

文章编号: 1000-0887(2004) 04\_0368\_11

# 含分层损伤复合材料加筋层合板的 分层扩展研究\*

白瑞祥, 陈浩然

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

(我刊原编委唐立民推荐)

**摘要:** 建立了复合材料加筋结构的后屈曲和分层损伤扩展行为的数值模拟方法。基于 Mindlin 一阶剪切理论和 von\_Kármán 大挠度理论的层合板和层合梁单元, 提出了含分层损伤复合材料加筋层合板分层扩展行为的有限元分析方法; 利用虚裂纹闭合技术计算分层前缘的总能量释放率, 并采用总能量释放率准则分层扩展判据, 结合自适应网格移动技术, 对在压缩载荷作用下的具有不同加筋形式, 不同初始分层面积和形状有加筋板结构分层扩展行为进行了数值模拟研究, 在分析中还考虑了加筋刚度、位置和分布, 分层形状和大小、边界支撑强弱和分层前缘的接触效应对结构分层扩展行为的影响。本文所提出的研究方法对工程界关于复合材料结构的设计具有重要意义。

**关键词:** 有限元法; 后屈曲; 能量释放率; 分层损伤扩展; 复合材料加筋板

**中图分类号:** TB332; O346. 5      **文献标识码:** A

## 引 言

随着复合材料在工程结构中的广泛应用, 复合材料层合结构的内部损伤问题已成为工程界和材料学界的研究热点。为确保复合材料结构的安全可靠, 提高其在工程结构的关键部件上的使用率, 就必须对复合材料的损伤扩展和破坏机理作较为详尽的理论和实验研究。复合材料层合结构在制造和使用维护过程中可能造成多种损伤, 其中最常见的就是层间分层损伤。在压缩或剪切载荷作用下, 这种损伤将迅速扩展, 从而导致在服役期间内结构承载能力的弱化。为此, 含损复合材料层合结构的分层损伤扩展行为问题的研究, 一直倍受工程界和力学界的关注。目前, 诸多学者已对具有穿透、内嵌圆形或椭圆形分层损伤的层合板进行了较为深入的理论和实验研究<sup>[1~8]</sup>。理论研究的数值分析方法大致又可分为 Rayleigh\_Ritz 法和有限元法, 其中前者主要用于研究几何规则的层合板前后屈曲行为和预测扩展起始点和方向; 而后者可用于分析复杂层合板结构的分层损伤扩展行为。与基于三维层合板理论的有限元模型<sup>[9, 10]</sup>相比, 尽管二维模型<sup>[11]</sup>难以正确确定分层前缘的三维应力状态, 因而不能计算出分层前缘的能量释放率的全部分量, 但是采用二维模型能正确确定分层前缘的总能量释放率分布。由数值试验

\* 收稿日期: 2002\_07\_23; 修订日期: 2003\_10\_30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59975014)

作者简介: 白瑞祥(1972—), 男, 辽宁人, 讲师, 博士(联系人, Tel: + 86\_411\_4706085; Fax: + 86\_411\_4708400; E\_mail: bairx@dlut.edu.cn);

陈浩然(1940—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师。

表明,对于以总能量释放率作为分层扩展判据的二维模型,其计算结果与实验结果也符合得很好,同时二维模型又可大大简化计算过程,故受到很多学者的青睐。

采用加筋方式是提高复合材料层合板稳定性的最有效的方法之一。由研究结果表明<sup>[12~15]</sup>,含分层损伤加筋层合板的屈曲和后屈曲性态十分复杂,而对其分层扩展和破坏过程的数值研究尤显困难,目前关于此方面的研究报道还鲜而未见。

基于一阶剪切和 von\_Kûmûn 大挠度板理论,作者<sup>[12,13,16~19]</sup>已建立了有效的可用于研究在压缩载荷作用下含分层损伤层合板和夹心板屈曲、后屈曲行为的有限元数值分析方法。由试验观察可知,接触区通常在分层前缘出现,分层扩展则在屈曲和后屈曲过程中出现。因而本文旨在建立数值分析模型和模拟多种压缩载荷作用下失效模式(如初始屈曲、后屈曲、分层扩展等)的方法。本文建立了描述层合板破坏特征的分层模型和 Griffith 型裂纹扩展准则,结合虚拟裂纹闭合及自适应网格的生成和移动技术分析分层损伤的扩展过程,在分析过程中还考虑了分层前缘的接触效应,通过引入界面单元<sup>[20]</sup>成功地克服了分层前缘上、下子板间的相互嵌入现象;此外,本文所采用的整体、局部的非线性分析技术和改进的非线性数值迭代求解技术可大大地提高计算的效率。本文研究了在大变形下含圆形或椭圆形分层损伤加筋板加筋刚度、位置和分布,分层形状和大小,边界支撑强弱对分层前缘的能量释放率分布规律和分层扩展过程的影响,所得结论对复合材料结构破坏机理的研究具有重要的工程意义和理论价值。

## 1 有限元列式

复合材料加筋板结构是由层合板和加强筋两种构件共同组成的,如图 1 所示。基于一阶剪切变形理论和 von\_Kûmûn 非线性几何关系,本文分别推导了层合板和层合梁非线性单元列式,下面简单地介绍其推导过程。

### 1.1 几何关系

根据 Mindlin 假定,层合板和层合梁内的任意一点的位移可用中面广义位移表示为以下形式:

层合板

$$\begin{cases} u = u_0(x, y) + z \theta_y(x, y), \\ v = v_0(x, y) - z \theta_x(x, y), \\ w = w_0(x, y); \end{cases} \quad (1)$$

层合梁

$$\begin{cases} u = u_c(x) + z \theta_y(x), \\ v = -z \theta_x(x), \\ w = w_c(x), \end{cases} \quad (2)$$

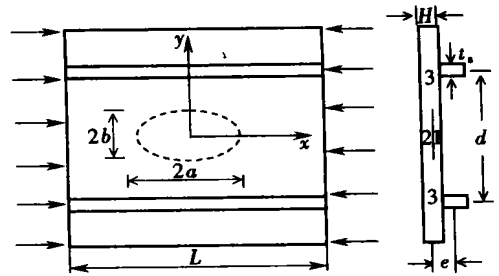


图 1 加筋板示意图

式中  $u_0$ 、 $v_0$  和  $w_0$  为层合板沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的中面位移,

$u_c$  和  $w_c$  为层合梁沿  $x$  和  $z$  方向的中面位移;  $\theta_x$  和  $\theta_y$  分别为中面法线变形后绕  $x$  和  $y$  轴的转角。这里的  $u_0$ 、 $v_0$ 、 $w_0$  和  $u_c$ 、 $w_c$  均以沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴正向为正,  $\theta_x$  和  $\theta_y$  则以右手螺旋法则定出的矢量,坐标轴正向为正。

根据 von\_Kûmûn 大挠度理论,可得 von\_Kûmûn 应变与中面变形关系

$$\overset{\circ}{a}^T = \overset{\circ}{a}_l^T + \overset{\circ}{a}_n^T, \quad (3)$$

其中  $\overset{\circ}{a}_l^T$  为小变形理论中的线性应变;  $\overset{\circ}{a}_n^T$  为 von\_Kûmûn 大挠度引起的非线性应变。

对于层合板

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_l^T &= \left\{ u_{,x}^0 \quad v_{,y}^0 \quad u_{,y}^0 + v_{,x}^0 \quad z \theta_{y,x} \quad -z \theta_{x,y} \quad -z \theta_{x,x} + z \theta_{y,y} \quad w_{,y} - \theta_x \quad w_{,x} + \theta_y \right\}^T, \\ \mathbf{a}_n^T &= \left\{ w_{,x}^2/2 \quad w_{,y}^2/2 \quad w_{,x}w_{,y} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T. \end{aligned}$$

对于层合梁

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_l^T &= \left\{ \varepsilon_x \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \right\}^T = \left\{ u_{c,x} + z \theta_{y,x} \quad -z \theta_{x,x} \quad w_{c,x} + \theta_y \right\}^T, \\ \mathbf{a}_n^T &= \left\{ w_{c,x}^2/2 \quad 0 \quad 0 \right\}^T. \end{aligned}$$

根据虚功原理,层合板和层合梁的切线刚度阵统一表示为以下形式

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_L + \mathbf{K}_\sigma, \tag{4}$$

$\mathbf{K}_0$ ,  $\mathbf{K}_L$  和  $\mathbf{K}_\sigma$  分别为线性增量刚度阵,大变形增量刚度阵和初应力增量刚度阵,式中

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 &= \int_v \mathbf{B}_{L0}^T \mathbf{D} \mathbf{B}_{L0} |J| d\xi d\eta, \\ \mathbf{K}_L &= \int_v (\mathbf{B}_{L1}^T \mathbf{D} \mathbf{B}_{L0} + \mathbf{B}_{L0}^T \mathbf{D} \mathbf{B}_{L1} + \mathbf{B}_{L1}^T \mathbf{D} \mathbf{B}_{L1}) |J| d\xi d\eta, \\ \mathbf{K}_\sigma &= \int_v \mathbf{G}^T \mathbf{M} \mathbf{G} |J| d\xi d\eta, \end{aligned}$$

而  $\mathbf{B}_{L0}$  和  $\mathbf{B}_{L1}$  分别为线性和非线性几何阵;  $\mathbf{D}$  为弹性阵.

### 1.2 层合板和层合梁的连接

通常加强筋布置在板的上表面或下表面,如图 2 所示.基于板和梁连接处的位移协调条件,相对于各自中面的板和梁节点位移向量关系可以表示为

$$\mathbf{\ddot{a}}^v = \mathbf{T} \mathbf{\ddot{a}}'^e, \tag{5}$$

其中

$$\mathbf{\ddot{e}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & e \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \ddot{e} & & \\ & \ddot{e} & \\ & & \ddot{e} \end{bmatrix},$$

其中  $e$  是梁中面到板中面的距离.

梁单元的刚度阵  $\mathbf{K}'$  和等效节点力  $\mathbf{P}'$  也有类似的变换

$$\mathbf{K}' = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T}, \tag{6}$$

$$\mathbf{P}' = \mathbf{T}^T \mathbf{P}. \tag{7}$$

将常规梁单元的刚度矩阵和节点载荷向量分别通过方程(6)和(7)进行转换后,再与相应的板单元组合,即形成加筋板的单元刚度矩阵和等效节点载荷向量.

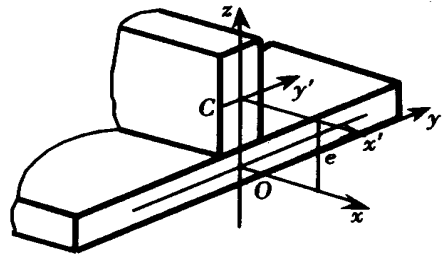


图2 板和梁的节点关系

### 1.3 层合板的分层模型

设在加筋层合板的中心含有一圆形或椭圆形分层,则结构可分为上子板、下子板和基板 3 部分,如图 1 所示.这里分别用下标 1, 2, 3 表示.由分层前缘各子部分位移协调条件可得

$$\begin{cases} w = w_1 = w_2 = w_3, \\ \theta_x = \theta_{x1} = \theta_{x2} = \theta_{x3}, \quad \theta_y = \theta_{y1} = \theta_{y2} = \theta_{y3}, \\ u_1 = u_3 + \theta_y(H - h_u)/2, \quad u_2 = u_3 - \theta_y h_u/2, \\ v_1 = v_3 - \theta_x(H - h_u)/2, \quad v_2 = u_3 + \theta_x h_u/2, \end{cases} \tag{8}$$

式中  $H$  和  $h_u$  分别为基板和上子板的厚度.

## 2 初始扩展的确定及分层扩展的计算方法

### 2.1 能量释放率准则和虚裂纹闭合技术<sup>[21]</sup>

由断裂力学理论可知,可采用能量释放率作为分层扩展准则。由于采用一阶剪切板理论不能计算能量释放率的各型分量,但可用以计算总能量释放率且具有足够的精度,故本文以总能量释放率准则作为分层扩展判断,这样不仅可避免计算层间应力的困难,而且也大大简化了分析过程。根据总能量释放率准则,当  $G \geq G_c$  时,裂纹发生扩展,其中  $G_c$  为极限总能量释放率。

图3给出了采用虚裂纹闭合技术来计算分层前缘能量释放率的示意图。假设虚裂纹闭合长度  $\Delta a$  非常小,则可认为开裂后  $i_1'$ 、 $i_2'$  两点闭合后的内力与开裂前缘  $i_1$ 、 $i_2$  两点间的内力相同。经推导,分层前缘  $i_1$  点处的虚裂纹闭合能量表达式为

$$2U = N_x \Delta u + N_y \Delta v + N_z \Delta w + M_x \Delta \theta_x + M_y \Delta \theta_y, \quad (9)$$

式中  $\Delta u$ 、 $\Delta v$ 、 $\Delta w$ 、 $\Delta \theta_x$ 、 $\Delta \theta_y$  为  $i_1'$ 、 $i_2'$  两点间的线位移和转角之差;  $N_x$ 、 $N_y$ 、 $N_z$  是  $i_1$ 、 $i_2$  两点间的内力;  $M_x$ 、 $M_y$  为  $i_1$  点处上面板的内力矩,则  $i_1$  点处的能量释放率可写为

$$G = U/A, \quad (10)$$

其中  $A = \frac{1}{2} \overline{j_1 k_1} \times \overline{i_1 i_1}$ 。

### 2.2 分层扩展的计算方法

在后屈曲的分析过程中,载荷是以增量形式不断施加的,在加载过程中,当分层前缘节点满足分层扩展准则时,分层发生扩展,则网格必须移动,相应地,刚度阵也要进行修正。网格移动后,线性刚度阵可根据当前网格来形成,而非线性刚度阵将根据当前位移场和应力场来确定。由于节点位置发生变化,新位置上的节点位移、转角、内力与内力矩可按照网格移动前的结果以内插方式得到。若每一次网格移动量很小,新节点的位置变化亦不大,故移动后的节点位移、转角、内力与内力矩可近似以移动前的节点结果来代替;同时又假设分层前缘节点是沿着当前分层前缘法线方向移动,结构的网格拓扑结构保持不变,这样就可大大地提高分析和计算的效率。当  $G \geq G_c$  分层发生扩展时,分层扩展长度  $\Delta r$  可由下式计算

$$\Delta r_i = (k + 1)(G_i - G_c) \Delta a_i, \quad (11)$$

式中  $\Delta r_i$  是分层前缘节点  $i$  处的分层扩展长度;  $G_i$  是分层前缘节点  $i$  处的总能量释放率;  $k \geq 0$  为比例因子;  $\Delta a_i$  为分层前缘节点  $i$  处计算能量释放率时虚裂纹扩展长度。

在分层扩展分析过程中,在相同的端部位移下,若分层扩展后的载荷低于扩展前的载荷时,此时可定义为分层将出现不稳定扩展状态,当分层出现不稳定扩展或分层扩展到筋条位置时,则计算将终止。

## 3 平衡方程及其求解

由虚功原理,可得加筋板结构非线性单元离散型有限元平衡方程

$$(\mathbf{K}_T + \mathbf{K}'_T) \Delta \mathbf{q} = \Delta \mathbf{P} - \mathbf{R}_s - \mathbf{R}'_s, \quad (12)$$

式中  $\mathbf{K}_T$  和  $\mathbf{K}'_T$  分别为板和梁的结构切线刚度矩阵,  $\Delta \mathbf{q}$  和  $\Delta \mathbf{P}$  分别为增量位移向量和增量外载荷向量,  $\mathbf{R}_s$  和  $\mathbf{R}'_s$  分别为板和梁的结构反力向量。

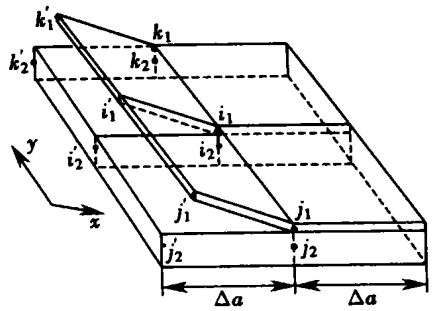


图3 计算能量释放率示意图

本文使用 Newton\_Raphson 迭代格式求解非线性平衡方程(12), 为了使结构进入后屈曲状态, 在初始加载时, 在分层中心施加一对很小的虚拟横向扰动载荷, 当上子板出现屈曲后, 应立即将此扰动载荷去掉。为防止在计算过程中分层区上、下子板出现不合理的嵌入现象, 引入 GAP 元<sup>[20]</sup>以考虑分层区的接触效应。

## 4 数值结果与讨论

设在  $x$  轴方向受压缩载荷加筋层合板, 其边长  $L = 200$  mm, 该板中央含有一个圆形或椭圆形分层损伤区, 边界支撑可分别为四边固支或简支, 而在受载边界上沿  $x$  方向线位移为自由, 其中筋高  $h = 8$  mm, 筋宽  $t_s = 4$  mm, 水平加筋位置为  $d = 100$  mm, 如图 1 所示。层合板为正交铺设  $[0/90/90/0]_{4S}$ , 而层合加筋梁全部采用  $0_64$  铺设。层合板和梁的材料单层厚度为 0.125 mm, 其材料参数分别为:  $E_1 = 134.0$  GPa,  $E_2 = 10.2$  GPa,  $G_{12} = G_{13} = 5.52$  GPa,  $G_{23} = 3.43$  GPa,  $\mu_{12} = \mu_{13} = 0.3$ 。分层扩展长度按(11)式计算, 各参数取为:  $K = 0.08$ ,  $G_c = 200$  J/mm<sup>2</sup>,  $\Delta a = 0.1$  mm。

### 4.1 不同加筋方式和边界条件下的含损加筋层合板的分层扩展的特征应变及其扩展过程

#### 1) 不同加筋方式和边界条件对分层扩展特征应变的影响

表 1 中列出了在固支和简支边界条件下, 具有不同加筋方式和分层半径  $r$  为 30 mm 的加筋层合板, 当其分层出现起始扩展和不稳定扩展时的端部压缩应变值和最终状态的后屈曲模式。为了便于比较, 表中还列出了无加筋时的计算结果。

由表 1 结果可以看出, 对于具有相同边界条件的加筋板, 其分层起始扩展和不稳定扩展时的压缩应变值都比无加筋板的值高, 这说明加筋可以有效地阻止分层继续扩展。由于受沿  $x$  轴方向压缩载荷下的具有圆形分层无加筋板, 其分层前缘首先是从  $x = 0$  附近区域启裂, 然后沿  $y$  轴方向继续扩展的, 为此, 在  $y$  轴方向布置加强筋, 就可有效地提高其分层起始扩展和不稳定扩展时的压缩应变值。若进一步比较在表 1 中所列出的几种不同加筋方式的结果, 还可发现: 当筋布置在  $x$  轴上时, 其分层起始扩展压缩应变值为最低; 而水平筋布置在分层区外部, 就可以有效地提高板的初始扩展和不稳定扩展压缩应变值, 且均高于在分层区外布置的垂直加筋板结构。

表 1 不同加筋形式和边界条件下起始扩展与不稳定扩展时端部压缩应变

加筋方式	边界条件	起始扩展时压缩应变 $\varepsilon_1 / (\%)$	不稳定扩展时压缩应变 $\varepsilon_U / (\%)$	$(\varepsilon_U - \varepsilon_1) / (\%)$	最终状态后屈曲变形模式
无加筋	四边简支	0.075 8	0.116 0	0.040 2	混合(a)
	四边固支	0.100 1	0.110 9	0.010 8	局部(b)
水平加筋	四边简支	0.211 8	0.328 0	0.116 2	混合(c)
	四边固支	0.104 9	0.128 2	0.023 3	局部(d)
垂直加筋	四边简支	0.101 4	0.117 1	0.015 7	局部(e)
	四边固支	0.103 6	0.124 6	0.021 0	局部(f)
筋在 $x$ 轴上	四边简支	0.076 0	0.141 7	0.065 7	局部(h)
	四边固支	0.139 9	0.145 3	0.005 4	局部(h)
筋在 $y$ 轴上	四边简支	0.167 5	0.183 9	0.016 4	局部(g)
	四边固支	0.176 2	0.208 4	0.032 2	局部(g)

图 4 给出了上述结构在分层扩展计算终止时的后屈曲模式图。由图可知, 对于不同的加筋方式和边界支撑条件下的加筋板结构, 将会出现不同的后屈曲变形模式, 而且其屈曲和后屈曲模式还与其分层扩展特征相关。例如, 当筋布置在  $x$  轴或  $y$  轴上时, 对于在四边简支和固支下的加筋板, 其屈曲与后屈曲模式彼此类似, 但是前者分层起始扩展和不稳定扩展压缩应变比

后者低;然而,当在分层区外部布置水平筋时,不同边界条件的加筋板结构将出现完全不同的后屈曲模式。若进一步比较图 4(c) 和 4(d) 还可发现,对于此类加筋形式的层合板在后屈曲时,若其分层区上、下子板出现同向弯曲,则分层不易扩展;而当上、下子板分别出现反向弯曲时,则分层容易扩展,并且将迅速地进入不稳定扩展阶段。

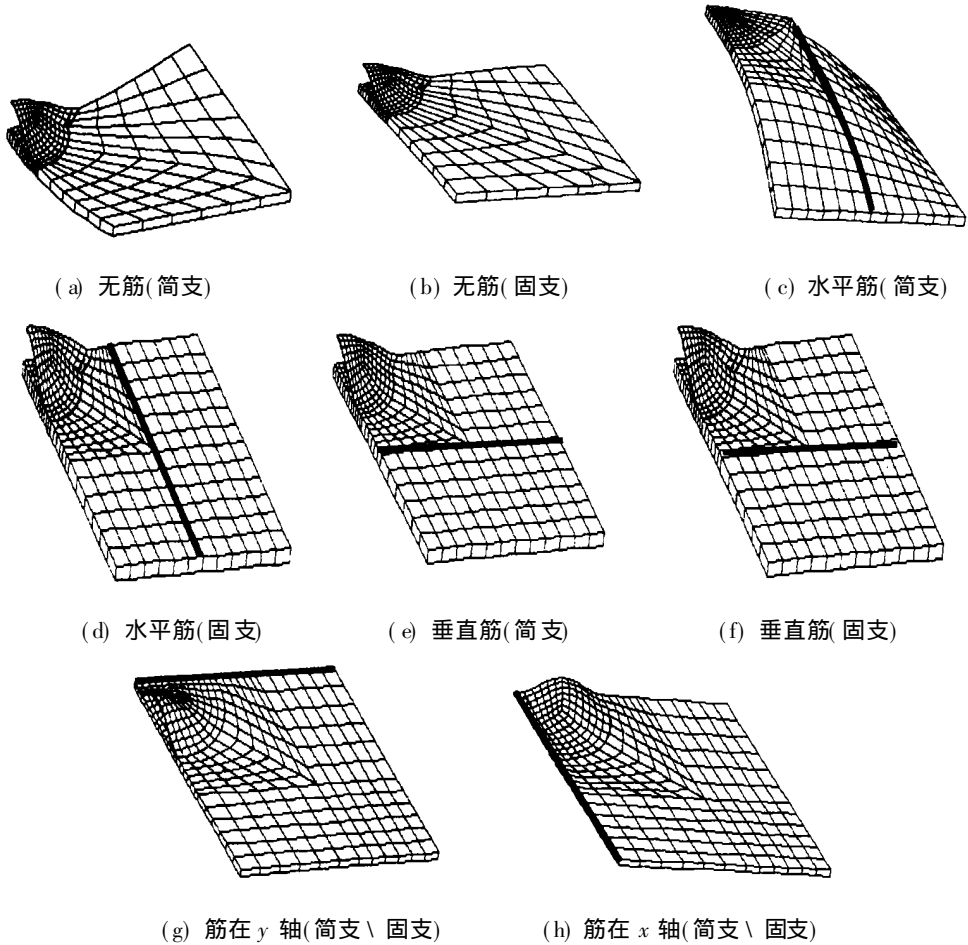


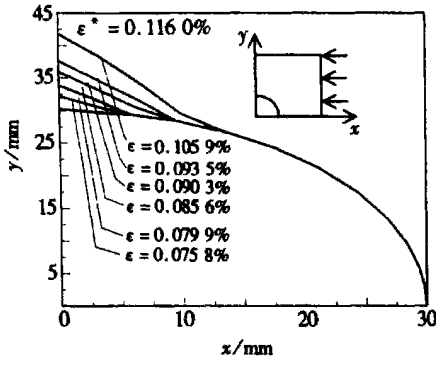
图 4 不同加筋形式和边界条件下加筋板的屈曲模式图

## 2) 不同加筋方式和边界条件对分层扩展过程的影响

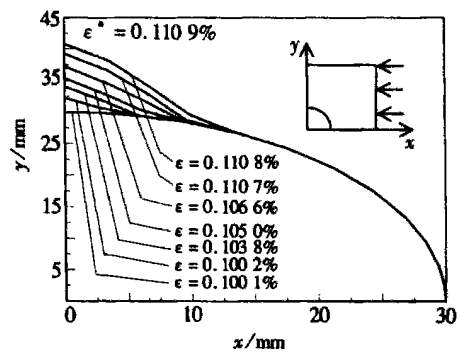
图 5 给出了在不同端部压缩应变作用下,具有不同加筋方式和边界条件下加筋板的分层前缘位置的移动过程。其中  $\varepsilon^*$  为不稳定扩展时的端部压缩应变值。由图可知,对于中心圆形分层加筋板,当其水平筋或垂直筋位于分层区外部时,其分层初始扩展位置和方向都与相应的无加筋板相同;而当筋位于  $x$  轴上时,启裂(起始扩展)将首先出现在与  $x$  轴成一定角度的分层圆弧上,且随端部压缩应变的增大其分层扩展迅速进入不稳定阶段;当筋位于  $y$  轴上时,则启裂位置首先出现在  $x$  轴附近的分层圆弧边,随端部压缩应变的增大其分层将沿  $x$  轴方向扩展,在该板达到不稳定扩展之前,其分层扩展面积将比其他加筋方式的加筋板大得多。

## 4.2 不同分层面积和分层形状下加筋板的分层扩展特征

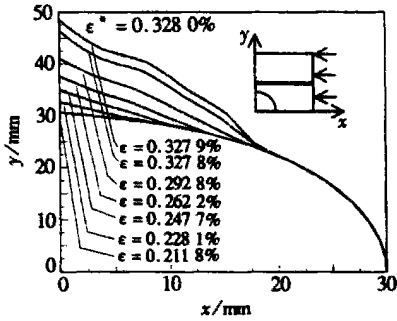
设在四边固支边界条件下含 4 种不同分层形式的加筋板,其分层尺寸分别为: 1)  $a = b = 30$  mm; 2)  $a = b = 15$  mm; 3)  $a = 30$  mm,  $b = 15$  mm; 4)  $a = 15$  mm,  $b = 30$  mm; 水平加筋位置为  $d = 100$  mm。图 6 给出了具有不同分层面积和分层形状加筋板的分层前缘扩展位置曲线。



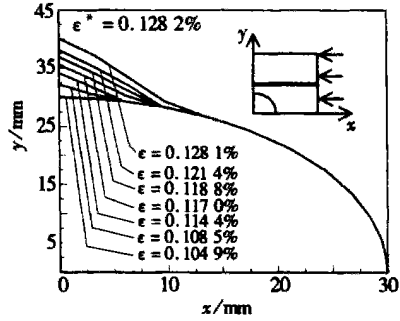
(a) 无筋(简支)



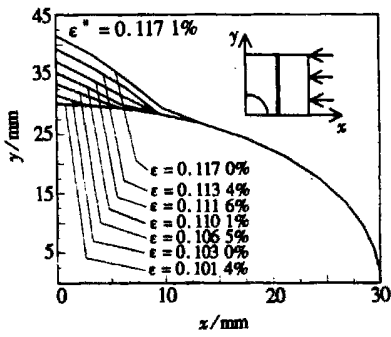
(b) 无筋(固支)



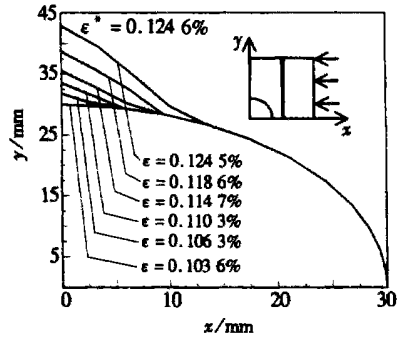
(c) 水平筋(简支)



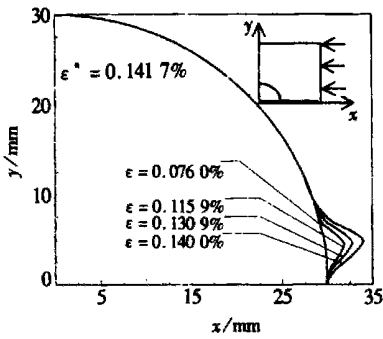
(d) 水平筋(固支)



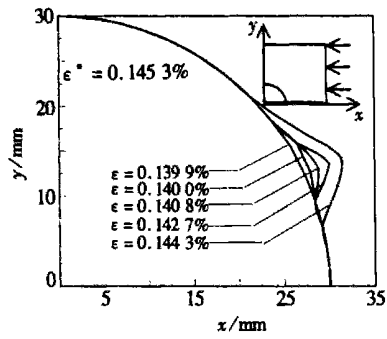
(e) 垂直筋(简支)



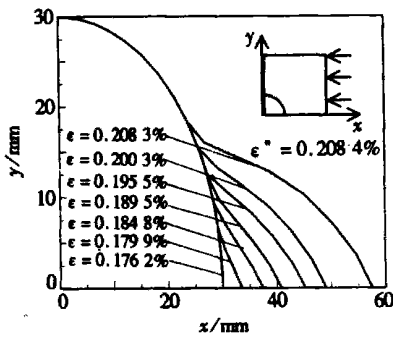
(f) 垂直筋(固支)



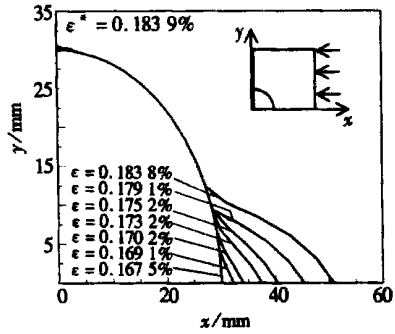
(g) 筋在 x 轴上(简支)



(h) 筋在 x 轴上(固支)



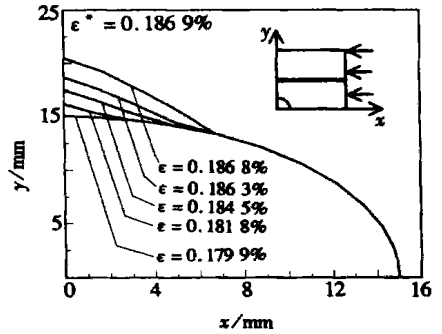
(i) 筋在  $y$  轴上(简支)



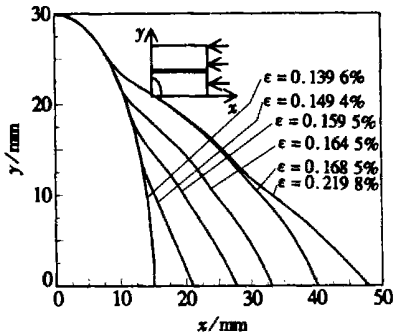
(j) 筋在  $y$  轴上(固支)

图 5 不同加筋形式下不同分层扩展阶段时分层前缘位置图

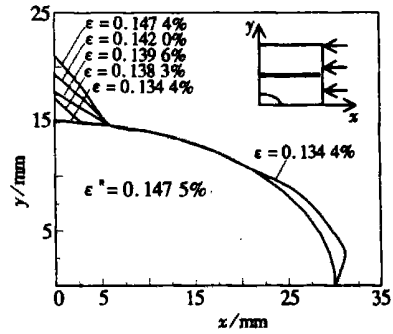
比较图 5(d) 和 6(a) 中给出的第 1 和第 2 种形式的不同扩展阶段分层前缘位置曲线可以看出, 对于具有圆形分层的加筋板, 其分层扩展方式彼此相似, 但前者的起始扩展压缩应变值明显高于后者, 这说明初始分层面积较小的结构分层不易扩展, 因而该结构具有较强的承载能力。若进一步比较二者发生不稳定扩展时的压缩应变值, 则可知, 初始分层面积较小的结构将比初始分层面积较大结构更快进入不稳定扩展状态; 比较第 3 和第 4 种形式, 从图 6(c) 和 6(b) 则可以发现, 虽然在这两种情况下其起始扩展的压缩应变值差别不大, 但第 3 种



(a)  $a = b = 15\text{ mm}$



(b)  $a = 15\text{ mm}, b = 30\text{ mm}$



(c)  $a = 30\text{ mm}, b = 15\text{ mm}$

图 6 具有不同分层面积和分层形状加筋板的分层前缘扩展位置曲线

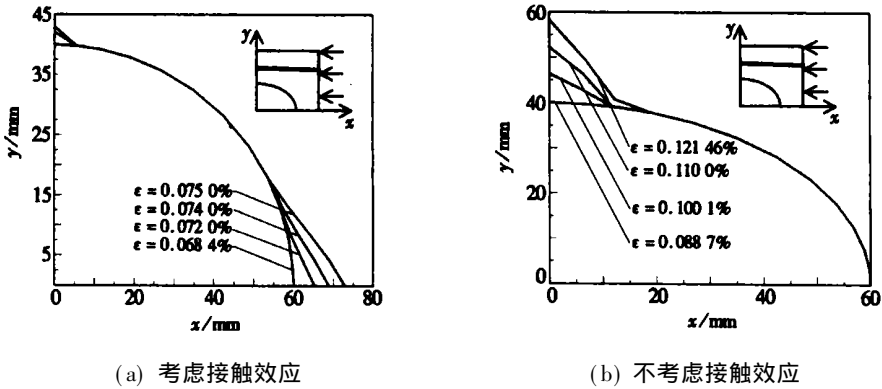
形式在椭圆的两个端部附近都出现了扩展, 并且很快进入不稳定扩展阶段; 而第 4 种形式则仅在短轴端部附近出现扩展, 同时还在其分层前缘出现了大范围的扩展。

### 4.3 接触效应对分层扩展的影响

为了考察分层前缘的接触效应对其扩展的影响, 本文对于上述算例所讨论的几种不同分层尺寸和加筋形式的加筋板结构, 分别研究了其考虑分层区接触效应和不考虑分层区接触效应时的分层扩展过程。通过比较发现两者结果无明显差别, 这说明在分层尺寸较小的情况下, 接触效应对扩展的影响是可以忽略的。为了研究接触效应对具有较大面积分层加筋板的影响, 本文分别研究了具有较小分层面积 ( $a = 15\text{ mm}, b = 10\text{ mm}$ ) 和较大椭圆分层面积 ( $a = 60\text{ mm}, b = 40\text{ mm}$ ) 的水平加筋板的分层扩展过程。设两筋间距离  $d/L = 3/4$ 。结果表明, 在分

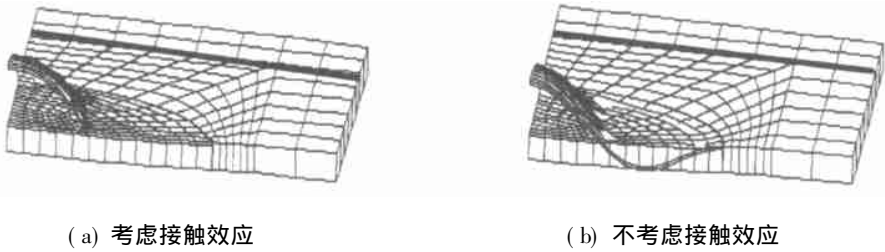


层面积较小的情况下, 分层前缘的接触效应对分层扩展计算结果的影响不大; 对于面积较大的椭圆分层, 当短轴与载荷方向一致时, 接触效应同样也可以忽略。由图 7(a) 和 7(b) 分别给出了当椭圆长轴与载荷方向一致时考虑与不考虑接触效应的分层前缘位置变化曲线, 可以看出, 两者差别很大。图 8 给出了该加筋板发生初始扩展时, 考虑接触效应和不考虑接触效应两种情况下的有限元网格变形图, 由图可以更清楚地看到, 在分层扩展分析中若不考虑接触效应, 由该板分层区的变形图发现, 其上子板已经部分嵌入下子板中, 这种变形过程在实际中是不可能出现的, 因而基于这种不正确的变形情况所计算得到的能量释放率和分层前缘扩展位置曲线也将是错误的。为了正确考虑接触效应的影响, 本文采用 GAP 元成功地解决了在后屈曲过程中分层区的闭合接触问题。



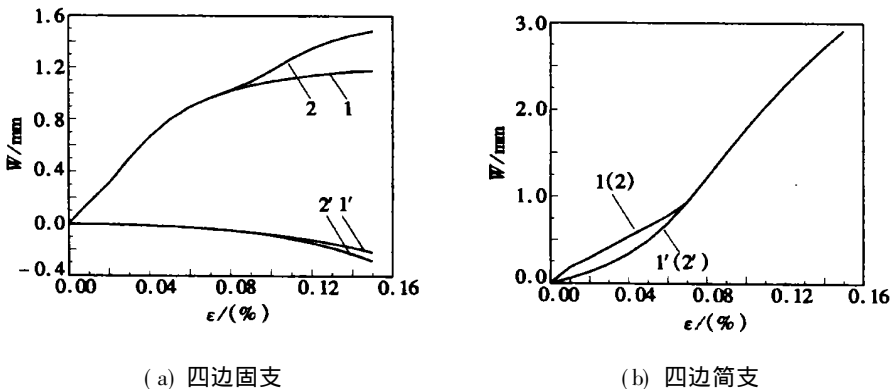
(a) 考虑接触效应 (b) 不考虑接触效应

图 7 考虑和不考虑接触效应时加筋板分层前缘位置变化曲线  
( $a = 60 \text{ mm}$ ,  $b = 40 \text{ mm}$ )



(a) 考虑接触效应 (b) 不考虑接触效应

图 8 考虑和不考虑接触效应时有限元网格变形图



(a) 四边固支 (b) 四边简支

图 9 分层中心点  $W$  方向挠度曲线 ( $a = 60 \text{ mm}$ ,  $b = 40 \text{ mm}$ )

#### 4.4 分层扩展对后屈曲路径的影响

图9(a)和9(b)分别给出了在考虑和不考虑分层扩展两种情况下,含半轴为 $a = 60\text{ mm}$ 和 $b = 40\text{ mm}$ 椭圆分层的四边固支和四边简支边界水平加筋板( $d/L = 3/4$ ),其分层区上、下子板的中心点挠度与端部压缩应变的关系曲线。其中曲线1和1'以及2和2'分别为考虑和不考虑分层扩展时上子板和下子板中心点的挠度曲线。由图9(a)和9(b)可以看出,对于分层尺寸较大且边界支撑较强的加筋板,当筋位于分层区外部时,其后屈曲阶段中其上、下子板模式一般均为局部后屈曲变形,且上子板的变形值远大于下子板,故此时分层扩展将使分层区上子板的挠度减小;而对于分层尺寸较小或边界支撑较弱的加筋板,其后屈曲模式一般均为混合屈曲,若其上、下子板变形又呈同向弯曲(如图9(b)所示),则上、下子板将会出现大面积的接触,故不易于分层的扩展,此时考虑和不考虑分层扩展计算的加筋板中心点挠度值将无明显差别。

## 5 结 论

- 1) 加筋方式,初始分层面积和形状对加筋板的扩展方式影响很大。
- 2) 加筋板的分层扩展过程与边界支撑条件密切相关,尤其当边界支撑条件的改变导致加筋板的后屈曲模式发生改变时,加筋板的分层扩展特性也将随之出现明显的变化。
- 3) 当分层尺寸较大时,分层扩展分析必须考虑接触效应的影响。
- 4) 分层扩展对分层区上、下子板后屈曲挠度的影响与其屈曲模式有关。

### [参 考 文 献]

- [1] Whitecomb J D. Finite element analysis of instability related delamination growth[J]. Composite Mater, 1981, 15(9): 403—426.
- [2] Whitecomb J D. Parametric analytical study of instability related delamination growth[J]. Composites Science and Technology, 1986, 25(1): 18—48.
- [3] Chai H, Babcock C D, Knauss W G. One delamination modeling of failure in laminated plates by delamination buckling[J]. Solids Struct, 1981, 17(1): 1069—1083.
- [4] Ramkumar R L. Fatigue degradation in compressively loaded composite laminates[R]. NASA CR 165681, 1981.
- [5] Ramkumar R L. Performance of a quantitative study for instability related laminates[R]. NASA CR 166046, 1983.
- [6] Whitecomb J D, Shivakumar K N. Strain energy release rate analysis of a laminate with a postbuckled delamination. Numerical methods in fracture mechanics[R]. NASA TM 89091, 1987.
- [7] Shivakumar K N, Whitecomb J D. Buckling of a sublaminar in a quasi-isotropic composite[J]. Composite Mater, 1985, 19(1): 2—18.
- [8] Chai H. Buckling and post-buckling behavior of elliptical plates: part analysis[J]. Journal Applied Mechanics, 1990, 57(4): 981—988.
- [9] Riccio A, Scaramuzzino F, Perugini P. Embedded delamination growth in composite panels under compressive load[J]. Composites, Part B, 2001, 32(3): 209—218.
- [10] Shen F, Lee K H, Tay T E. Modeling delamination growth in laminated composites[J]. Composites Science and Technology, 2001, 61(9): 1239—1251.
- [11] 孙先念, 陈浩然, 苏长健, 等. 含分层损伤复合材料层合板分层扩展研究[J]. 力学学报, 2000, 32(2): 223—232.
- [12] 陈浩然, 尹向勇, 郭兆璞, 等. 含分层损伤复合材料加筋板非线性热屈曲分析[J]. 宁夏大学学报

- (自然科学版), 1999, 20(3): 228—237.
- [13] 陈浩然, 尹向勇, 郭兆璞, 等. 含有分层损伤复合材料加筋层合板的屈曲性态研究[J]. 计算力学学报, 2000, 17(2): 156—161.
- [14] Kong C W, Hong C S, Kim C G. Post buckling strength of stiffened composite plates with impact damage[J]. AIAA J, 2000, 38(10): 1956—1964.
- [15] Ishikawa T, Matsushima M, Hayashi Y. Improved correlation of predicted and experimental initial buckling stress of composite stiffened panels[J]. Composite Structures, 1993, 26(1): 25—38.
- [16] 孙先念, 陈浩然, 陈绍杰. 含分层损伤复合材料层合板前后屈曲行为研究[J]. 航空学报, 1999, 20(3): 224—229.
- [17] 白瑞祥, 陈浩然. 含界面开裂损伤的复合材料夹层板线性和非线性热\_机械力屈曲性态研究[J]. 工程力学, 2000, 1(增刊): 383—386.
- [18] 陈浩然, 白瑞祥. 含损伤复合材料夹层板剩余压缩强度的数值分析[J]. 大连理工大学学报, 2001, 41(4): 404—411.
- [19] CHEN Hao\_ran, BAI Rui\_xiang. Postbuckling behavior of composite sandwich plate containing interfacial debonding[A]. In: ZHANG Yao Ed Proceeding of the 13th International Composite Conference ICCM 13[C]. Beijing: Scientific and Technical Documents Publishing House, 2001, 1—6.
- [20] Rizzo A R. FEA gap elements choosing the right stiffness[J]. Mechanical Engineering, 1991, 113(6): 57—59.
- [21] Rybicki E F, Kanninen M F. A finite element calculation of stress intensity factors by modified crack closure integral[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1977, 9(3): 931—938.

## Numerical Analysis of Delamination Growth for Stiffened Composite Laminated Plates

BAI Rui\_xiang, CHEN Hao\_ran

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,  
Dalian University of Technology, Dalian 116024, P. R. China)

**Abstract:** A study of postbuckling and delamination propagation behavior in delaminated stiffened composite plates is presented. A methodology is proposed for simulating the multi\_failure responses, such as initial and postbuckling, delamination onset and propagation, etc. A finite element analysis was conducted on the basis of the Mindlin first order shear effect theory and the von\_Kürmûn nonlinear deformation assumption. The total energy release rate used as the criteria of delamination growth was estimated with virtual crack closure technique (VCCT). A self\_adaptive grid moving technology was adopted to model the delamination growth process. Moreover, the contact effect along delamination front was also considered during the numerical simulation process. By some numerical examples, the influence of distribution and location of stiffener, configuration and size of the delamination, boundary condition and contact effect upon the delamination growth behavior of the stiffened composite plates were investigated. The method and numerical conclusion provided should be of great value to engineers dealing with composite structures.

**Key words:** finite element method; postbuckling; energy release rate; delamination growth; stiffened composite laminated plate