

力学与对称——离散 ——祖冲之方法论——

钟万勰

(大连理工大学)

2015年,在科学网看到连载的《力学的几何化》,文章对经典力学的几何化做了很好的历史回顾和科学普及,但也感觉到离当前的信息时代远了些——没有离散的内容。

力学与几何化对称性有密切关系,前人早已阐明。自1939年Weyl提出辛对称后,一些数学家从微分几何的角度开展了辛几何研究,却难以为大众所接受,太深了。今日进入到计算机、信息时代,不讲离散,工程师难以认知,那么如何工程应用呢?

如所周知,工程师是凭数据说话的。如果大力发展出的理论,难以提供数据,不能给出数值解,则工程师就无法应用了。而当今有限元分析有程序系统可用,所以今日工程师离开了有限元系统,就不便设计了。计算机时代,离散分析是大势所趋。任何应用理论,如果不能提供数据,就不能为工程所应用——道。

微分几何是奠基在无穷小分析的基础上的,而无穷小是不能在计算机上表示的,它只是一种微积分的基本概念,与离散是格格不入的。有限元法则是离散当头,离散之后再分析,故能适应计算机的要求,所以有限元法在计算机上如鱼得水,能提供数据,所以适应工程师的需求。当今世界,只是在理论上深入,而不能提供数据,则工程师就难以使用了。那么提供分析解,不是也能计算吗?是!分析解是能计算,但寻求分析解太难了。自牛顿以来,能提供分析解的课题寥寥无几,完全不敷应用;所以有限元法应运而生,一发而不可收,与时俱进。即使是信息时代,也是计算机离散分析及众多科技所催生的,科学研究最重要是:适应时代需求,方向、思路不可弄错,要学以致用。

力学与对称的关系已经得到深入认识,群论是对称的基础,也得到公认,然而作者认为,离散分析还未曾得到纯数学家的足够关注,好像一旦离散,就没水平了,理论简单了,是否就没水平?1900年在第二届国际数学家会上,Hilbert做了一个著名报告——《数学问题》,深刻影响了20世纪数学的发展。他指出:“在讨论数学问题时,我们相信特殊化比一般化起着更为重要的作用。可能在大多数场合,我们寻找一个问题的答案而未能成功的原因,是在于这样的事实,即有一些比手头的问题更简单、更容易的问题没有完全解决或是完全没有解决。这时,一切都有赖于找出这些比较容易的问题并使用尽可能完善的方法和能够推广的概念来解决它们。这种方法是克服数学困难的最重要的杠杆之一”,又说:“严格的方法同时也是比较简单、比较容易理解的方法。正是追求严格化的努力,驱使我们去寻求比较简单的推理方法”,值得认真学习。

有限元名家Zienkiewicz被选举为英国皇家学会会员后,在皇家学会报告,讲解了许多成果后,请大家提问题,冷场后得到的提问是:“您这是在讲数学吗?”,表明纯数学家惯于无穷小的理论分析而对离散的有限元法还没有接上口。

今天时代变了,辛对称不在离散分析的基础上讲,使工程师难以接受,就得反躬自问,冯康院士提出“保辛”就是针对动力学积分的离散差分格式讲的,因为辛几何不适应离散,纯数学家们喜欢微分几何,那就让他们喜欢去;而从工程应用的角度,就应考虑辛对称群,它在离散后就成为传递辛矩阵群,这样积分就完全适应

数值分析的要求了,学以致用,让辛对称与离散接上口,可大放光彩。

世界潮流,浩浩荡荡,顺之者昌,逆之者亡。

白日依山尽,黄河入海流,欲穷千里目,更上一层楼。

这里特别指出,中国古代数学家也有辉煌成就的。回顾我国教育部统编大学工科数学教材,其中只提西方人的成就,看不到中国的成就,太泄气了。基于古人祖冲之的成就,可给出祖冲之方法论。祖冲之时代没有无穷小的提法,在用割圆法计算圆周率时,采用两点之间连一根直线(即欧几里得几何的“短程线”)的方法,而用于 DAE 求解时,可修改为“动力学状态空间时间区段的短程线”,短程线就是几何概念;而这就是保辛。可命名为祖冲之方法论。在求解例如微分-代数方程(DAE)时不采用许多国外著作的方法论,他们拘泥于无穷小分析,走偏路了。基于祖冲之方法论得到的数值解,比国外著名算法的解好多了。中国祖师爷的优秀成果应努力予以挖掘继承,融合近代数学,发扬光大。中华文化博大精深,不只是怀念-怀念而已,而应以实实在在的东西体现出来。当然应经历挖掘、继承、品味、提炼、融合近代数学,然后才能发扬光大。

屠呦呦的成果是在中医基础上,以实实在在的药物体现的,达到了贯通古今、融合中西的境界。

作者强调诸如:变分原理,计算,离散,保辛,辛代数,DAE,乘法摄动,分析结构力学,分析动力学,模拟关系,约束,传递辛矩阵对称群等等的数学名词;并联系到多体动力学和浅水波等实用课题;实际上是讲计算应用数学。尤其祖冲之方法论,是从中国古代数学提炼出来的,一改中国数学似乎无所作为的形象,能通过许多实践检验。祖冲之方法论不能依靠西方人来发掘,只能自己来,应大声疾呼。天时、地利、人和;崛起、创新、领导支持。选择恰当方向,闯出一番事业来。

“行成于思,毁于随”,创新是闯出来,而不是随出来的。

Hilbert 的《数学问题》:“数学中每一步真正的进展,都与更有力的工具和更简单的方法的发现密切联系着,这些工具和方法同时会有助于理解已有的理论并把陈旧的、复杂的东西抛到一边。数学科学发展的这种特点是根深蒂固的。因此,对于数学工作者个人来说,只要掌握了这些有力的工具和简单的方法,他就有可能在数学的各个分支中比其他科学更容易地找到前进的道路”,有指导意义。

非线性方程的求解,少不了迭代。祖冲之类算法也要结合迭代,解决问题才是硬道理。求解 DAE,根据祖冲之类算法的迭代法逐步积分,数值结果与西方人的 Index 方法完全不同,其效果从一些简单例题中已经表达。“实践是检验真理的唯一标准”,“是骡子是马,拉出来练练”,不可只是说说而已。也是道。

学习大学微积分,读完后没见到中国人实实在在的贡献,遗憾。到现在信息时代,挖掘出祖冲之方法论,理应占有一席之地。我们应为此而站起来大声疾呼,应理直气壮地讲。有人不承认,难道就不敢讲了吗?今天看到祖冲之方法论的优越性,可达到贯通古今、融合中西的境界。中国人就应占有这一席之地,有什么不敢讲的,别熊,要给中国数学争一席之地,提提气。难道还要等着让西方人来发扬光大吗?!可他们会吗?

屠呦呦在诺奖会上的演说重申:“中国医药学是伟大宝库”。她回顾了:从古籍中得到启发,贯通古今;她又以西方科学为基础,给出了提炼青蒿素的历程,融合中西,非常有启发。孙子兵法曰:“出其不趋,趋其所不意”。中医,洋人之所不趋,所以反而屠呦呦的成果出人意料,原创!许多其他领域的成果虽然也做得非常好,但是在人家的创意基础上发挥的,却拿不到诺奖。再说,中国古代数学成就也不应被埋没吧,怎么就看不见了呢。

说说自己的体会。我起初是做分析法的;从有限元和规划论切入离散分析——复,随之群论应用,最优控制和结构力学的模拟,进入了辛体系;精细积分法等,无不从离散角度动手。做动力学与控制,祖冲之方法论也是离散的;顺应潮流,而绝不拘泥于连续系统。

思路一改,境界大开!

中医曾被某些人贬为“伪科学”。屠呦呦获诺奖后,大概没有人说“伪科学”了。至于如何将贯通古今、融合中西之类的基于中国自己基础上的成果纳入中国评价体系,却依然还要探讨。