

文章编号: 1000-0887(2005) 05-505-07

自由流中涡扰动的边界层 感受性的数值研究*

张永明¹, 周 恒^{1,2}

(1. 天津大学 力学系, 天津 300072;

2. 南开大学 天津大学 刘徽应用数学中心, 天津 300072)

(我刊编委周恒来稿)

摘要: 用直接数值模拟的方法研究平板二维边界层对自由流中涡扰动的感受性。在自由流涡扰动与壁面凸起物的相互作用下, 在边界层内找到了激发出来的 Tollmein_Schlichting(T_S) 波, 证实了感受性现象及其中波长转变机制的存在。数值模拟得到的 T_S 波幅值与自由流扰动幅值、凸起高度及矩形凸起物长度的关系, 与实验测量所得一致。则由此确定的感受性线性关系式的适用范围亦与实验所得相符。

关键词: 边界层; 感受性; T_S 波; 波长转变机制

中图分类号: O357.41 文献标识码: A

引 言

自由流中的扰动, 如声波、涡等, 如何引发边界层内的扰动波, 称为感受性问题(Morkovin^[1]; Reshotko^[2])。这一过程确定了层流边界层中扰动波的初始条件, 包括幅值、频率和相位。自由流中扰动的色散关系与 T_S 波的色散关系不同, 所以边界层外扰动并不能直接在边界层内激发 T_S 波。但当自由流扰动导致的边界层中的周期性扰动与平均流快速局部变化共同作用时, 会有某种波数转变机制, 就可在边界层内产生出 T_S 波。平均流的快速局部变化一般发生在如前缘分离线、壁面几何形状快速变化等处。对于涡扰动与凸起物相互作用感受性, 常用下面这个线性关系式表示:

$$u_{ts} = u_{fs} F(\alpha_{ts} - \alpha_{fs}) \Lambda(\Psi, Re), \quad (1)$$

其中, u_{ts} 为 T_S 波幅值; u_{fs} 为自由流扰动在边界层外缘处幅值; $F(\alpha_{ts} - \alpha_{fs})$ 为壁面几何形状做 Fourier 变换后, 波数为 T_S 波波数 α_{ts} 与自由流扰动波数 α_{fs} 之差的这一项的幅值; $\Lambda(\Psi, Re)$ 为与壁面几何形状无关的一个效率函数, Ψ 为一个只与自由流扰动频率、流体运动粘性系数和自由来流速度有关的参数。

Kerschen^[3] 用渐近法分析了涡扰动的感受性。Zavol'skii 等人^[4] 则采用 Orr_Sommerfeld 方程

* 收稿日期: 2004_08_17; 修订日期: 2005_01_12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10232020)

作者简介: 张永明(1979—), 男, 云南人, 硕士(Tel: + 86_22_27403374; E_mail: yingmzh@yahoo.com); 周恒(联系人, Tel: + 86_22_27890533; Fax: + 86_22_27407025; E_mail: hzhou1@tju.edu.cn)。

有限雷诺数法, 计算了平板边界层上小幅值波形壁对涡扰动的感受性。罗纪生和周恒(Luo and Zhou)^[5]对色散关系不同的涡扰动如何激发 T_S 波进行了研究, 吴雪松(Wu)^[6]对他们的模型做了进一步改进。Dietz^[7]成功的用实验方法研究了涡感受性现象。吴雪松(Wu)^[8]用渐近匹配方法做了分析, 得到了和实验符合的很好的结果。

本文用数值模拟的方法研究自由流中涡扰动的感受性, 精确的测量到了所激发 T_S 波的幅值, 并据此对感受性问题进行定量的研究。

1 控制方程与基本流

选取二维矩形计算域, 如图 1 所示。流向取 16 倍的自由流扰动波长 ($16\lambda_s$), 以保证激发的 T_S 波的演化有足够长的时间和空间而尚未到达边界。法向取 5 倍边界层厚度 (5δ), 以保证 T_S 波在上边界衰减到很小, 便于使用边界条件。

设任意物理量 q 与其相应的层流解 Q 的差为 \hat{q} , 即 $\hat{q} = q - Q$, 我们称之为扰动量。由 N_S 方程可得扰动量满足的方程:

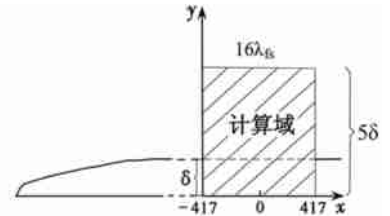


图 1 计算域示意图

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + U \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + U \hat{v} = -\frac{\partial \pi}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \hat{u} - \hat{v} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial y} - \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + U \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} = -\frac{\partial \pi}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \hat{v} - \hat{u} \left(\frac{\partial \hat{v}}{\partial x} - \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} \right), \end{cases} \quad (2)$$

其中 \hat{u}, \hat{v} 为扰动速度, $\pi = \hat{p} + (\hat{u}^2 + \hat{v}^2)/2$, \hat{p} 为扰动压力, 雷诺数 $Re = U_\infty \delta^* / \nu$, δ^* 为边界层位移厚度 ($\delta^* = \delta/2.9$), U_∞ 为自由来流速度, ν 为运动粘性系数, U 为平板层流边界层的相似性解, 即 Blasius 解。本文使用数值方法求解方程 $2f'''' = 0$ 得到 Blasius 解。

x 方向使用伪谱方法, 将函数展开为 Fourier 级数

$$\hat{q}(x, y, t) = \sum_{m=-M/2}^{M/2-1} q_m(y, t) e^{i \alpha_m x}, \quad (3)$$

这隐含着周期性边界条件

$$\hat{q}(16\lambda_s, y, t) = \hat{q}(0, y, t). \quad (4)$$

y 方向使用 Malik 建议的差分格式

$$\varphi_{j+1} - \varphi_j = \frac{\Delta y}{2} \left[\left(\frac{d\varphi}{dy} \right)_{j+1} + \left(\frac{d\varphi}{dy} \right)_j \right] - \frac{(\Delta y)^2}{12} \left[\left(\frac{d^2\varphi}{dy^2} \right)_{j+1} - \left(\frac{d^2\varphi}{dy^2} \right)_j \right] + O((\Delta y)^5). \quad (5)$$

在时间分裂上, 线性部分中函数对时间的导数的差分格式为

$$\left(\frac{d\hat{q}}{dt} \right)_n = \frac{11}{6\Delta t} \hat{q}_n - \frac{3}{\Delta t} \hat{q}_{n-1} + \frac{3}{2\Delta t} \hat{q}_{n-2} - \frac{1}{3\Delta t} \hat{q}_{n-3} + O((\Delta t)^3), \quad (6)$$

非线性部分中函数的差分格式为

$$\hat{q}_n = 3\hat{q}_{n-1} - 3\hat{q}_{n-2} + \hat{q}_{n-3} + O((\Delta t)^3). \quad (7)$$

2 边界层外缘定常涡扰动和壁面凸起

Dietz^[7]在其实验中, 通过在上游的振动条引入扰动, 我们则通过另一种方法引入扰动。但为了研究感受性, 最后都需要取边界层外缘的扰动幅值作为参考。

在计算域上边界加入简谐扰动:

$$u(x, y_{5\delta}, t) = 0, v(x, y_{5\delta}, t) = v_{5\delta} \sin(\alpha_{fs} x - \omega_{fs} t), \quad (8)$$

其中 α_{fs} 、 ω_{fs} 、 $v_{5\delta}$ 分别为扰动的波数、频率和幅值。边界层外缘会出现与之色散关系相同的简谐扰动。经过一段过渡时间, 边界层外缘涡扰动幅值将趋于定常:

$$u(x, y_{\delta}, t) = u_{fs} \sin(\alpha_{fs} x - \omega_{fs} t + \phi_u), v(x, y_{\delta}, t) = v_{fs} \sin(\alpha_{fs} x - \omega_{fs} t + \phi_v), \quad (9)$$

其中 u_{fs} 、 v_{fs} 为扰动的幅值, ϕ_u 、 ϕ_v 为与上边界扰动的相位差。

在扰动定常以后, 再在平板上加凸起物, 采用线性化的方法将边界条件取在平板处:

$$u(x_{hm}, 0, t) = -h_{hm} U'(0), v(x_{hm}, 0, t) = 0, \quad (10)$$

其中 x_{hm} 为凸起所在处流向坐标, h_{hm} 为凸起的高度, $U'(0)$ 为平板处基本流速度的导数。平板上其他位置仍使用无滑移边界条件:

$$u(x_{fl}, 0, t) = 0, v(x_{fl}, 0, t) = 0, \quad (11)$$

其中 x_{fl} 为无凸起处流向坐标。

3 结果与分析

在自由流涡扰动与壁面凸起的相互作用下, 边界层内出现了符合 T_S 波长的波, 如图 2 所示, 其中速度 u 、 v 的波长 λ_u 、 λ_v 与由线性稳定性理论得到的 T_S 波波长 λ_s 相等, 而不等于涡扰动的波长, 这就证实了的确存在波长转变机制。图 3 给出了边界层内一空间点上速度随时间的变化, 可以看出扰动波的周期与涡扰动和 T_S 波的周期相同, 即它们的频率亦相同。可见边界层内出现了符合 T_S 波色散关系的扰动波。

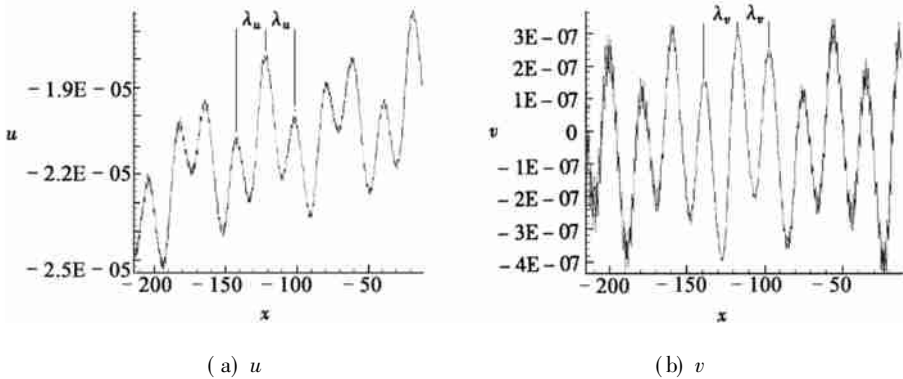


图 2 边界层内速度沿 x 变化

从图 2 可以看出, 边界层内除了有这种色散关系的波(记为 R0), 还存在由边界层以外的扰动引起的强迫扰动(R1), 由凸起物导致的平均流修正(R2)以及定常涡扰动导致的平均流修正(R3)。为了消除这 3 种影响, 可使用如下办法:

- R0= 有凸起的瞬时流场(含有 R0、R1、R2、R3) -
 无凸起的瞬时流场(含有 R1、R3) -
 有凸起的时均流场(含有 R2、R3) +
 无凸起的时均流场(含有 R3)。

使用此法得到的流场, 在边界层内只有一种波, 如图 4 所示。图 5 给出了边界层内新激发出来扰动波的剖面, 及线性理论得出的 T_S 波剖面, 可以看出二者在边界层内吻合得很好。这说明此扰动波就是 T_S 波, 也就证实了感受性现象的确存在。

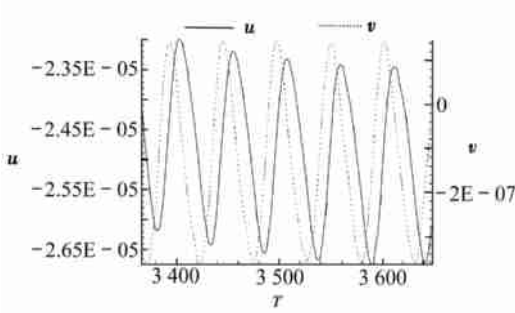


图3 边界层内一空间点上速度 u, v 随时间 T 的变化

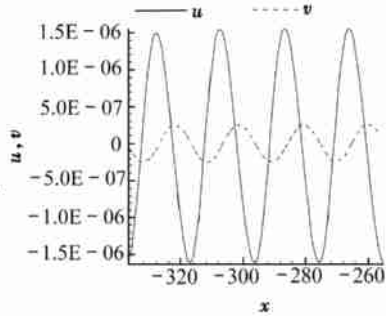
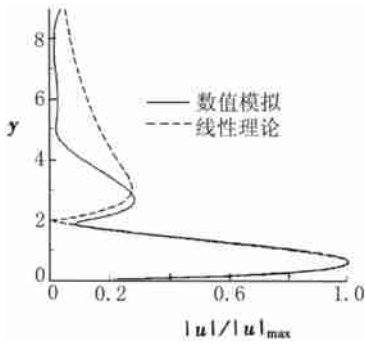
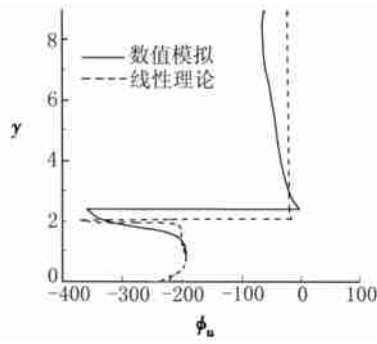


图4 消除其他影响后边界层内符合 T, S 波色散关系的波

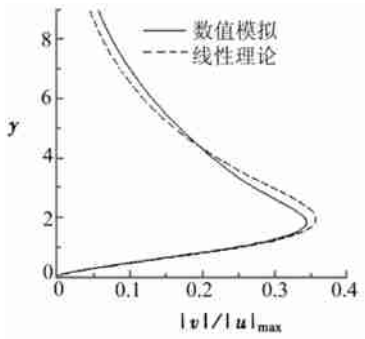
图6给出了 T, S 波幅值与自由流涡扰动的关系。自由流涡扰动以边界层外缘扰动速度 u_{fs} 的幅值表示。当涡扰动幅值小于自由来流速度的 1% 时,感受性与其成线性关系。这一结论与 Dietz^[7] 实验所得结论完全一致。



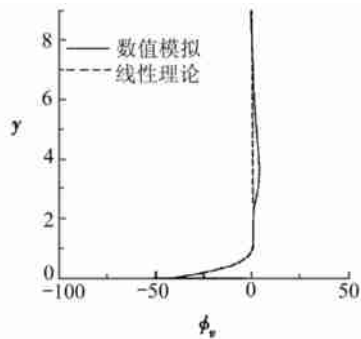
(a) $|u|/|u|_{max}$



(b) ϕ_u (角度)



(c) $|v|/|u|_{max}$



(d) ϕ_v (角度)

图5 扰动波的幅值和相位剖面

如图7所示,当凸起物的无量纲高度 $h' = h^*/\delta$ (其中 h^* 为凸起物实际高度, $\delta = (\mathcal{K}/U_\infty)^{1/2} = \delta^*/1.7208$, 故 $h' = 1.7208h_{lm}$) 小于 0.2 时,感受性与其成线性关系。这一结论与 Dietz^[7] 实验所得结论完全一致,也与 Saric 等^[9]、Zhou 等^[10] 及 Bodonyi^[11] 研究声感受性所得结论一致。

高度为 h_{lm} 、长度为 d 的单个矩形壁面凸起物,表面形状 Fourier 变换后波数为 $\alpha_{ts} - \alpha_{fs}$ 的

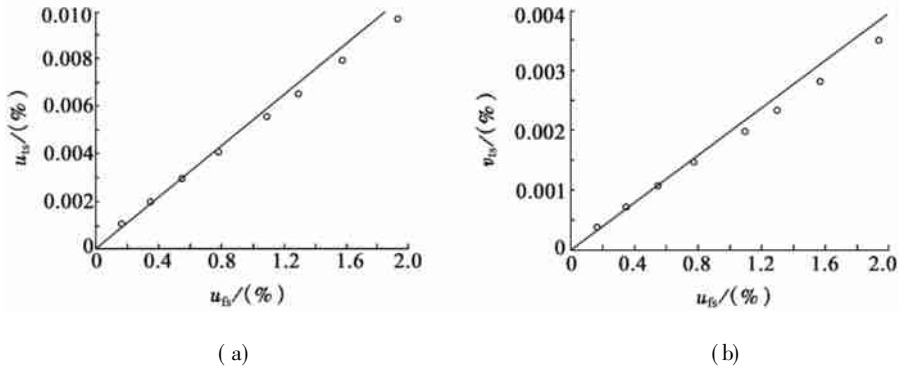


图6 T_S波幅值与自由流扰动幅值的关系

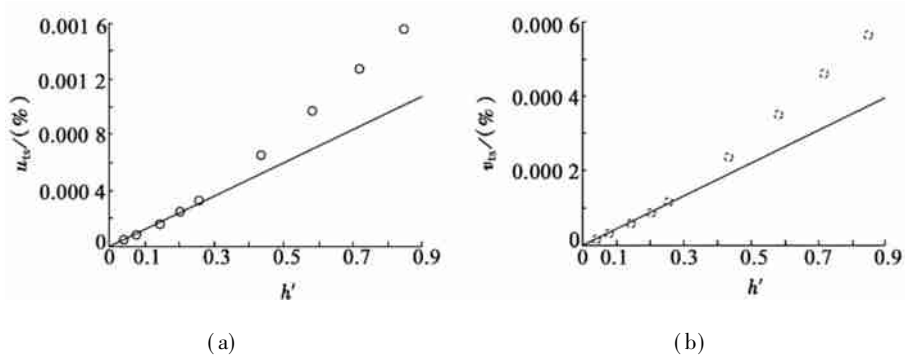


图7 T_S波幅值与凸起物高度的关系

这一项的幅值为

$$F(\alpha_{ts} - \alpha_{fs}) = \frac{2h_{lm}}{\alpha_{ts} - \alpha_{fs}} \sin\left(\frac{d(\alpha_{ts} - \alpha_{fs})}{2}\right). \quad (12)$$

图8(a)、图8(c)给出了T_S波幅值应与矩形凸起物长度的关系,图中长度 d 用“共鸣”波长 $2\pi/(\alpha_{ts} - \alpha_{fs})$ 归一化,并画出了函数 $\sin(d(\alpha_{ts} - \alpha_{fs})/2)$ 曲线,可见T_S波幅值与此正弦函数显然是相符的。由于此函数是Fourier变换中的一个因子,所以感受性应与凸起物表面形状的Fourier变换在“共鸣”波数 $\alpha_{ts} - \alpha_{fs}$ 的幅值成正比,图8(b)、图8(d)表示出了这种线性关系。Dietz^[7]通过实验测量也得到了这一结论。

综合以上所得T_S波幅值与自由流扰动幅值、凸起高度及矩形凸起物长度的关系可见,若自由流涡扰动幅值小于1%,且凸起物高度小于 0.2δ ,则感受性线性关系式(1)成立。

4 结 论

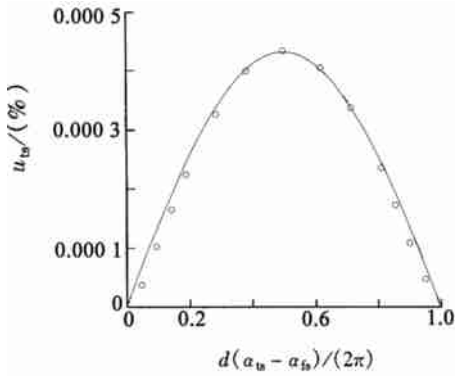
本文从不可压缩流体N_S方程出发,通过直接数值模拟的方法,研究了自由流中的涡扰动与壁面凸起的相互作用,得出以下结论:

1) 自由流中的涡扰动与壁面凸起相互作用能够激发出T_S波,感受性现象以及波长转变机制的确存在。

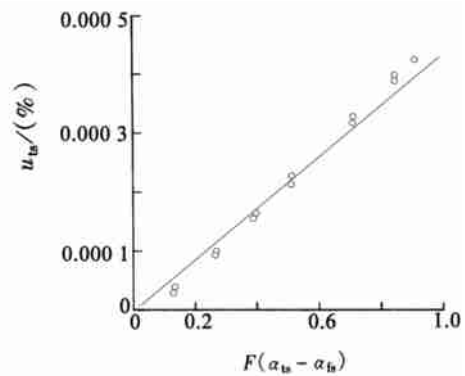
2) 当自由流扰动幅值小于自由来流速度的1%时,感受性与其成线性关系。

3) 当凸起物高度小于 0.2δ 时,感受性与其成线性关系。

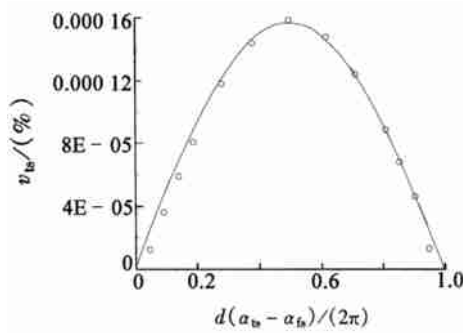
4) 由T_S波幅值与矩形凸起物长度的关系可知,感受性与凸起物几何形状的Fourier变换在“共鸣”波数 $\alpha_{ts} - \alpha_{fs}$ 的幅值成正比。



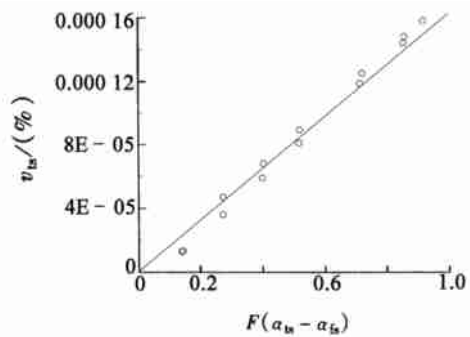
(a) T_S波幅值与矩形凸起长度的关系(°): 数值模拟所得数据; 实线: 函数 $\sin(d(\alpha_{ts} - \alpha_{fs})/2)$



(b) T_S波幅值与凸起物几何形状 Fourier 变换在波数 $\alpha_{ts} - \alpha_{fs}$ 的幅值的关系(°): 数值模拟所得数据; 实线: 线性关系曲线)



(c) T_S波幅值与矩形凸起长度的关系(°): 数值模拟所得数据; 实线: 函数 $\sin(d(\alpha_{ts} - \alpha_{fs})/2)$



(d) T_S波幅值与凸起物几何形状 Fourier 变换在波数 $\alpha_{ts} - \alpha_{fs}$ 的幅值的关系(°): 数值模拟所得数据; 实线: 线性关系曲线)

图 8

5) 总起来说, 若自由流涡扰动幅值小于 1%, 且凸起物高度小于 0.2δ , 则感受性线性关系式 $u_{ts} = u_{fs} F(\alpha_{ts} - \alpha_{fs}) \Lambda(\Psi, Re)$ 适用。

感谢 本文在研究中, 得到南开大学天津刘徽应用数学中心的资助, 在此感谢。

[参 考 文 献]

- [1] Morkovin M V. On the many faces of transition[A]. In: Wells C S Ed. Vicious Drag Reduction [C]. New York: Plenum, 1969, 1—31.
- [2] Reshotko E. Boundary layer stability and transition[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1976, 8: 311—349.
- [3] Kerschen E. Boundary layer receptivity[R]. AIAA Paper, 1989.
- [4] Zavorot'kiy N A, Reutov V P, Rybushkina G V. Generation of Tollmien-Schlichting waves via scattering of acoustic and vortex perturbations in boundary layer on a wavy surface[J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 1983, 24(3): 355—361.

- [5] LUO Ji_sheng, ZHOU Heng. On the generation of Tollmien-Schlichting waves in the boundary layer of a flat plate by the disturbances in the free stream[J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 1987, **413**(1845): 351—367.
- [6] WU Xue_song. Generation of Tollmien-Schlichting waves by convecting gusts interacting with sound [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1999, **397**: 285—316.
- [7] Ditez A J. Local boundary_layer receptivity to a convected free_stream disturbance [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1999, **378**: 291—317.
- [8] WU Xue_song. On local boundary_layer receptivity to vortical disturbances in the free stream [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, **449**: 373—393.
- [9] Saric W S, Hoos J A, Radeztsky R H. Boundary_layer receptivity of sound with roughness [A]. In: Reda D C, Reed H L, Kobayashi R K, Eds. Boundary Layer Stability and Transition to Turbulence [C]. Vol. **114**. New York: ASME FED, 1991, 17—22.
- [10] Zhou M D, Liu D P, Blackwelder R F. An experimental study of receptivity of acoustic waves in laminar boundary layers [J]. Experiments in Fluids, 1994, **17**(1/2): 1—9.
- [11] Bodonyi R J. Nonlinear triple_deck studies in boundary_layer receptivity [J]. Applied Mechanics Reviews, 1990, **43**(2): 158—166.

Numerical Study of Local Boundary Layer Receptivity to Freestream Vortical Disturbances

ZHANG Yong_ming¹, ZHOU Heng^{1,2}

(1. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, P. R. China;

2. LIU Hui Center of Applied Mathematics of Nankai University and
Tianjin University, Tianjin 300072, P. R. China)

Abstract: Method of direct numerical simulation was used for the investigation of the local receptivity of a 2-D boundary layer of a flat plate to harmonic vortical disturbances in the freestream. Under the interaction of the vortical disturbances in the freestream and the roughness element on the wall, Tollmien-Schlichting (T_S) waves were generated and detected in the boundary layer, thus confirming that the wavelength conversion mechanism and the local receptivity exist. Numerical simulations were performed to obtain the relations between the amplitude of the generated T_S wave and the amplitude of freestream disturbance, the roughness height, and the width of rectangular roughness elements, which agree with those obtained from experiments. Then the range of validity of the linear receptivity formula, which was determined by these relations, also agrees with that determined by experimental results.

Key words: boundary layer; receptivity; T_S wave; wavelength conversion mechanism