

文章编号: 1000_0887(2005) 03_0372_07

不同大小粒子之间相互作用的直接数值模拟*

邵雪明¹, 刘 杨¹, 余钊圣²

(1. 浙江大学 力学系, 杭州 310027;

2. 悉尼大学 机械工程系, 新南威尔士 2006, 澳大利亚)

(林建忠推荐)

摘要: 应用改进的拉格朗日乘子/虚拟区域算法对不同大小的两个圆形粒子在二维方槽中的沉降过程和相互作用进行了直接数值模拟, 并进行了实验验证。结果表明不同大小的两个粒子在沉降过程中的相互作用可以描述为追尾、接触、旋转和分离 4 个过程, 只有当两个粒子尺度差异很小时, 才会重复进行 DKT 过程。在两个粒子相互作用的过程中, 小粒子的运动受到大粒子的影响更剧烈一些, 而相反大粒子运动包括运动轨迹和速度所受到的影响则相对较小。

关键词: 相互作用; 拉格朗日乘子/虚拟方法; 圆形粒子

中图分类号: O359 文献标识码: A

引 言

粒子流在自然界和工业应用中普遍存在, 例如在化学和石油工业中就经常应用不同粒子在沉降行为上的差异来实现粒子和流体, 以及不同尺度和性质粒子之间的分离^[1]。对两个粒子之间的相互作用进行研究是我们深入了解粒子流运动特性的基础。两个相同大小的粒子之间的相互作用以前已有很多的研究, 结果表明当两个相同的粒子在牛顿流体中沉降时, 它们之间会不断地进行追尾, 接触和旋转, 我们简称为 DKT 过程^[2]。Ritz^[3]和 Feng^[4]分别采用基于固定的结构化网格的有限体积法和基于移动的非结构化网格的有限元方法对 DKT 过程进行了数值模拟。

本文的目的是采用拉格朗日乘子/虚拟区域方法(DLM 方法)对两个不同大小粒子在沉降过程中的相互作用进行数值模拟, 分析不同大小粒子之间相互作用的特点, 并将模拟结果和实验进行对比。DLM 方法是近年来出现的直接数值模拟粒子流的新方法。不同于以往的势流^[5,6]和 Stokes 流^[7]等一些近似的方法, 以及基于移动的非结构化网格的有限元方法^[8], 在 DIM 方法中, 流体和粒子整个系统的运动通过求解一个组合的弱解方程得到, 而刚体运动的限制通过一个拉格朗日乘子来施加。

* 收稿日期: 2003_08_25; 修订日期: 2004_11_09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10472104); 浙江省自然科学基金资助项目(101047)

作者简介: 邵雪明(1972—), 男, 浙江富阳人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86_571_87951768; Fax: + 86_571_87951464; E_mail: mecsxm@zju.edu.cn)。

1 数值计算方法

本文将对圆形粒子在二维流场中的运动进行研究。如图 1 所示为计算区域的示意图, 假设计算区域 Ω 是矩形的, $\Gamma = \bigcup_{i=1}^4 \Gamma_i$ 为其边界, $P_i(t)$ ($i = 1, \dots, N$) 表示第 i 个粒子的内部区域, N 为粒子的个数。

在整个流体-粒子系统中, 控制流体和粒子运动的方程可参见文献[9]。这儿将直接给出基于 Dirichlet 边界条件的无量纲形式的弱解方程。另外, 在下面方程的描述中为方便仅考虑一个粒子的情况, 扩展到多个粒子的情况是非常方便的。需要求解的问题是:

在任意 $t > 0$ 时刻, 寻找 $\mathbf{u} \in W_{u\Gamma}$, $p \in L^0(\Omega)$, $\lambda \in \Lambda(t)$, $\mathbf{U} \in R^2$, 和 $\omega \in \mathbf{R}$, 满足:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] \cdot \mathbf{v} dx - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathbf{v} dx + \frac{2}{Re} \int_{\Omega} \mathbf{D}[\mathbf{u}] : \mathbf{D}[\mathbf{v}] dx + (\rho - 1) \left[M \left(\frac{d\mathbf{U}}{dt} - Fr \frac{\mathbf{g}}{g} \right) \cdot \mathbf{V} + I \frac{d\omega}{dt} \right] - \mathbf{F}' \cdot \mathbf{V} = \langle \lambda, \mathbf{v} - (\mathbf{V} + \boldsymbol{\xi} \times \mathbf{r}) \rangle_{P(t)}, \quad \text{对所有 } \mathbf{v} \in W_0, \mathbf{V} \in R^2 \text{ 和 } \boldsymbol{\xi} \in \mathbf{R}, \quad (1)$$

$$\int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{u} dx = 0, \quad \text{对所有 } q \in L^2(\Omega), \quad (2)$$

$$\langle \mu, \mathbf{u} - (\mathbf{U} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \rangle_{P(t)} = 0, \quad \text{对所有 } \mu \in \Lambda(t), \quad (3)$$

其中, \mathbf{u} , \mathbf{U} , ω , p 和 λ 分别为流体速度, 粒子的平动速度和转动速度, 压力和拉格朗日乘子, 而 \mathbf{v} , \mathbf{V} , $\boldsymbol{\xi}$, q 和 μ 分别为它们所对应的变分, \mathbf{r} 是粒子中心的位置矢量, M 和 I 为粒子的质量和转动惯量, \mathbf{F}' 是人工添加的排斥力, 以防止粒子与粒子之间以及粒子与壁面之间相互穿透。雷诺数 $Re = \rho U_c L_c / \eta$, 佛汝德数 $Fr = g L_c / U_c^2$, 密度比 $\rho = \rho_l / \rho_f$, 这儿, ρ 和 ρ_l 分别为流体和粒子的密度, g 为重力加速度, U_c 和 L_c 为特征速度和特征长度。3 个空间分别定义如下:

$$W_{u\Gamma} = \left\{ \mathbf{v} \in H^1(\Omega)^2 \mid \mathbf{v} = \mathbf{u}_{\Gamma}(t), \quad \text{在 } \Gamma \text{ 上} \right\},$$

$$W_0 = \left\{ \mathbf{v} \in H^1(\Omega)^2 \mid \mathbf{v} = 0, \quad \text{在 } \Gamma \text{ 上} \right\},$$

$$L^0_0(\Omega) = \left\{ q \in L^2(\Omega) \mid \int_{\Omega} q dx = 0 \right\},$$

$\Lambda(t)$ 是在粒子内部施加刚体运动限制的一个合适的空间。

对于上面所描述的问题, 本文采用了如图 2 所示的矩形网格来进行空间离散, 即“ $Q_1 P_0$ ”单元。本文所采用的矩形半交错网格其特点是具有很好的对称性。在我们的数值模拟中发现, 和 Glowinski 等人[9]所提出的三角形网格相比, 应用矩形网格能更好地满足不可压缩条件, 并对粒子的运动能进行更加准确的模拟[10]。

在时间上的推进, 本文采用了 Marchuk-Yanenko 算子分裂算法。这一算法的优点在于避免了在同一时间步上需要同时计算对流扩散项, 并满足不可压缩和刚体运动条件的困难。

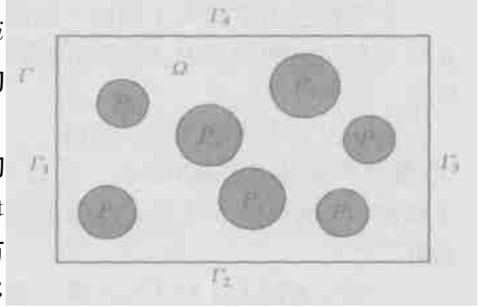
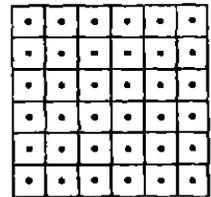


图 1 计算区域



(符号·表示压力离散点)

图 2 速度和压力网格

2 结果及讨论

2.1 数值模拟结果

本节将给出不同大小的两个圆形粒子在二维方槽中的沉降过程和相互作用的模拟结果。在以下所讨论的模拟中, 所采用的特征长度和特征速度分别为大粒子的直径 D 和最终沉降速度 U_m 。

如在引言中所述, 当两个相同大小和性质的粒子在牛顿流体中沉降时, 会交替地进行追尾, 接触和旋转, 即 DKT 过程。作为对本文算法的验证, 首先对两个相同粒子的沉降过程进行了模拟^[11], 结果发现应用本文的算法能很好地重现 DKT 现象, 并和之前其他的研究结果吻合很好^[2~4]。

下面对不同大小粒子在沉降过程中的相互作用进行分析。在以下所讨论的算例中, 二维方槽的宽度是 $4D$, 雷诺数为 65.3, 大小粒子的直径分别为 1 和 0.5, 即直径比 $R = 2.0$ 。计算由 $t = 0$ 时刻两个粒子在方槽的中心零速度释放开始, 大粒子在上, 小粒子在下, 相距 $5D$ 。

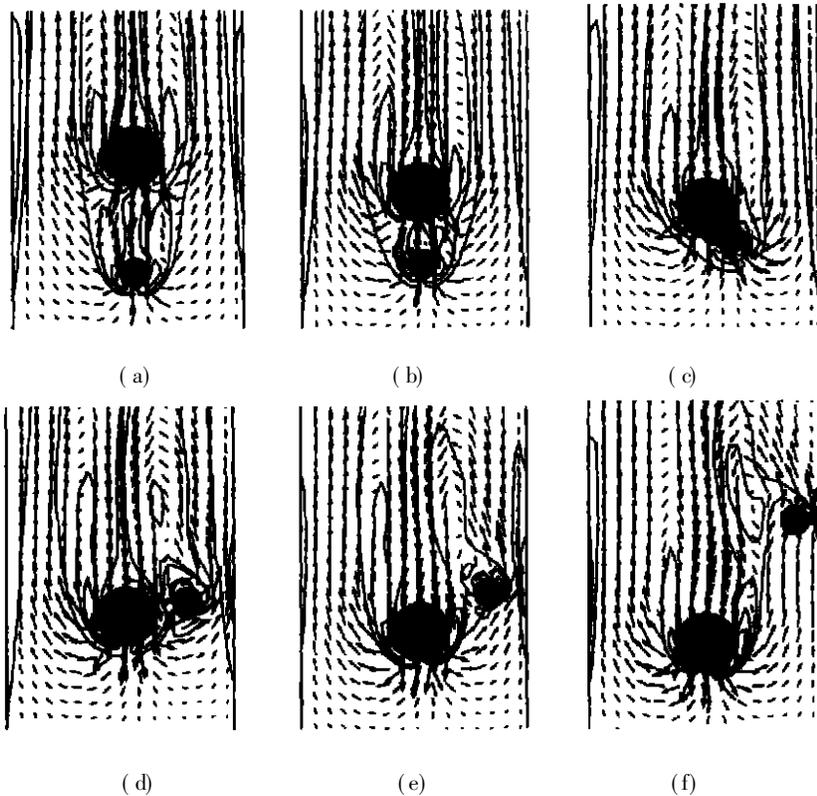
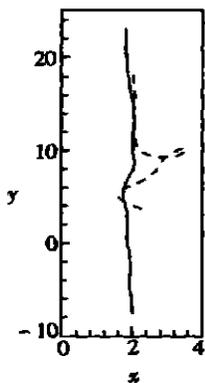


图3 不同时刻大小粒子相对位置的数值模拟结果

如图3所示为两个粒子在沉降过程中6个不同瞬时的相互位置(由于计算区域是随着粒子的下沉而移动的, 所以图中粒子看起来好像没有动)。图中背景为速度场和涡量等值线。图4和图5所示分别为两个粒子的沉降轨迹, 以及两个粒子中心之间的水平距离 δ_x 和垂直距离 δ_y 随时间的变化。以往的研究已表明, 两个密度相同的粒子, 直径大的会沉降得更快一些, 而且两个相邻的粒子前后一起沉降, 由于领先粒子尾流会产生压力降, 后面紧跟的粒子会沉降得更快些, 所以在本算例中, 虽然开始的时候小粒子在前而大粒子在后, 但大粒子会慢慢追上小



(图中实线和虚线分别为大粒子和小粒子)

图4 粒子的沉降轨迹

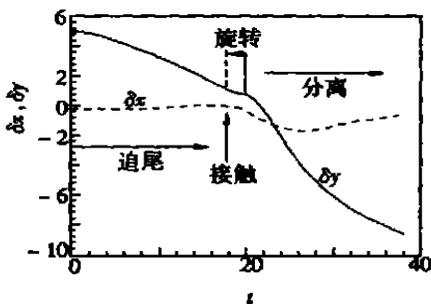
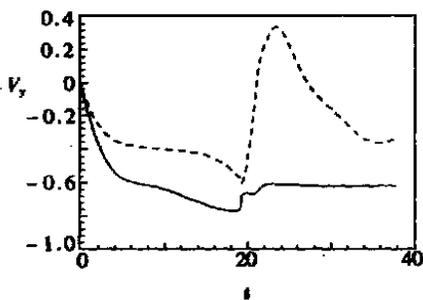
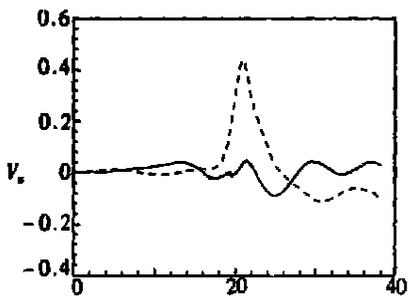


图5 两个粒子水平、垂直间距离随时间的变化

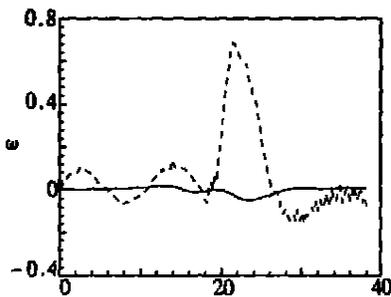
粒子。这一阶段就是通常所说的“追尾”阶段, 分别对应于图 3(a) 和图 3(b), 在这一阶段, 粒子轨迹、 Δx 和 Δy 随时间的变化如图 4 中 $y > 12.0$ 部分, 以及图 5 中 $t < 20.0$ 部分。一旦大粒子追上了小粒子, 两个粒子会“接触”在一起, 如图 3(c) 所示。这样的“粒子对”类似于一个取向和沉降方向平行的长体, 由于在牛顿流体中这样的取向是不稳定, 所以“粒子对”会“旋转”到其中心连线呈水平的方向, 如图 3(d) 所示。在这之前, 本算例中所模拟的大小粒子在沉降过程中的相互作用包括追尾、接触



(a) 沉降速度



(b) 侧向漂移速度



(c) 旋转角速度

(图中实线和虚线分别为大粒子和小粒子对应的变量)

图6 粒子沉降过程中运动速度随时间的变化

和旋转, 基本和两个相同粒子的结果是一致的, 而在这之后有较大的差别, 如图 3(d) 和图 3(e) 所示, 当“粒子对”转到水平方向以后, 由于两个粒子之间在尺度上的差异, 小粒子基本淹没在大粒子侧后方的绕流场之中, 从而小粒子在上升流体的带动下, 被急剧地推向大粒子的侧后方(图 4)。之后, 由于大粒子的沉降速度要明显大于小粒子的沉降速度, 这样两个粒子之间的距离不断增大(如图 5, $t > 24.0$ 部分), 就没有如两个相同粒子一样, 重复出现 DKT 过程。所以总的来说, 大小粒子之间的相互作用可以被描述为追尾、接触、旋转和分离 4 个阶段。

图 6 所示为两个粒子沉降速度 V_y 、测向漂移速度 V_x 和旋转角速度 ω 随时间的变化。在

初始(追尾)阶段,两个粒子的沉降速度不断增大,而大粒子的速度更大一些,而两个粒子 x 方向速度即侧向漂移速度都比较小,只在两个粒子比较接近的时候,由于相互作用而有方向相反的侧向漂移。而在接触、旋转和分离的阶段,两个粒子之间的相互作用非常剧烈,这从图6中 $18.0 < t < 28.0$ 之间粒子运动速度的变化也可以看到。首先在旋转之后,小粒子的沉降速度急剧下降,甚至在一段时间内出现了正值,也就是在这段时间内,小粒子是向上运动,而不是向下沉降。直到大粒子尾流的影响逐渐减弱了,小粒子在又加速下沉,并趋向一个稳定的沉降速度。小粒子的侧向漂移速度和旋转角速度的变化和沉降速度的变化类似,也出现了一个剧烈的波动,然后又逐渐趋向零。相反地,大粒子的运动轨迹、速度和旋转在其沉降的过程中却没有受到很大的影响,只有在旋转前后一小段时间内出现了一些小的波动。

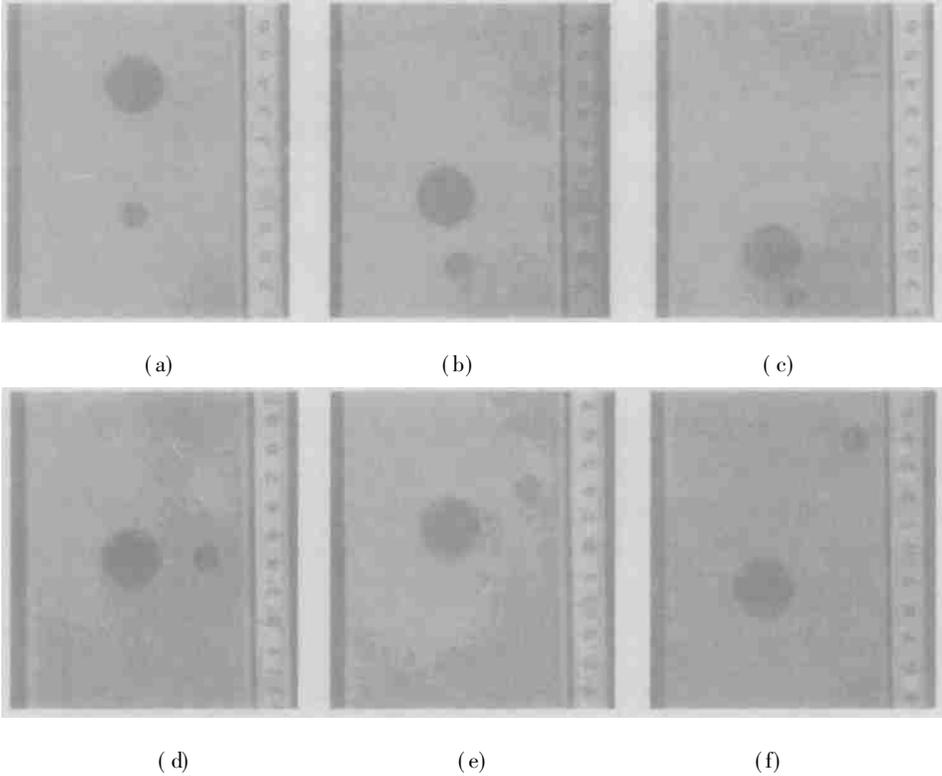


图7 大小粒子沉降的实验结果

2.2 实验验证

为对本文的数值模拟结果做进一步的验证,本文也进行了大小粒子沉降的实验研究,并和模拟结果进行了对比。实验中所采用的粒子为两个长径比分别为6(大粒子)和12(小粒子)的圆柱形粒子,所采用的方槽由玻璃做成,高 $30D$,宽 $4D$,深 $15D$ 。这样,两个圆柱在方槽中心的沉降可以被近似地认为和本文所模拟的情况是一致的。实验所采用的液体为糖浆溶液,通过改变糖浆的浓度可以改变溶液的密度和粘度,从而在使用同样的粒子的情况下,可以得到不同雷诺数范围(0~1000)下粒子的运动特性。实验中粒子的运动轨迹由一个数码摄像机记录,其记录的频率为每秒25帧。图7所示为雷诺数为62.6时的实验结果,所给出的6个瞬时粒子的相对位置是分别和计算结果(图3)相对应的。通过比较可以发现计算结果和实验结果非常吻合,粒子之间相互作用的几个典型过程,包括追尾图3(a)和图3(b)至图7(a)和图7(b)、接触(图3(c)至图7(c))、旋转(图3(d)至图7(d))和分离(图3(e)和图3(f)至图7(e)和图7(f))

在计算中得到了很好的重现。可见本文所采用的 DLM 算法对粒子运动的直接数值模拟具有较高的精度。

2.3 直径比对运动特性的影响

本文对大小粒子直径比 R 对粒子运动特性的影响也进行了研究, 分别对大小粒子直径比 R 分别为 2.0、1.667、1.25、1.111 和 1.0 时的沉降过程进行了模拟。图 8 所示为不同情况下两粒子中心之间的垂直距离 δy 随时间的变化。所有的计算都是由 $t = 0$ 时刻两个粒子在方槽的中心零速度释放开始的, 大粒子在上, 小粒子在下, 初始的 δy 为 $5D$, 方槽的宽度为 $8D$ 。由图 8 可见, 只有 $R = 1.111$ 和 $R = 1.0$ 两条曲线才和直线 $\delta y = 0$ 有多个交点, 而每个交点表示两个粒子之间重复了一次 DKT 过程。所以根据本文的模拟结果, 只有当粒子尺度差异很小(本文中 $R < 1.111$) 时, 两个粒子才会重复地出现 DKT 现象。同时结果也表明, 两个粒子的尺度越接近, 则重复 DKT 过程的频率就越高。

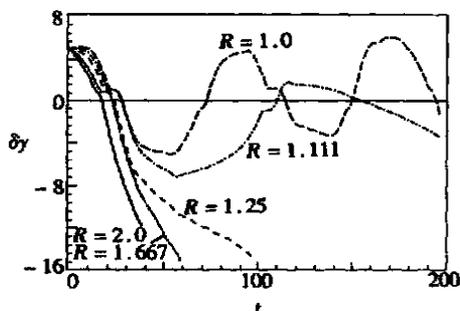


图 8 粒子直径比 R 对沉降过程的影响

3 结 论

本文给出了一个改进的拉格朗日乘子/虚拟区域算法, 并将其应用于不同大小粒子在二维方槽中沉降过程的模拟。通过数值模拟和实验验证发现, 不同大小的两个粒子在沉降过程中的相互作用总的来说可以分为追尾、接触、旋转和分离 4 个阶段。和相同粒径下的情况相比具有一定的差别, 首先, 当两个粒子尺度相差较大时, 不再如两个相同粒子那样重复进行 DKT 过程, 而只有在粒径相差不大的情况下(本文的模拟条件下 $R < 1.111$) 才会重复出现, 并且差异越小, 重复 DKT 的频率越高; 其次, 在两个粒子相互作用的过程中, 小粒子的运动受到大粒子的影响更剧烈一些, 特别是在旋转和分离的过程中, 小粒子由于受到大粒子的排斥, 被推向大粒子的侧后方, 甚至在一段时间内出现上升运动, 即速度方向和沉降方向相反, 而相反大粒子运动包括运动轨迹和速度所受的影响则相对较小。

[参 考 文 献]

- [1] Davis R H, Acrivos A. Sedimentation of noncolloidal particles at low Reynolds numbers[J]. Ann Rev Fluid Mech, 1985, 17: 91—118.
- [2] Fortes A, Joseph D D, Lundgren T S. Nonlinear mechanics of fluidization of beds of spherical particles[J]. J Fluid Mech, 1987, 177: 467—483.
- [3] Ritz J B, Caltagirone J P. A numerical continuous model for the hydrodynamics of fluid particle systems[J]. Int J Numer Meth Fluids, 1999, 30(8): 1067—1090.
- [4] Feng J, Hu H H, Joseph D D. Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid, 1 Sedimentation[J]. J Fluid Mech, 1994, 261: 95—134.
- [5] Smereka P. On the motion of bubbles in periodic box[J]. J Fluid Mech, 1993, 254: 79—112.
- [6] Sangani A S, Didwania A K. Numerical simulation of flows of bubbly liquids at large Reynolds number[J]. J Fluid Mech, 1993, 250: 307—337.
- [7] Brady J F, Bossis G. Stokesian dynamics[J]. Ann Rev Fluid Mech, 1988, 20: 11—157.
- [8] Hu H H, Joseph D D, Crochet M J. Direct simulation of fluid particle motions[J]. Theor Comp Flu-

- id Dyn , 1992, **3**(5): 285—306.
- [9] Glowinski R, Pan T W, Hesla T I, et al. A distributed Lagrange multiplier/ fictitious domain method for particulate flows[J]. Int J Multiphase Flow , 1999, **25**(5): 755—794.
- [10] Shao X M, Lin J Z, Yu Z S. Sedimentation of a single particle between two parallel walls[J]. J Zhejiang University Sci , 2004, **5**(1): 111—116.
- [11] SHAO Xue_ming. Direct simulation of particulate flows[J]. J Hydrodynamics , 2003, **15**(3): 89—95.

Interactions Between Two Sedimenting Particles With Different Sizes

SHAO Xue_ming¹, LIU Yang¹, YU Zhao_sheng²

(1. Department of Mechanics, Zhejiang University,
Hangzhou 310027, P. R. China;

2. Department of Mechanical and Mechatronic Engineering,
the University of Sydney, NSW 2006, Australia)

Abstract: An improved implementation of Distributed Lagrange multiplier/ fictitious domain method was presented and used to simulate the interactions between two circular particles sedimenting in a two dimensional channel. The simulation results were verified by comparison with experiments. The results show that the interactions between two particles with different sizes can be described as drafting, kissing, tumbling and separating. Only for small diameter ratio, the two particles will interact undergoing repeated DKT process. Otherwise, the two particles will separate after their tumbling. The results also show that, during the interaction process, the motion of the small particle is strongly affected while the large particle is affected slightly.

Key words: interaction; Distributed Lagrange multiplier/ fictitious domain method; circular particle