

文章编号: 1000_0887(2005) 05_0527_07

垂直裂缝井试井分析模型和方法*

郭大立¹, 曾晓慧², 赵金洲³, 刘慈群⁴

- (1. 西南石油学院 计算机科学学院, 成都 610500;
2. 西南石油学院 石油工程学院, 成都 610500;
3. 西南石油学院 研究生院, 成都 610500;
4. 中国科学院 渗流流体力学研究所, 河北廊坊 065007)

(我刊原编委刘慈群来稿)

摘要: 根据压裂井的流动机制, 综合考虑井筒储存、裂缝壁面污染和各种边界条件, 通过组合线性流模型与有效井径模型, 建立了垂直裂缝井试井分析的新模型, 提出了确定垂直裂缝井有效井径的方法, 给出了有效井径随裂缝长度、裂缝导流能力和裂缝表皮系数的变化关系。该模型形式简明, 曲线完整, 计算速度快, 可满足实时计算和快速响应的试井解释要求。以实测的压力或产量为拟合目标函数, 建立了识别地层和水力裂缝参数的最优化模型, 提出了综合应用逐步线性最小二乘法和约束变尺度法的垂直裂缝井试井分析自动拟合方法, 并通过算例说明了该方法的准确性和可靠性。应用情况表明, 该技术可科学合理地分析评估压裂施工质量, 指导并改进压裂设计, 提高压裂设计水平和施工效果。

关键词: 垂直裂缝; 试井; 渗流; 模型; 自动拟合方法

中图分类号: TE357.1 **文献标识码:** A

符号说明

| | |
|---|-----------------------------------|
| B —— 流体体积系数, 无因次; | N —— 选取的时间点总数, 无因次; |
| C —— 井筒储存常数, m^3/MPa ; | P —— 地层压力, MPa ; |
| C_{fi} —— 裂缝流体综合压缩系数, $1/MPa$; | P_f —— 裂缝压力, MPa ; |
| C_t —— 地层流体综合压缩系数, $1/MPa$; | P_i —— 原始地层压力, MPa ; |
| h —— 地层厚度, m ; | P_w —— 井底压力, MPa ; |
| K —— 地层渗透率, μm^2 ; | P_w^{cal} —— 计算的井底压力, MPa ; |
| K_f —— 裂缝渗透率, μm^2 ; | P_w^{obs} —— 实测的井底压力, MPa ; |
| $K_f W_f$ —— 裂缝导流能力, $\mu m^2 \cdot cm$; | P_{wf} —— 定压生产时井底压力, MPa ; |
| L_f —— 单翼裂缝长度, m ; | P_w^{2D} —— 二维平面模型的数值解, MPa ; |
| P_w^{Af} —— 有效井径模型的解, MPa ; | t_i —— 选取的时间点, s ; |
| Q —— 井产量, m^3/d ; | T —— 选取的起始时间点, s ; |
| Q^{cal} —— 计算的井产量, m^3/d ; | W_f —— 裂缝宽度, cm ; |
| Q^{obs} —— 实测的井产量, m^3/d ; | μ —— 流体粘度, $mPa \cdot s$; |

* 收稿日期: 2003_09_22; 修订日期: 2005_01_18

基金项目: 四川省“天然气开采重点实验室”开放基金资助项目(省室基金 016)

作者简介: 郭大立(1967—), 男, 四川人, 教授, 硕士(联系人, Tel: + 86_28_83033401; Fax: + 86_28_83032744; E_mail: guodali@sina.com)•

r_w ——有效井径, m;

ϕ ——地层孔隙度, 小数;

S_f ——裂缝表皮系数, 无因次;

ϕ_f ——裂缝(支撑剂)孔隙度, 小数。

引言

水力压裂是改造油气层的有效方法, 是油气水井增产增注的重要措施。水力压裂的效果在很大程度上取决于对地层情况的认识 and 了解, 而垂直裂缝井试井分析技术是认识和了解地层、分析和评估压裂施工质量的有效方法。

目前, 对垂直裂缝井试井分析的研究已有大量成果, 其模型主要包括: Cinco 等^[1,2] 提出的双线性流模型和二维平面模型、Lee 等^[3] 提出的三线性流模型、刘慈群等^[4] 提出的椭圆流模型。其中, 双线性流模型和三线性流模型虽然形式简明、计算速度快, 但只能反映压力动态的早期段, 而不能得到中晚期的拟径向流; 二维平面模型和椭圆流模型虽然曲线完整, 但计算速度慢, 不能满足实时计算和快速响应的试井解释要求。对垂直裂缝井试井分析解释方法, 由于传统的特征直线法和典型曲线拟合法拟合速度慢, 精度不高, 与人为因素, 因此自动拟合方法是油气藏开发和现场应用的迫切要求。尽管对试井解释自动拟合方法的研究已有一些成果^[5,6], 但还面临不少问题和困难, 亟待深入研究和发展。

1 垂直裂缝井试井分析模型的建立

1.1 线性流模型

研究带人工裂缝的油藏平面渗流系统, 压裂后形成以井轴对称的双翼垂直裂缝, 裂缝高度等于油层厚度, 则对于垂直裂缝井的前期段, 地层流体的流动是由两种线性流动同时进行而构成的一种流动状态, 即裂缝内的不可压缩流体的线性流动和地层内的轻微压缩流体向垂直裂缝渗流的线性流动。对于定产量生产的情形, 问题归结为下列渗流数学模型:

裂缝系统方程

$$\frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial x_D^2} + \frac{2}{(K_f W_f)_D} \frac{\partial P_D}{\partial y_D} \Big|_{y_D=0} = \frac{1}{u_{fD}} \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D}; \quad (1)$$

裂缝系统初始条件

$$P_{fD} |_{t_D=0} = 0; \quad (2)$$

裂缝系统边界条件

$$\frac{\partial P_{fD}}{\partial x_D} \Big|_{x_D=0} = - \frac{\pi}{(K_f W_f)_D} \left(1 - C_D \frac{\partial P_{wD}}{\partial t_D} \right), \quad \frac{\partial P_{fD}}{\partial x_D} \Big|_{x_D=1} = 0. \quad (3)$$

地层系统方程

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial y_D^2} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D}; \quad (4)$$

地层系统初始条件

$$P_D |_{t_D=0} = 0; \quad (5)$$

地层系统边界条件

$$P_D |_{y_D=0} = P_{fD} + \frac{2}{\pi} S_f \frac{\partial P_D}{\partial y_D} \Big|_{y_D=0}, \quad \lim_{y_D \rightarrow \infty} P_D = 0, \quad (6)$$

其中

无因次地层压力

$$P_D = 2\pi Kh(P_i - P)/(\mu QB), \quad (7)$$

无因次裂缝压力

$$P_{fD} = 2\pi Kh(P_i - P_f)/(\mu QB), \quad (8)$$

无因次井底压力

$$P_{wD} = 2\pi Kh(P_i - P_w)/(\mu QB), \quad (9)$$

无因次井筒储存常数

$$C_D = C/(2\pi\phi C_1 h L_f^2), \quad (10)$$

无因次时间

$$t_D = Kt/(\phi\mu C_1 L_f^2), \quad (11)$$

无因次导流能力

$$(K_f W_f)_D = K_f W_f/(KL_f), \quad (12)$$

无因次裂缝水力扩散系数

$$u_{fD} = K_f\phi C_f/(K\phi_f C_{ff}), \quad (13)$$

无因次裂缝方向坐标

$$x_D = x/L_f, \quad (14)$$

无因次垂直于裂缝方向坐标

$$y_D = y/L_f, \quad (15)$$

对上述裂缝系统和地层系统进行 Laplace 变换, 经推导和计算, 得到无因次井底压力的

Laplace 空间解为

$$\bar{P}_{wD} = \pi/(\alpha m (K_f W_f)_D \tanh(m) + \pi C_D z^2), \quad (16)$$

$$\text{其中 } P_m = \sqrt{\frac{2\sqrt{z}}{(K_f W_f)_D \left[1 + \frac{2}{\pi} S_f \sqrt{z}\right]} + \frac{z}{u_{fD}}}. \quad (17)$$

对于定压生产的情形, 可建立类似的裂缝系统和地层系统, 经推导和计算, 得到无因次产量的 Laplace 空间解为

$$\bar{Q}_D = m(K_f W_f)_D \tanh(m)/(\pi z), \quad (18)$$

其中无因次产量

$$Q_D = \mu QB/(\pi Kh(P_i - P_{wf})). \quad (19)$$

1.2 有效井径模型

在垂直裂缝井的后期段即拟径向流阶段, 压力由向井流动的径向流控制。对于拟径向流阶段, 考虑定产量生产的情形, 则对于无穷大油藏, 问题归结为下列渗流数学模型:

油藏方程

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D}, \quad (20)$$

初始条件

$$P_D|_{t_D=0} = 0; \quad (21)$$

边界条件

$$\frac{\partial P_D}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} = -1, \quad \lim_{r_D \rightarrow \infty} P_D = 0, \quad (22)$$

其中

无因次时间

$$t'_D = Kt / (\phi \mu C_t r_w'^2), \quad (23)$$

无因次径向坐标

$$r_D = r / r_w' \quad (24)$$

利用 Laplace 变换求解, 得到无因次井底压力的 Laplace 空间解为

$$\bar{P}_{wD} = K_0(\sqrt{z}) / (z^{3/2} K_1(\sqrt{z})), \quad (25)$$

其中, $K_0(\cdot)$ 和 $K_1(\cdot)$ 分别零阶和一阶的第二类变型 Bessel 函数。

当考虑定压生产的情形时, 对于无穷大油藏, 经类似的推导和计算, 得到无因次产量的 Laplace 空间解为

$$\bar{Q}_D = K_1(\sqrt{z}) / (\sqrt{z} K_0(\sqrt{z})), \quad (26)$$

类似地, 对于外边界封闭油藏或外边界定压油藏, 不难得到相应的结果。

1.3 线性流模型与有效井径模型的组合

组合线性流模型与有效井径模型的核心和关键就是如何确定有效井径。为此, 本文提出了一种确定有效井径的方法, 即在同一参数系统之下, 仅采用后期数据, 用有效井径模型的解去拟合二维平面模型的数值解^[7]。构造目标函数

$$J(r_w) = \sum_{t_i \geq T} (P_w^{2D}(t_i) - P_w^{Af}(t_i, r_w))^2 \quad (27)$$

这样, 问题归结为求下列最小值问题

$$\min J(r_w) \quad (28)$$

由于目标函数是单峰函数, 因此上述最小值问题不难用黄金分割法求解。

2 垂直裂缝井试井分析的自动拟合方法

当考虑井筒储存和裂缝壁面污染时, 垂直裂缝井试井解释时需识别的参数有 5 个, 为表达方便, 将它们写成下列向量的形式

$$\beta = (C, K_f W_f, L_f, S_f, K)^T \quad (29)$$

识别这些参数是以生产过程中实测的产量或井底压力为拟合目标, 通过调节参数, 使目标函数达到最小, 进而求出参数。取目标函数为最小二乘形式, 即以定产量生产情形时实测的压力数据为拟合目标, 得到下列目标函数

$$J(\beta) = \sum_{i=1}^N (P_w^{\text{cal}}(t_i, \beta) - P_w^{\text{obs}}(t_i))^2; \quad (30)$$

而以定压生产情形时的产量数据为拟合目标, 得到下列目标函数

$$J(\beta) = \sum_{i=1}^N (Q^{\text{cal}}(t_i, \beta) - Q^{\text{obs}}(t_i))^2 \quad (31)$$

对于上述非线性最小二乘问题, 一般都是采用无约束最优化方法进行求解。但实际应用和计算过程中, 采用无约束最优化方法往往导致计算过程中的参数值失去实际物理意义。为此, 需要将待求参数进行约束, 使之符合实际物理背景, 即预先给定两组参数的上下界 β_{\min} 和 β_{\max} , 使参数始终满足

$$\beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max} \quad (32)$$

2.1 逐步线性最小二乘法

将逐步线性最小二乘法应用于垂直裂缝井试井解释的第一步是对目标函数线性化, 即以目标函数(30)为例, 将 $P_w^{\text{cal}}(t_i, \beta)$ 在 β_0 处展开成 Taylor 级数, 并略去一阶以上高阶项得到

$$P_w^{\text{cal}}(t_i, \beta) = P_w^{\text{cal}}(t_i, \beta_0) + \sum_{j=1}^5 \frac{\partial P_w^{\text{cal}}(t_i, \beta_0)}{\partial \beta_j} (\beta_j - \beta_{j0}) \quad (33)$$

然后,将上式代入目标函数,从而非线性最优化问题就变成了下列线性最小二乘问题

$$\min f(\alpha), \quad (34)$$

其中

$$f(\alpha) = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^5 a_{ij} \alpha_j - b_i \right)^2, \quad (35)$$

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)^T, \quad (36)$$

$$\alpha_j = \beta_j - \beta_{j0}, \quad (37)$$

$$a_{ij} = \partial P_w^{\text{cal}}(t_i, \beta_0) / \partial \beta_j, \quad (38)$$

$$b_i = P_w^{\text{obs}}(t_i) - P_w^{\text{cal}}(t_i, \beta_0). \quad (39)$$

最后,利用解线性最小二乘问题的正交化分解法求解上述线性最小二乘问题得解 α^* . 如果 $\|\alpha^*\| \leq \varepsilon$, 则计算停止; 否则, 令 $\beta_j = \beta_{j0} + \alpha_j^*$, $\beta_j \Rightarrow \beta_{j0}$, 重新迭代.

2.2 约束变尺度法

将约束变尺度法^[7]应用于垂直裂缝井试井解释,其算法可描述为:

步1 预先给定识别所要求的精度 ε , 初始迭代值 β_0 , 初始正定阵 B_0 (可取为单位阵), 并令 $k = 0$;

步2 构造下列二次规划子问题, 求出 d_k 和 λ_k

$$\min \left\{ \nabla_{\beta} J(\beta_k)^T d_k + 0.5 (d_k)^T B_k d_k \right\}; \quad (40)$$

$$\text{s. t. } C(\beta_k) + \nabla_{\beta} C(\beta_k) \cdot d_k \geq 0 \quad (41)$$

步3 利用线搜索, 以 d_k 为搜索方向, 求出新的极小值点 $\beta_{k+1} = \beta_k + \alpha_k d_k$;

步4 修正 B_k , 得到 B_{k+1}

$$B_{k+1} = B_k + \bar{y}_k \bar{y}_k^T / (\bar{s}_k^T \bar{y}_k) - B_k s_k s_k^T B_k / (s_k^T B_k s_k), \quad (42)$$

式中 $\bar{y}_k = \nabla_{\beta} L(\beta_{k+1}, \lambda_k) - \nabla_{\beta} L(\beta_k, \lambda_k)$, $s_k = \beta_{k+1} - \beta_k$;

步5 如果满足精度, 即 $\|d_k\| \leq \varepsilon$, 则计算停止; 否则修正 B_k , 令 $k = k + 1$, 转步2, 重复迭代.

2.3 逐步线性最小二乘法与约束变尺度法的综合应用

通过编程实践表明, 逐步线性最小二乘法和约束变尺度法各有优缺点. 本文将逐步线性最小二乘法和约束变尺度法综合起来应用, 即先由逐步线性最小二乘法提供较为理想的初值, 再用约束变尺度法快速准确地寻优. 同时, 针对所有优化方法都容易将局部极值误认为全局最优的通病, 引入两个完全独立的寻优搜索, 如果它们都收敛于同一结果, 才将该结果作为最终结果.

3 结果与分析

有效井径的识别结果见图1. 试井解释时基于实时计算和快速响应的试井解释要求, 可将图1的结果直接输入计算机, 采用插值法加以确定. 利用前述试井分析模型可快速、准确地作出垂直裂缝井的压力或流量变化曲线, 在普通微机上计算一条完整曲线只需0.1 s, 比二维平面模型和椭圆流模型的计算速度快300倍以上.

应用上述模型及自动拟合方法进行了大量理论验证. 具体做法是构造典型的地层和水力裂缝参数, 通过垂直裂缝井试井分析模型求解得到压力或产量数据, 并作为理论的测试数据,

反求地层和水力裂缝参数,以此验证方法的准确性和可靠性。例如参数真值分别选取井筒储存常数 $C = 0.1 \text{ (m}^3/\text{MPa)}$ 、 $C = 1 \text{ (m}^3/\text{MPa)}$ 、 $C = 2 \text{ (m}^3/\text{MPa)}$ 、裂缝导流能力 $K_f W_f = 10 \mu\text{m}^2 \cdot \text{cm}$ 、 $K_f W_f = 20 \mu\text{m}^2 \cdot \text{cm}$ 、 $K_f W_f = 30 \mu\text{m}^2 \cdot \text{cm}$ 、裂缝长度 $L_f = 50 \text{ m}$ 、 $L_f = 100 \text{ m}$ 、 $L_f = 200 \text{ m}$ 、裂缝表皮系数 $S_f = 0.1$ 、 $S_f = 0.5$ 、 $S_f = 1$ 、地层渗透率 $K = 0.001 \mu\text{m}^2$ 、 $K = 0.005 \mu\text{m}^2$ 、 $K = 0.01 \mu\text{m}^2$ 、组合起来是 3^5 即 243 组数据,以此作为参数的真值,通过垂直裂缝井试井分析模型求解得到压力数据并作为测试数据,然后随机选取初值反求参数真值。参数的拟合结果表明,有 4 组的计算结果较差,究其原因是收敛于局部极小的缘故;除此之外,其余 239 组的拟合结果均十分理想,其中绝大多数的拟合误差在 1% 以内,从而说明该方法较为圆满地解决了垂直裂缝井试井分析的唯一性、可靠性和计算速度问题。

为满足油气藏工程分析和压裂改造的需要,研制了垂直裂缝井试井分析软件,与压裂后压力降落分析技术^[8]、裂缝延伸模拟技术^[9]、施工监测与解释技术等综合,研制了压裂分析评估软件系统,为认识和了解地层、分析和评估压裂施工质量提供了准确可靠的、综合系统的方法和依据。该软件系统已在部分油田应用,取得了很好的应用效果和显著经济效益。

4 结 论

1) 根据压裂井的流动机制,综合考虑井筒储存、裂缝壁面污染和各种边界条件,通过组合线性流模型与有效井径模型,即用线性流模型刻画压力或流量动态的前期段,用有效井径模型表达压力或流量动态的后期段,建立了垂直裂缝井试井分析的新模型。该模型形式简明,曲线完整,计算速度快,可满足实时计算和快速响应的试井解释要求,适用于垂直裂缝井的压力降落测试分析、压力恢复测试分析和产量测试分析。

2) 提出了确定垂直裂缝井有效井径的方法,给出了有效井径随裂缝长度、裂缝导流能力和裂缝表皮系数的变化关系,为油气藏工程分析和水力压裂工艺技术优选及施工设计提供了重要依据。

3) 以实测的压力或产量为拟合目标函数,建立了识别地层和水力裂缝参数的最优化模型,将逐步线性最小二乘法和约束变尺度法应用于垂直裂缝井试井分析,并加以综合,提出了垂直裂缝井试井分析自动拟合的新方法。

4) 实际应用情况表明,垂直裂缝井试井分析技术可科学合理地分析评估压裂施工质量,指导并改进压裂设计,提高压裂设计水平和施工效果。

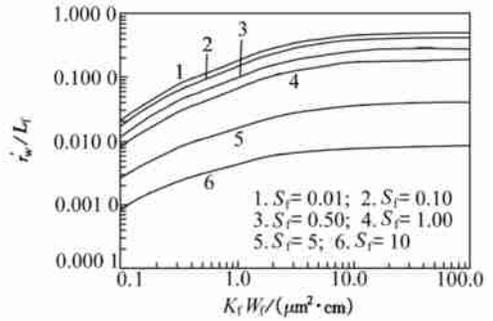


图 1 有效井径的识别结果

[参 考 文 献]

- [1] Cinco H, Samaniego F, Dominguez N. Transient pressure behavior for a well with a finite conductivity vertical fracture[J]. Society of Petroleum Engineers Journal, 1978, 18(8): 253—264.
- [2] Cinco H, Samaniego F. Transient pressure analysis for fractured wells[J]. Journal of Petroleum Technology, 1981, 33(9): 1749—1766.
- [3] LEE Sheng tai, Brockenbrough J R. A new approximate analytic solution for finite conductivity vertical fractures[J]. Society of Petroleum Engineers Formation Evaluation, 1986, 18(2): 75—88.

- [4] 刘慈群. 在双重孔隙介质中有限导流垂直裂缝井的非牛顿流体试井分析方法[J]. 石油学报, 1990, 11(4): 61—67.
- [5] Barua J, Horne R N, Greenstadt J L, et al. Improved estimation algorithms for automated type curve analysis of well test[J]. Society of Petroleum Engineers Formation Evaluation, 1988, 20(3): 355—362.
- [6] 段永刚, 陈伟, 黄诚, 等. 有限导流垂直压裂井混合遗传自动试井分析[J]. 西南石油学院学报, 2000, 22(4): 41—43.
- [7] 郭大立, 刘慈群, 赵金洲. 垂直裂缝气井生产动态预测及参数识别[J]. 应用数学和力学, 2002, 23(6): 563—568.
- [8] 郭大立, 赵金洲, 郭建春, 等. 压后压降分析的拟三维模型和数学拟合方法[J]. 天然气工业, 2001, 21(5): 49—52.
- [9] 郭大立, 纪禄军, 赵金洲, 等. 煤层压裂裂缝三维延伸模拟及产量预测研究[J]. 应用数学和力学, 2001, 22(4): 337—344.

Model and Method of Well Test Analysis for Wells With Vertical Fracture

GUO Da_li¹, ZENG Xiao_hui², ZHAO Jin_zhou³, LIU Ci_qun⁴

(1. Department of Computer Science, Southwest Petroleum Institute, Chengdu 610500, P. R. China;

2. Department of Petroleum Engineering, Southwest Petroleum Institute, Chengdu 610500, P. R. China;

3. Department of Postgraduate, Southwest Petroleum Institute, Chengdu 610500, P. R. China;

4. Institute of Porous Flow and Fluid Mechanics, Chinese Academy of Science, Langfang, Hebei 065007, P. R. China)

Abstract: Based on the flow mechanism of hydraulic fractured wells, through integrating linear flow model and effective well radius model, a new model of well test analysis for wells with vertical fracture was established. In the model, wellbore storage, the damage in the wall of fracture and all kinds of boundary conditions are considered. The model is concise in form, has intact curves and computes fast, which may meet the demand of real-time computation and fast responded well test interpretation. A new method to determine effective well radius was presented, and the correlation between effective well radius and the fracture length, fracture conductivity, skin factor of fracture was given. Matching flow rate or pressure tested, the optimization model that identified formation and fracture parameters was set up. The automatic matching method was presented by synthetically using step by step linear least square method and sequential quadratic programming. At last, the application was also discussed. Application shows that all of these results can analyze and evaluate the fracturing treatment quality scientifically and rationally, instruct and modify the design of fracturing and improve fracturing design level.

Key words: vertical fracture; well test; fluid flow through porous medium; model; automatic matching method