

文章编号: 1000_0887(2005) 05_0512_07

基于时域精细积分算法的瞬态 传热多宗量反演*

王一博¹, 杨海天^{2,3}, 邬瑞锋^{2,3}

(1. 清华大学 工程力学系, 北京 100084;

2. 大连理工大学 工程力学系, 大连 116024;

3. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

(我刊原编委邬瑞锋来稿)

摘要: 基于有限元法和精细积分算法, 提出了一种求解瞬态热传导多宗量反演问题的新方法。采用有限元法和精细积分算法分别对空间、时间变量进行离散, 可以得到正演问题高精度的半解析数值模型, 由此建立了多宗量反演的计算模式, 并给出敏度分析的计算公式。对一维和二维的热物性参数、热源项、边界条件等进行了单宗量和多宗量的反演求解, 初步考虑了初值和噪音等对反演结果的影响, 数值算例验证了该方法的有效性。

关键词: 热传导; 反问题; 多宗量; 精细积分算法; 有限元

中图分类号: O241 **文献标识码:** A

引 言

瞬态传热反问题的研究在航天、机械、化工和生物等领域有广泛的实际应用前景, 引起了许多学者的关注, 近些年取得了不少成果, 如有关材料热物性的识别^[1,2], 边界形状的识别^[3], 边界条件的识别^[4], 热源有关的识别^[5,6]等等, 而考虑对导热系数、源项和边界条件等多宗量的综合反演模式, 尚不多见。Tseng 等人曾提出针对未知量为导热系数、边界温度和边界热流两两组合时的反演算法^[7], 但只有少量的数值验证。

反问题的求解一般要依赖于正问题的计算。瞬态传热问题需要求解与时间相关的偏微分方程, 由于边界形状/条件的复杂性, 解析解一般难以获得, 多数情况下要借助数值求解。即使在空间上采用有限元法或有限差分法, 在时间域上一般也还要进行离散求解。对反问题的求解而言, 一是要考虑这种离散求解的计算精度, 二是要考虑这种离散求解应便于反演分析。

* 收稿日期: 2003_11_11; 修订日期: 2005_02_01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10172024, 10272064); 973 NKBRSF 基金资助项目 (G1999032805); 教育部重点基金资助项目(99149); 教育部骨干教师基金资助项目(2000_65); 归国留学人员启动基金资助项目(1999_363); 工业装备结构分析国家重点实验室开放基金资助项目(CZ9814)

作者简介: 王一博(1982—), 男, 辽宁沈阳人, 博士(联系人, Tel: + 86_10_62783149; Fax: + 86_10_62781824; E_mail: wang_yibo@tsinghua.org.cn);

杨海天(1956—), 男, 江苏人, 教授, 博士, 博士生导师(E_mail: Haijian@dlut.edu.cn)。

本文在时域利用精细积分法^[8,9]求解热传导正问题,具有解析性好、精度高、计算稳定等特点。此外,由于精细积分给出了正演解的解析表达,这使反问题求解中的敏度分析更为方便和简洁。

本文推导了基于有限元和精细积分的传热正问题计算模型,可考虑非均质及复杂的边界条件和形状,并在此基础上发展了多宗量的反演模式,给出了相应的敏度分析表达式,可对热物性参数、边界条件及热源等有关项进行多宗量辨识。对所提方法进行了数值验证,初步考虑了初值和噪音对反演结果的影响,得到了令人满意的结果。

1 瞬态热传导正演问题的有限元数值模型

瞬态热传导问题的控制方程可写为^[10]:

$$\rho \phi_{,t} + (k_{ij} \phi_{,j})_{,i} - \rho Q = 0 \quad (x \in \Omega) \quad (1)$$

初始条件为:

$$\phi = \phi_0 \quad (t = 0) \quad (2)$$

边界条件为:

$$\begin{cases} \phi = \phi_a & (x \in \Gamma_1); \quad k_{ij} \phi_{,j} n_i = q & (x \in \Gamma_2); \\ k_{ij} \phi_{,j} n_i = h(\phi_a - \phi) & (x \in \Gamma_3), \end{cases} \quad (3)$$

其中 ϕ 代表温度, ϕ_0 代表初始温度场, $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$ 代表域 Ω 的全部边界, ρ 为材料密度 (kg/m^3), c 为比热容 ($\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$), k_{ij} 为热传导系数 ($\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$), Q 为热源密度 (W/kg), t 为时间, n_i 是边界外法线方向余弦, ϕ_a 为已知温度, q 为热流量 (W/m^2), h 为放热系数 ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$)。在自然对流条件下, ϕ_a 是外界环境温度。 x 为坐标向量, 下标 i, j 按求和约定: 1 至 2 代表 2D 问题, 1 至 3 代表 3D 问题。

对方程(1), 应用加权余量技术^[10], 可得瞬态热传导问题的有限元列式

$$C \dot{\phi} + K \phi = P_Q + P_q + P_H = P, \quad (4)$$

其中 K 是热传导矩阵, 且 $K_{ij} = \sum_e K_{ij}^e + \sum_e H_{ij}^e$, $\sum_e H_{ij}^e$ 是热交换边界对热传导矩阵的修正。

C 是热容矩阵。 ϕ 和 $\dot{\phi}$ 分别代表节点温度向量和节点温度向量对时间的导数。 P_Q 、 P_q 、 P_H 是分别与 Q 、 q 、 h 有关的温度载荷阵。

2 精细积分算法及相应的瞬态热传导问题的正演模型

2.1 精细积分算法^[8,9]

考虑线性常微分方程组

$$\dot{v} = H v + f(t), \quad (5)$$

其中 v 为 n 维待求向量, H 为给定 $n \times n$ 阶常矩阵, f 为 n 维已知向量。

相应的齐次方程为

$$\dot{v} = H v \quad (6)$$

其基本解为

$$v(t - t_0) = \exp(H \cdot (t - t_0)) v_0 \quad (7)$$

设时域上积分步长为 τ , 则等间距的积分点依次为 $t_0 = 0, t_1 = \tau, \dots, t_k = k \cdot \tau, \dots$, 当 $t = t_k$ 时, 有 $v = v_k$, 则有逐步积分公式

$$v_1 = T \cdot v_0, \quad v_2 = T \cdot v_1, \quad \dots, \quad v_k = T \cdot v_{k-1}, \quad (8)$$

其中 $T = \exp(H \cdot \tau)$, 为了对 T 进行精细计算, 可将其分解为

$$T = \exp(H \cdot \tau) = (\exp(H \cdot \tau/m))^m, \quad (9)$$

取 $\Delta t = \tau/m$ 相当于在每个积分步长内进一步划分为 m 个精细步长, 令 $m = 2^N$, 若 $N = 20$, 则 $m = 1\,048\,576$. 在 Δt 的区间对指数函数进行泰勒展开, 由于 $\Delta t = \tau/m$ 足够小, 保留幂级数的前 5 项应有足够精度, 于是

$$\exp(\mathbf{H} \cdot \Delta t) \approx \mathbf{I} + \mathbf{H} \cdot \Delta t + (\mathbf{H} \cdot \Delta t)^2/2 + (\mathbf{H} \cdot \Delta t)^3/3! + (\mathbf{H} \cdot \Delta t)^4/4! = \mathbf{I} + \mathbf{T}_a, \quad (10)$$

其中 $\mathbf{T}_a = \mathbf{H} \cdot \Delta t + (\mathbf{H} \cdot \Delta t)^2(\mathbf{I} + \mathbf{H} \cdot \Delta t/3 + (\mathbf{H} \cdot \Delta t)^2/12)/2$.

应该指出: 由于 \mathbf{T}_a 将很小, 它与单位阵 \mathbf{I} 相加时将成为其尾数, 在计算机的舍入操作中其精度将丧失殆尽. 因此, 应妥当计算和存储矩阵 \mathbf{T}_a , 具体实施如下^[9]:

由式(9)和式(10), 可将 \mathbf{T} 循环分解如下

$$\mathbf{T} = (\mathbf{I} + \mathbf{T}_a)^{2^N} = (\mathbf{I} + \mathbf{T}_a)^{2^{N-1}} \times (\mathbf{I} + \mathbf{T}_a)^{2^{N-1}} = \dots, \quad (11)$$

由于对任意矩阵 $\mathbf{T}_b, \mathbf{T}_c$, 有

$$(\mathbf{I} + \mathbf{T}_b) \times (\mathbf{I} + \mathbf{T}_c) = \mathbf{I} + \mathbf{T}_b + \mathbf{T}_c + \mathbf{T}_b\mathbf{T}_c, \quad (12)$$

因此式(11)的计算相当于做如下算法:

$$\text{当 (iter} = 0; \text{iter} < N; \text{iter}++), \mathbf{T}_a = 2 \times \mathbf{T}_a + \mathbf{T}_a \times \mathbf{T}_a, \quad (13)$$

当循环结束后, 再计算 $\mathbf{T} = \mathbf{I} + \mathbf{T}_a$.

对非齐次方程(5), 假设 $f(t)$ 在区间 (t_k, t_{k+1}) 内是线性的, 即

$$\mathbf{v} = \mathbf{H}\mathbf{v} + \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1(t - t_k), \quad t_k \leq t \leq t_{k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (14)$$

其中 $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1$ 为已知常向量, 则式(14)递推形式的解可表示为

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{T}[\mathbf{v}_k + \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{H}^{-1}\mathbf{r}_1)] - \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{H}^{-1}\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_1 \cdot \tau). \quad (15)$$

2.2 基于精细积分的瞬态热传导有限元正演模型

当 \mathbf{C}, \mathbf{K} 与时间无关, 且 \mathbf{P} 在区间 (t_k, t_{k+1}) $k = 0, 1, 2, \dots$ 内可以线性表示为 $\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_1(t - t_k)$ 时, 可得到式(4)递推形式的解为

$$\phi_{k+1} = \mathbf{T}[\phi_k + \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{H}^{-1}\mathbf{r}_1)] - \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{H}^{-1}\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_1 \cdot \tau), \quad (16)$$

其中 $\mathbf{H} = -\mathbf{C}^{-1}\mathbf{K}$, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{P}_0$, $\mathbf{r}_1 = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{P}_1$.

3 多宗量瞬态热传导反演分析

传热反问题的任务, 是通过某些已知信息, 确定未知的热传导系数, 热源项, 边界条件, 和边界形状等等. 未知量可能是式(4)中 \mathbf{K} 的热传导系数, 或是 h, Q, q 等.

将可能的待确定未知量统一记作

$$\mathbf{X}^T = \{(\mathbf{X}^1)^T, (\mathbf{X}^2)^T, (\mathbf{X}^3)^T, (\mathbf{X}^4)^T\}, \quad (17)$$

其中 $\mathbf{X}^1 = \mathbf{k}^u$, $\mathbf{X}^2 = \mathbf{h}^u$, $\mathbf{X}^3 = \mathbf{Q}^u$, $\mathbf{X}^4 = \mathbf{q}^u$. 此处以及下文, 上标 u 代表“未知”.

以下考虑 ϕ_k 对各参量的敏感度, 且假设 \mathbf{C}, \mathbf{K} 和 \mathbf{P} 均与时间无关, 则经过推导可将式(4)写为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^k \phi_k &+ \left[\sum_j \mathbf{k}_j^u \mathbf{K}_j^u + \mathbf{K}^k + \sum_j \mathbf{h}_j^u \mathbf{H}_j^u + \mathbf{H}^k \right] \phi = \\ &\sum_j \mathbf{Q}_j^u \mathbf{P}_j^u + \sum_j \mathbf{q}_j^u \mathbf{P}_j^u + \sum_j \mathbf{h}_j^u \mathbf{P}_j^u + \\ &\sum_j \mathbf{Q}_j^k \mathbf{P}_j^k + \sum_j \mathbf{q}_j^k \mathbf{P}_j^k + \sum_j \mathbf{h}_j^k \mathbf{P}_j^k, \end{aligned} \quad (18)$$

这里上标 k 代表“已知”.

假定 ϕ_k^* 代表 ϕ_k 的已知信息序列, \mathbf{L} 是一个转换矩阵, M 代表时域采样点的个数. \mathbf{X} 可通过极小化下列泛函来确定

$$\Pi(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M (\phi_k^* - \mathbf{L}\phi_k)^T (\phi_k^* - \mathbf{L}\phi_k), \quad (19)$$

极小化可借助于下列迭代过程实现^[11]

$$\begin{aligned} & \left(\sum \left[L \frac{\partial \phi_k}{\partial X} \right]^T \left[L \frac{\partial \phi_k}{\partial X} \right] \right) \Delta X = \\ & \sum \left[L \frac{\partial \phi_k}{\partial X} \right]^T (L\phi_k - \phi^*), \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\begin{cases} \left[L \frac{\partial \phi_k}{\partial X} \right]^T \left[L \frac{\partial \phi_k}{\partial X} \right] = \\ (g_{k1}, g_{k2}, g_{k3}, g_{k4})^T L^T L (g_{k1}, g_{k2}, g_{k3}, g_{k4}), \\ g_{ki} = \frac{\partial \phi_k}{\partial X^i}, \end{cases} \quad (21)$$

由式(18)和精细积分算法^[8,9], ϕ_k 对 X^i 的敏感度可以表示如下

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_k}{\partial k_j^u} = K^{-1} \left\{ K_j^u T^k \phi_0 - KC^{-1} K_j^u \cdot \tau \cdot k \cdot T^k \phi_0 + \right. \\ \left. C^{-1} K_j^u \cdot \tau \cdot k \cdot T^k P - K_j^u \phi_k \right\}, \\ \frac{\partial \phi_k}{\partial h_j^u} = K^{-1} \left\{ H_j^u T^k \phi_0 - KC^{-1} H_j^u \cdot \tau \cdot k \cdot T^k \phi_0 + \right. \\ \left. C^{-1} H_j^u \cdot \tau \cdot k \cdot T^k P - T^k P_{H_j^u} + P_{H_j^u} - H_j^u \phi_k \right\}, \\ \frac{\partial \phi_k}{\partial Q_j^u} = -K^{-1} T^k P_{Q_j^u} + K^{-1} P_{Q_j^u}, \\ \frac{\partial \phi_k}{\partial q_j^u} = -K^{-1} T^k P_{q_j^u} + K^{-1} P_{q_j^u}. \end{cases} \quad (22)$$

4 算 例

简明起见, 假设所有变量都是无量纲的, $\rho = 1, c = 1 \cdot$

算例 1 至算例 4 给出了对单一变量的识别结果, 杆长均为 $L \cdot$

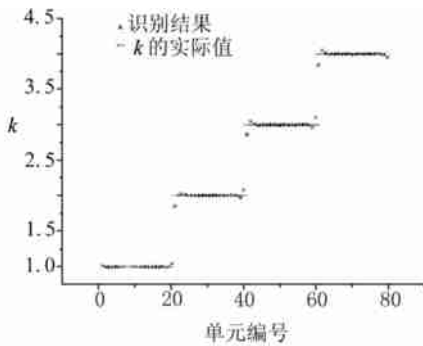


图 1 热物性参数 k 的识别

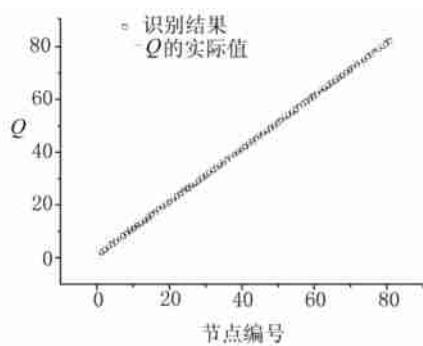


图 2 热源 Q 的识别

算例 1 热物性参数 k 的识别: 杆由 4 个含有不同 k 值的部分组成。边界条件为 $\partial \phi / \partial x = 0, x = 0; \partial \phi / \partial x = 0, x = L$; 初始条件为 $\phi_0 = 10x$, 其它的计算参数为 $L = 0.025, q = 0, h = 0, Q = 0$ 。采用 80 个二次有限单元, 每个单元都假设为含有不同的 k 值, 时域上设置 20 个采样点, 计算结果见图 1, 其中最大误差发生在含有不同 k 值的部分的交界处。

算例 2 热源项 Q 的识别: 沿杆长有线性分布的热源 $Q = 1 + x, L = 0.1$, 边界条件为 $\phi =$

0, $x = 0$; $\partial\phi/\partial x = 0, x = L$; 初始条件为 $\phi_0 = 10x$ 。以节点上热源值作为待识别的宗量, 将杆分为 40 个二次单元, 共 81 个节点, 反演结果列于图 2。

算例 3 边界条件—— q 的识别: 杆的各项计算参数为 $L = 0.1, k = 1, h = 0, Q = 0$ 。边界条件为 $\phi = 0, x = 0; \partial\phi/\partial x = q, x = 0.1$; 初始条件为 $\phi_0 = 10x$ 。假设 q 为未知量, 计算中采用 5 个二次单元, 反演结果见表 1。

实际值	识别结果	初始值	时间步长	采样点	误差 $e/(%)$
$q = 1$	0.999 999 616 839 886 6	0.001	1E-6	10	0.000 038
$q = 1$	1.000 037 965 323 287	100	1E-6	10	0.003 8

实际值	识别结果	初始值	时间步长	采样点	误差 $e/(%)$
$h = 1$	0.998 522 346 892 43	0.001	1E-6	20	0.147 8
$h = 1$	1.001 610 755 059 44	100	1E-6	20	0.161 1

算例 4 边界条件—— h 的识别: 计算参数为 $L = 0.1, k = 1, \phi_a = 1, Q = 0$ 。边界条件为 $\phi = 0, x = 0; \partial\phi/\partial x = h(\phi_a - \phi), x = 0.1$; 初始条件为 $\phi_0 = 10x$ 。假设 h 为未知量, 计算中采用 5 个二次单元, 结果见表 2。

算例 5 至算例 6 给出了多宗量联合反演的例子。

算例 5 宗量 k 和 h 的联合识别: 考虑图 3 所示的二维问题, 在边界 7_11_18_22_29 上 $\phi_a = 1, h$ 未知; 在其它边界有 $\partial\phi/\partial x = 0$ 或 $\partial\phi/\partial y = 0$, 单元 1、2、3 中的 k 未知, 结果见表 3。

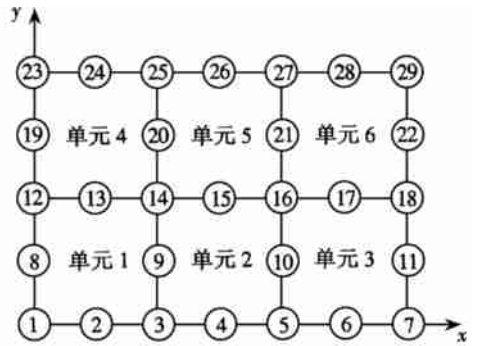


图 3 二维模型

实际值	识别结果	初始值	时间步长	采样点	迭代次数	误差 $e/(%)$
$k_{(1)} = 1$	1.000 011 130 741 091	0.01	1E-6	20	103	0.001 1
$k_{(2)} = 2$	1.999 965 028 093 216	0.01	1E-6	20	103	0.001 7
$k_{(3)} = 3$	3.000 273 367 655 649	0.01	1E-6	20	103	0.009 1
$h = 1$	0.999 988 917 722 942 6	0.01	1E-6	20	103	0.001 0
$k_{(1)} = 1$	1.000 011 291 452 631	1 000	1E-6	20	128	0.001 1
$k_{(2)} = 2$	1.999 964 523 118 068	1 000	1E-6	20	128	0.001 8
$k_{(3)} = 3$	3.000 277 315 242 751	1 000	1E-6	20	128	0.009 2
$h = 1$	0.999 988 757 687 195	0.01	1E-6	20	128	0.001 1

算例 6 宗量 k 和 Q 的联合识别: 考虑一个由 5 个等长区间组成的长度为 $L = 1.0$ 的杆, 每个区间的 k 均不相同。沿杆长有线性分布的热源 $Q = x$ 。边界条件为 $\phi = 0, x = 0; \partial\phi/\partial x = h(\phi_a - \phi), x = L, \phi_a = 1$; 初始条件为 $\phi_0 = 10x$, 区间 1、2、3 中的 k 值和区间 4、5 中的 Q 未知。计算中采用等长度, $h = 1$ 的 100 个二次单元, 假设每个区内的 20 个单元间都具有相同的 k 值, 反演结果见表 4。

表 4 k 和 Q 的联合识别结果

实际值	识别结果	初始值	时间步长	采样点	误差 e (%)
$k_{(1)} = 0.5$	0.501 435 125 064 622 3	1	1E- 6	10	0.287
$k_{(2)} = 0.6$	0.600 432 267 902 031 2	1	1E- 6	10	0.075
$k_{(3)} = 0.7$	0.700 263 538 270 119 3	1	1E- 6	10	0.038
$Q_{(4)} = 4$	4.075 536 539 681 542	1	1E- 6	10	1.888
$Q_{(5)} = 5$	4.994 889 122 785 344	1	1E- 6	10	0.102 2

算例 7 含噪数据对结果的影响:

实际测量中, 信息误差是不可避免的, 假设

$$\phi^* = \phi_e(1 + \lambda\alpha), \quad (23)$$

其中 ϕ^* 代表含噪的测量信息, ϕ_e 为不含噪声的准确信息, λ 为服从 $(0, 1)$ 正态分布的随机变量, 重新计算例 5, 并令 $h = 1 \cdot$ 对每一个给定的 α 值, 随机取 50 组 λ 值得到 50 组反演结果, 取其算术平均值作为最终的反演结果, 列于表 5。

表 5 噪声对结果的影响

实际值	识别结果	初始值	时间步长	α
1	0.927 682 793 830 261 1	0.1	1E- 6	0.01
2	1.741 529 142 137 577	0.1	1E- 6	0.01
3	2.687 817 270 394 474	0.1	1E- 6	0.01
1	0.963 913 300 021 494 9	0.1	1E- 6	0.005
2	1.869 349 576 437 752	0.1	1E- 6	0.005
3	2.841 465 690 268 463	0.1	1E- 6	0.005

数值算例表明:

- 1) 本文提出的方法可对瞬态传热反问题进行求解, 包括对热物性系数、边界条件和源项等宗量作单项及联合识别, 结果令人满意。
- 2) 初值的选择对反演识别结果和迭代次数均有一定的影响。
- 3) 信息误差对反演结果有较大的影响。

5 结 论

本文提出了一种基于精细积分技术的求解瞬态热传导多宗量反问题的新方法, 与以往工作相比, 其主要特点为:

- 1) 考虑了非均匀介质中多宗量的联合识别。
- 2) 建立了半解析形式的瞬态热传导问题的正演模型, 便于进行敏度分析。

本文的方法虽假定反演变量不随时间变化, 但通过线性化等手段, 可对与时间有关的反演变量进行处理, 有关工作已取得初步成果。经进一步完善发展, 本文提出的方法可以成为求解瞬态热传导多宗量识别问题的有效工具之一。

[参 考 文 献]

- [1] Huang C H, Yan J Y. An inverse problem in simultaneously measuring temperature dependent thermal conductivity and heat capacity[J]. Int J Heat and Mass Transfer, 1995, 38(18): 3433-3441.
- [2] Tervola P. A method to determine the thermal conductivity from measured temperature profile[J].

- Int J Heat and Mass Transfer, 1989, **32**(8): 1425—1430.
- [3] Huang C H, Chao B H. An inverse geometry problem in identifying irregular boundary configurations [J]. Int J Heat and Mass Transfer, 1997, **40**(9): 2045—2053.
- [4] Huang C H, Osizik M N. Inverse problem of determining unknown wall heat flux in laminar flow through a parallel plate duct[J]. Numerical Heat Transfer, Part A, 1992, **21**(1): 55—70.
- [5] Huang C H, Osizik M N. Optimal regularization method to determine the unknown strength of a surface heat source[J]. Int J of Heat and Fluid Flow, 1991, **12**(2): 173—178.
- [6] Refahi A K, Yvon J. Determination of heat sources and heat transfer coefficient for two dimensional heat flow numerical and experimental study[J]. Int J Heat and Mass Transfer, 2001, **44**(7): 1309—1322.
- [7] Tseng A A, Chen T C, Zhao F Z. Direct sensitivity coefficient method for solving two dimensional inverse heat conduction problems by finite element scheme[J]. Numerical Heat Transfer, Part B, 1995, **27**(3): 291—307.
- [8] Zhong W X, Williams F W. A precise time step integration method[J]. J Mech Eng Sci, Part C, 1994, **208**(6): 427—430.
- [9] 蔡志勤. 逐步积分及其部分演化[D]. 博士论文, 大连: 大连理工大学, 1998, 17—38.
- [10] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997, 421—728.
- [11] 王德人. 非线性方程组解法与最优化方法[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979, 236—261.

Precise Integral Algorithm Based Solution for Transient Inverse Heat Conduction Problems With Multi Variables

WANG Yi_bo¹, YANG Hai_tian^{2,3}, WU Rui_feng^{2,3}

(1. Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University,
Beijing 100084, P. R. China;

2. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology,
Dalian 116024, P. R. China;

3. State Key Lab of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Dalian University of Technology, Dalian 116024, P. R. China)

Abstract: By modeling direct transient heat conduction problems via finite element method (FEM) and precise integral algorithm, a new approach is presented to solve transient inverse heat conduction problems with multi_variables. Firstly, the spatial space and temporal domain are discretized by FEM and precise integral algorithm respectively. Then, the high accuracy semi_analytical solution of direct problem can be got. Finally, based on the solution, the computing model of inverse problem and expression of sensitivity analysis are established. Single variable and variables combined identifications including thermal parameters, boundary conditions and source_related terms etc. are given to validate the approach proposed in 1_D and 2_D cases. The effects of noise data and initial guess on the results are investigated. The numerical examples show the effectiveness of this approach.

Key words: heat conduction; inverse problem; multi_variables; precise integral algorithm; finite element