

文章编号: 1000_0887(2005) 03_0274_07

在受轴向周期扰动作用下双壁 碳纳米管动力屈曲的研究

沙风焕, 赵隆茂, 杨桂通

(太原理工大学 应用力学研究所, 太原 030024)

(我刊原编委杨桂通来稿)

摘要: 对双壁碳纳米管受轴向周期扰动的动力响应进行了研究。采用连续体模型研究双壁碳纳米管的动力屈曲问题, 考虑了壁间 van der Waals 力和周围弹性介质对轴向动力屈曲的影响。给出了受轴向周期扰动的屈曲模型及临界应变和临界频率。发现双壁碳纳米管由于壁间 van der Waals 力的作用较单壁碳纳米管具有较低的临界应变。van der Waals 力和周围弹性介质将影响双壁碳纳米管不稳定区, van der Waals 力使受轴向周期性扰动的双壁碳纳米管的临界频率增大, 周围弹性介质对双壁碳纳米管的临界频率影响不大。

关键词: 碳纳米管; 动力屈曲; van der Waals 力; 弹性介质

中图分类号: O347.2 **文献标识码:** A

引 言

自从日本学者 Iijima^[1]于 1991 年发现了第一根碳纳米管(CNT)以来, 对碳纳米管及其应用进行了广泛、深入的研究^[2~5]。研究表明碳纳米管具有许多十分优异的力学、电磁学和化学性能。在力学方面, 碳纳米管的强度和韧性极高, 弹性模量也极高, 超过 1 TPa 为已知材料中最高。碳纳米管无论是强度还是韧性, 都远远优于任何已知纤维材料^[3]。将碳纳米管作为复合材料的增强体, 将使之表现出良好的强度、弹性、抗疲劳性, 可以预见碳纳米管增强复合材料可能带来复合材料性能的一次革命。

目前碳纳米管力学性能的研究主要采用实验和数值模拟方法。所有的数值模拟方法可分为两类: 连续体模型和原子论模型。原子论模型中以分子动力学(Molecular Dynamics, MD)模拟方法最为常见。采用分子动力学方法以及在分子动力学法基础上的混合法时, 由于总的自由度过大, 数值模拟法受到计算机处理能力的限制。很难直接用于纳米器件和系统的整体性能模拟。Yakobson^[4]等利用分子动力学模拟了单壁碳纳米管(SCNT)在压缩、弯曲和扭转载荷作用下的屈曲。将单壁碳纳米管受轴向压缩屈曲的分子动力模拟的结果与简单连续体模型进行比较, 发现由分子动力学模拟所展现的屈曲模态的所有变化都能由连续体模型给出。这个

收稿日期: 2003_06_18; 修订日期: 2004_11_30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10172063)

作者简介: 沙风焕(1963), 女, 山东平原人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86_351_6018624; Fax: + 86_351_6010820; E_mail: shafenghuan@sohu.com)

结果与其他许多的研究结果表明^[7], 连续介质模型在碳纳米管的研究中将继续发挥着重要的作用

双壁碳纳米管承受轴向周期扰动的动力响应是碳纳米管的一个基本的力学行为。虽然前人对碳纳米管力学性能进行了许多研究, 但对其动力特性的研究有限。在多壁碳纳米管的力学行为中 van der Waals 力起着至关重要的作用。考虑周围弹性介质的作用后, 使问题更加复杂。Ru^[5]用连续介质模型给出嵌入在弹性介质的双壁碳纳米管受轴向压缩的静力屈曲模型。发现由于 van der Waals 力的存在, 双壁碳纳米管的临界应变低于单壁碳纳米管的临界应变。本文采用连续体模型研究它在轴向周期扰动下的动力屈曲行为。考虑了壁间 van der Waals 力和周围弹性介质对轴向动力屈曲的影响。给出了受轴向周期扰动的屈曲模型及临界压力和临界频率。发现双壁碳纳米管由于壁间 van der Waals 力的存在较单壁碳纳米管具有更低的临界应变。van der Waals 力和周围弹性介质将影响双壁碳纳米管不稳定区。van der Waals 力使受轴向周期性扰动的双壁碳纳米管的临界频率增大, 周围弹性介质对双壁碳纳米管的临界频率影响不大。

1 弹性圆柱壳体的基本方程

用连续体模型结合管间相互作用的 van der Waals 力研究双壁碳纳米管的动力屈曲。也就是说, 将双壁碳纳米管看成两个有相同厚度, 不同半径的同心弹性圆柱壳体, 管间存在有 van der Waals 力, 并嵌入弹性介质中。1 和 2 分别表示外管和内管, 如图 1 所示。

设 (x, y, z) 分别代表壳体的轴向、环向以及法向坐标。中间面半径为 R 、厚度为 h 的双壁圆柱壳受轴向周期扰动力 $P(t)$ 的作用。

1.1 轴压圆柱壳的运动方程

设位移 $u(x, y, t)$ 与 $v(x, y, t)$ 以及位移 $w(x, y, t)$ 分别代表由屈曲而产生的轴向、环向以及法向附加位移。 (N_x^0, N_y^0) 代表屈曲前在均匀轴向压力作用下单位长度的薄膜力。根据线弹性壳体理论^[6], 可获得仅与 $w(x, y, t)$ 有关的法向动力运动方程为:

$$D \nabla^8 w = \nabla^4 p(x, y, t) + N_x^0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \nabla^4 w + N_y^0 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \nabla^4 w + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^4 w - \frac{Eh}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad (1)$$

此方程可分别用于双壁碳纳米管的内壁和外壁管。设内壁和外壁管具有相同的材料常数, E 为弹性模量, D 为有效弯曲刚度。对于外壁管 1 总的法向压力包含两部分, 即 $p_1 = p_1^I + p_1^E$ 。 p_1^I 是与内壁管相互作用的 van der Waals 力引起的法向压力, p_1^E 是与周围弹性介质相互作用引起的压力。 p_2^I 为施加于内壁管的 van der Waals 力。

1.2 van der Waals 力的描述

任意两个碳原子间的 van der Waals 力可以由 L_J 模型来描述^[5]。在任一点由 van der Waals

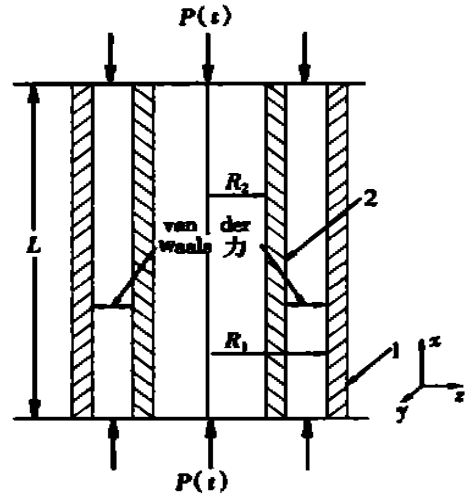


图 1 嵌入弹性介质中的双壁碳纳米管轴向扰动屈曲的弹性双壳模型

力引起的压力看作是在这一点与另一个管间的法向距离 (x, y, t) 的函数 介于两管之间相应点的 van der Waals 力大小相等方向相反 $p(x, y, t)$ 是由于两管间屈曲变形引起的附加增量 这里研究微小屈曲, 认为 $p(x, y, t)$ 与两管间法向屈曲变形的差 $[w_2(x, y, t) - w_1(x, y, t)]$ 成线性关系 发生屈曲后, 因为切向位移 (u, v) 是高阶小量, 在线性分析中所有高阶小量被忽略 施加在管 1 的 van der Waals 力屈曲后为:

$$p_1^1(x, y, t) + p_0^1 + c[w_2(x, y, t) - w_1(x, y, t)], \quad (2)$$

这里 p_0^1 是一常数, 代表两管间屈曲前初始均匀的 van der Waals 力, 这里常数 c 被定义为:

$$c = \left. \frac{dG(\cdot)}{d} \right|_{=0}, \quad (3)$$

此处, G 为管间距 的非线性函数^[6] 常数 c 不依赖于所施加的轴向应变 施加在管 2 的 van der Waals 力屈曲后为:

$$p_2^1(x, y, t) = -\frac{R_1}{R_2}[p_0^1 + c[w_2(x, y, t) - w_1(x, y, t)]] \quad (4)$$

1.3 纳米管和弹性介质作用力的描述

纳米管和周围弹性介质的相互作用力可由 Winkler 模型描述^[5] 当屈曲发生后, 根据 Winkler 模型介于外壁管和弹性介质间的任意一点的法向压力和外壁管在这一点变形 $w(x, y, t)$ 成线性关系, 因此得如下式

$$p_1^E(x, y, t) = p_0^E - dw_1(x, y, t) \quad (d > 0), \quad (5)$$

这里 d 是 Winkler 模型的弹性常数, 由外壁管和弹性介质的材料特性决定 当碳纳米管和弹性介质的泊松比的差别被忽略时 在这种情况下, 外壁管和弹性介质间的初始压力为 $p_0^E = 0$

2 临界轴向应变的确定

将方程(1) 应用于管 1 和管 2 时, 可得到双壁圆柱壳在轴向周期扰动力作用下的振动方程分别为:

$$D^8 w_1 = c \left[\frac{4}{d} (w_2^4 - w_1^4) - d w_1^4 + 4 \left(N_x^0 \frac{2w_1}{x^2} + N_y^0 \frac{2w_1}{y^2} + m \frac{2w_1}{t^2} \right) - \frac{Eh}{R_1^2} \frac{4w_1}{x^4} \right], \quad (6)$$

$$D^8 w_2 = c \frac{R_1}{R_2} \left[\frac{4}{d} (w_1^4 - w_2^4) + 4 \left(N_x^0 \frac{2w_2}{x^2} + N_y^0 \frac{2w_2}{y^2} + m \frac{2w_2}{t^2} \right) - \frac{Eh}{R_2^2} \frac{4w_2}{x^4} \right] \quad (7)$$

在轴向周期扰动力的作用下, 薄膜力 N_x^0, N_y^0 同样也是时间的周期函数 设壳体两端为简支, 取满足简支边界条件的双壁圆柱壳动力屈曲后的位移模式为:

$$\begin{cases} w_1 = f_1(t) \sin \frac{x}{L} \sin \frac{1}{L} y, & 1 = \frac{nL}{R_1}, \\ w_2 = f_2(t) \sin \frac{x}{L} \sin \frac{2}{L} y, & 2 = \frac{nL}{R_2}, \end{cases} \quad (8)$$

和 n 取正整数, 这里 表示在轴线方向的半波数, n 为圆周方向的半波数 将方程(8) 代入到 (6) 和(7) 给出两个关系式的矩阵形式:

$$m \begin{cases} \frac{d^2 f_1}{dt^2} \\ \frac{d^2 f_2}{dt^2} \end{cases} + \begin{bmatrix} r_{11} - \frac{1}{2} N_1(t) & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} - \frac{1}{2} N_2(t) \end{bmatrix} \begin{cases} f_1(t) \\ f_2(t) \end{cases} = 0, \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} N_i &= - \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2, \quad i = 1, 2, \\ N_i(t) &= \left[N_{xi}^0 \frac{2}{L^2} + N_{yi}^0 \frac{2}{L^2} \right], \quad i = 1, 2, \\ r_{11} &= D \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^4 + (c + d) \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2 + \frac{Eh}{R_1^2} \frac{4}{L^4}, \\ r_{12} &= c \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2, \quad r_{21} = c \frac{R_1}{R_2} \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2, \\ r_{22} &= D \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^4 + c \frac{R_1}{R_2} \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2 + \frac{Eh}{R_2^2} \frac{4}{L^4} \end{aligned}$$

方程(9)是带有周期性系数的二阶微分方程式,即马奇耶_希拉(Mathieu_Hill)方程式。这个方程式最重要的一个性质,就是当它的系数间存在着某些关系时,方程式有无限增长的解,这些解在参数平面上布满了许多个区域,这些区域相当于动力不稳定区。屈曲前的法向平衡方程为

$$N_y^0 = -p(x, y, t)R \quad (10)$$

由于双壁碳纳米管的半径由几个到几十个纳米,一般认为管间距为 $0.34 \text{ nm}^{[1]}$ 。所以本文忽略内外管几何尺寸的差别,即 $R_1 = R_2 = R$ 。如前 Winkler 模型所述, $p_0^E = 0$, 故从方程(10)得

$$N_{y2}^0 = p_0^1 R_1, \quad N_{y1}^0 = N_{y2}^0 = N_y^0, \quad N_{x1}^0 = N_{x2}^0 = N_x^0, \quad \frac{1}{2} Eh = N_x^0 \quad (11)$$

根据方程(11),由方程(9)的特征方程得动力屈曲的临界应变的简单关系式为

$$\left(\frac{N_x^0}{Eh} \right)^2 + 2A \frac{N_x^0}{Eh} + B = 0, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \frac{c + (d/2)}{Eh} \frac{L^2}{2} + \frac{D}{Eh} \frac{2}{L^2} \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2 + \frac{2L^2}{2R^2 \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2}, \\ B &= \left(\frac{D}{EhL^2} \right)^2 \frac{4}{4} \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^4 + 2 \frac{(c + d/2)D}{E^2 h^2} \frac{4}{4} \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2 + \\ & 2 \frac{D}{EhR^2} - \left(\frac{N_y^0}{Eh} \right)^2 \frac{4}{4} + 2 \frac{(c + d/2)}{EhR^2} \frac{4}{4} \frac{L^2}{\left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2} + \\ & \frac{L^4}{4R^4} \frac{4}{2} \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^4 + \frac{dL^4}{4^4 Eh} \left[\frac{c}{Eh} \frac{N_y^0}{Eh} \frac{2}{L^2} \right], \end{aligned}$$

故临界应变由方程(12)得:

$$\begin{aligned} \frac{N_x^0}{Eh} &= - \frac{D}{Eh} \frac{2}{L^2} \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2 + \frac{2L^2}{2R^2 \left(\frac{2}{L^2} + \frac{2}{L^2} \right)^2} + \\ & \frac{L^2}{2} \left[\frac{c + d/2}{Eh} - \sqrt{\left(\frac{c + d/2}{Eh} \right)^2 + \left(\frac{N_y^0}{EhR^2} \right)^2} - \frac{d}{Eh} \left(\frac{c}{Eh} + \frac{N_y^0}{EhR^2} \right) \right] \quad (13) \end{aligned}$$

3 临界频率的确定

根据文献^[6], 由方程(9)可得出双壁碳纳米管的固有频率的简单关系式为:

$$(m^2)^2 + 2X(m^2) + Y = 0, \quad (14)$$

其中

$$X = - \left[\frac{D}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^4 + \left(c + \frac{d}{2} \right) \frac{4}{L^4} (\alpha^2 + \beta^2)^2 + \frac{Eh}{R^2} \frac{4}{L^4} \right],$$

$$Y = D^2 \frac{16}{L^{16}} (\alpha^2 + \beta^2)^8 + 2 \left(c + \frac{d}{2} \right) D \frac{12}{L^{12}} (\alpha^2 + \beta^2)^6 +$$

$$2D \frac{Eh}{R^2} \frac{4}{L^{12}} (\alpha^2 + \beta^2)^4 + 2 \left(c + \frac{d}{2} \right) \frac{Eh}{R^2} \frac{8}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^2 +$$

$$\left(\frac{Eh}{R^2} \frac{4}{L^4} \right)^2 + \alpha d \frac{8}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^4$$

由方程(14)得出双壁碳纳米管的最小固有频率为

$$m^2 = \frac{D}{m} \frac{8}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^4 + \frac{Eh}{mR^2} \frac{4}{L^4} +$$

$$\frac{4}{mL^4} (\alpha^2 + \beta^2)^2 \left[\left(c + \frac{d}{2} \right) - \sqrt{c^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2} \right] \quad (15)$$

临界频率指对应于不稳定区边界的载荷频率, ω_{cr} 表示临界频率 当 $N(t) = N_0 + N_1 \cos t$ 时, 根据文献^[6], 由方程(9)可得出双壁碳纳米管的第一临界频率的简单关系式为:

$$\left(\frac{1}{4} m_{cr}^2 \right)^2 + 2U \left(\frac{1}{4} m_{cr}^2 \right) + V = 0, \quad (16)$$

其中

$$U = - \left[\frac{D}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^4 + \left(c + \frac{d}{2} \right) \frac{4}{L^4} (\alpha^2 + \beta^2)^2 + \right.$$

$$\left. \frac{Eh}{R^2} \frac{4}{L^4} + \frac{8}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^2 (\alpha^2 N_x^0 + \beta^2 N_y^0) \right],$$

$$V = D^2 \frac{16}{L^{16}} (\alpha^2 + \beta^2)^8 + 2 \left(c + \frac{d}{2} \right) D \frac{12}{L^{12}} (\alpha^2 + \beta^2)^6 +$$

$$2D \frac{Eh}{R^2} \frac{4}{L^{12}} (\alpha^2 + \beta^2)^4 + 2 \left(c + \frac{d}{2} \right) \frac{Eh}{R^2} \frac{8}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^2 +$$

$$\left(\frac{Eh}{R^2} \frac{4}{L^4} \right)^2 + \alpha d \frac{8}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^4$$

由方程(16)得出双壁碳纳米管的第一临界频率为:

$$m_{cr}^2 = \frac{4}{m} \left[\frac{D}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^4 + \left(c + \frac{d}{2} \right) \frac{4}{L^4} (\alpha^2 + \beta^2)^2 + \frac{Eh}{R^2} \frac{4}{L^4} + \right.$$

$$\left. \frac{8}{L^8} (\alpha^2 + \beta^2)^2 (\alpha^2 N_x^0 + \beta^2 N_y^0) \right] \frac{4}{m} \sqrt{U^2 - V} \quad (17)$$

4 讨论和结论

4.1 van der Waals 力和周围弹性介质对临界应变的影响

上述(13)式的临界应变是在双壁碳纳米管间存在有 van der Waals 力, 且与周围弹性介质相互作用得到的 van der Waals 力和周围弹性介质对受轴向扰动的双壁碳纳米管动力稳定性条件有较大的影响 下边我们详细讨论这些影响

1) van der Waals 力的影响

当没有周围弹性介质时, 即 $d = 0$, 方程(13) 给出

$$-\frac{N_x^0}{Eh} = \frac{D}{Eh} \frac{2}{L^2} (r_2^2 + r_1^2)^2 + \frac{2L^2}{2R^2(r_2^2 + r_1^2)^2} + \frac{L^2}{2} \left[\frac{c}{Eh} - \sqrt{\left(\frac{c}{Eh}\right)^2 + \left(\frac{n^2 N_y^0}{EhR^2}\right)^2} \right] \quad (18)$$

方程(18) 右边第3项代表 van der Waals 力对双壁碳纳米管轴向临界应变的影响 显然方程(18)的临界轴向应变低于当 $c = 0, d = 0$ 时方程(13) 所给结果(相当于单壁碳纳米管的临界应变) 也就是说对于双壁碳纳米管的轴向临界应变低于单壁碳纳米管 事实上, 因为 van der Waals 相互作用力是相对于内壁和外壁 van der Waals 压力总是一管受内压, 而另一管受外压, 受法向外压的管更易屈曲 如果两管半径的差别被忽略, 当两管中的任意一管出现屈曲时, 双壁碳纳米管就屈曲了 因此, van der Waals 力总是加速轴向屈曲, 减小双壁碳纳米管的临界应变

2) 周围弹性介质的影响

由于环向薄膜力 N_y^0 取决于初始 van der Waals 力 p_0^1 , 当 van der Waals 力不存在时, 那么 $N_y^0 = 0$ 碳纳米管的临界应变与弹性介质有关, 由方程(13) 得

$$-\frac{N_x^0}{Eh} = \frac{D}{Eh} \frac{2}{L^2} (r_2^2 + r_1^2)^2 + \frac{2L^2}{2R_1^2(r_2^2 + r_1^2)^2} + \frac{dL^2}{Eh} \quad (19)$$

比较方程当 $c = 0, d = 0$ 时(13) 和(19), 显然方程(19) 的临界应变高于当 $c = 0, d = 0$ 时方程(13) 的临界应变 故周围弹性介质将增加碳纳米管的临界应变

为了能具体说明 van der Waals 力和周围弹性介质对稳定性的影响, 取参数为^[7]:

$$D = 0.85 \text{ eV}, Eh = 360 \text{ J/m}^2, c = \frac{200 \cdot 10^{-21} \text{ J/nm}^2}{0.16 \text{ s}^2}, s = 0.142 \text{ nm},$$

$$c = 9.9 \cdot 10^{-18} \text{ J/nm}^4, d = 4.8 \cdot 10^{-8} \text{ J/nm}^4, N_y^0 = 3 \cdot 10^{-16} \text{ N/nm},$$

$$L = 1.2 \text{ nm}, \nu = 1, n = 1, \omega = \frac{nL}{R}$$

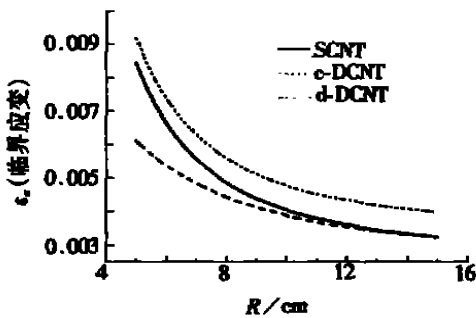


图2 van der Waals 力和弹性介质对临界应变的影响

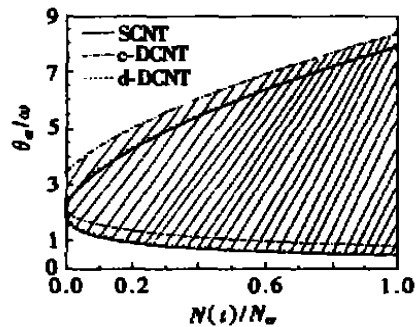


图3 van der Waals 力和弹性介质对不稳定区的影响

图2 给出碳纳米管的临界应变随半径的变化, 单壁碳纳米管(SCNT) 随着半径的增大, 临界应变变小 从图中也可以看出, 当双壁碳纳米管存在 van der Waals 力(c -DCNT) 时, 双壁碳纳米管的轴向临界应变低于单壁碳纳米管的临界应变 而周围弹性介质(d -DCNT) 将增加碳纳米管的临界应变

4.2 载荷、van der Waals 力和周围弹性介质对临界频率的影响

由方程(17)可得第一临界频率的两个解,第一临界频率的范围随 $N(t)$ 的增加而增大# 图3给出了 H_{cr}/X 随 $N(t)/N_{cr}$ 的变化# N_{cr} 为由方程(13)求得的碳纳米管临界薄膜力# 随着 $N(t)/N_{cr}$ 值的增大, H_{cr}/X 的范围增加# 阴影部分为双壁碳纳米管的不稳定区,也就是说随着 $N(t)/N_{cr}$ 的增加不稳定区将增大#

从图3可以看出 van der Waals 力和周围弹性介质对双壁碳纳米管的不稳定区的影响# van der Waals 力使受轴向周期性扰动的双壁碳纳米管的临界频率增大,周围弹性介质对双壁碳纳米管的临界频率影响不大#

[参 考 文 献]

- [1] Iijima S. Helical microtubes of graphitic carbon[J]. Nature, 1991, 354(7): 56) 58.
- [2] QIAN Dong, Gregory J W, LIU Wing Kam, et al. Mechanics of carbon nanotubes[J]. Appl Mechanics Review, 2002, 55(6): 495) 533.
- [3] Treacy M M J, Ebbesen T W, Gibson J M. Exceptionally high Young's modulus observed for individual carbon nanotubes[J]. Nature, 1996, 381(20): 678) 680.
- [4] Yakobson B I, Brabed C J, Bernhoic J. Structural mechanics of carbon nanotubes: from continuum elasticity to atomistic fracture[J]. Physical Review Letter, 1996, 76(2): 511) 512.
- [5] Ru C Q. Axially compressed buckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in elastic medium[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2001, 49: 1265) 1279.
- [6] 符 华 鲍落金.弹性体系的动力稳定性[M].北京:高等教育出版社,1960,519) 531.
- [7] Ru C Q. Effective bending stiffness of carbon nanotubes[J]. Physical Review B, 2000, 62(15): 9973) 9976.

Investigation of the Dynamic Buckling of Doublewalled Carbon Nanotube Subjected to Axial Periodic Disturbing Forces

SHA Feng_huan, ZHAO Long_mao, YANG Gui_tong
(Institute of Applied Mechanics, Taiyuan University of Technology,
Taiyuan 030024, P.R. China)

Abstract: The dynamic response of a double_walled carbon nanotube embedded in elastic medium subjected to periodic disturbing forces is investigated. Investigation of the dynamic buckling of a double_walled carbon nanotube develops continuum model. The effect of the van der Waals forces between two tubes and the surrounding elastic medium for axial dynamic buckling are considered. The buckling model subjected to periodic disturbing forces and the critical axial strain and the critical frequencies are given. It is found that the critical axial strain of the embedded multi_walled carbon nanotube due to the intertube van der Waals forces is lower than that of an embedded single_walled carbon nanotube. The van der Waals forces and the surrounding elastic medium affect region of dynamic instability. The van der Waals forces increase the critical frequencies of a double_walled carbon nanotube. The effect of the surrounding elastic medium for the critical frequencies is small.

Key words: carbon nanotube; dynamic buckling; van der Waals force; elastic medium