et al. (1973), 106.

[7] Woods, L. C., *Thermodynamics of Fluid Systems*, (1975), 68.

The Extremity Laws of Hydro-Thermodynamics

Huang Wan-li

(Qinghua University, Beijing)

Abstract

This paper presents the law of maximum rate of energy dissipation in hydrodynamics and also in general continuum dynamics as an addition to the classical conservation laws expressed in the equation of continuity and the equations of motion. The corollary of the law is Belanger-Böss theorem of minimum reserved specific energy in applied hydraulics.

The mechanical energy dissipated is transformed into heat reserved in the substance. The rate of energy dissipation at a time at a given temperature gives rise to the increase of entropy production. Hence the maximum rate of energy dissipation suggests itself the idea of reformulation of the second law of thermodynamics that the rate of entropy production in mechanical motion is always the maximum possible.

The proposed extremity law in continuum dynamics has been derived from the variational principle, and the reformulated second law of thermodynamics analyzed microscopically in the paper. The two laws together form the extremity laws of hydro-thermodynamics.