

文章编号: 1000\_0887(2005) 08\_0997\_06

# LZ50 车轴钢疲劳长裂纹扩展的概率模型<sup>\*</sup>

赵永翔, 何朝明, 杨冰, 黄郁仲,  
高庆, 邬平波

(西南交通大学 牵引动力国家重点实验室, 成都 610031)

(王银邦推荐)

**摘要:** 试验研究了随机疲劳长裂纹扩展率概率模型。首先发展了考虑平均应力影响和低应力强度因子范围趋于门槛值现象的扩展率方程。进而提出了同时考虑试验数据分散性规律与样本数量对概率评价影响的概率模型, 模型参量由线性回归法结合极大似然统计分析原理测定。LZ50 钢的试验数据分析, 验证了方法的有效性与实用性。

**关键词:** LZ50 钢; 疲劳长裂纹; 扩展率; 平均应力; 门槛值; 概率模型

**中图分类号:** O346. 2; TB114. 3; U270. 331 **文献标识码:** A

## 引 言

材料疲劳裂纹扩展率模型及其概率曲线, 是结构疲劳损伤容限设计和在役安全评价的基础之一。国内外有不少专家学者做过有益探索<sup>[1~4]</sup>, 但一般基于 Paris\_Erdogan 方程<sup>[5]</sup>, 较少考虑平均应力效应、扩展率向下趋于门槛值现象和置信度, 不尽合理。

同时, 我国正在实施高速、重载铁路运输战略, 车轴新材料 LZ50 钢正在推广应用, 其疲劳性能受到社会各界<sup>[6]</sup>与专家学者<sup>[7,8]</sup>的关注, 是保障铁路运输安全的关键部件之一。

本文依据 LZ50 钢试验数据, 探索考虑平均应力效应、扩展率向下趋于门槛值现象和置信度的扩展率模型及其概率曲线的测定方法。

## 1 试验与结果

### 1.1 材料和试样

LZ50 钢取自实物车轴, 其化学成分、机械性能分别见表 1 和表 2。采用图 1 所示紧凑拉伸 (CT) 试样。

表 1 LZ50 车轴钢的化学成分

C	Si	Mn	Cr	Ni	Cu	Al	P	S
0.47	0.26	0.078	0.02	0.028	0.15	0.021	< 0.014	< 0.007

\* 收稿日期: 2004\_05\_20; 修订日期: 2005\_02\_11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50375130; 50323003); 全国优秀博士学位论文作者专项基金资助项目(200234); 教育部优秀青年教师资助计划项目(2101)

作者简介: 赵永翔(1963—), 男, 四川金堂人, 教授, 博士, 博导(联系人, Tel: + 86\_28\_87600935; Fax: + 86\_28\_87600868; E\_mail: yxzhao@home. swjtu. edu. cn)。

表2 LZ50 车轴钢机械性能的均值  $P_{av}$ 、均方差  $P_{rms}$  和变异系数  $C_{ov}$

参量	弹性模量 $E/GPa$	屈服应力 $\sigma_s/MPa$	应力极限 $\sigma_b/MPa$	延伸率 $\delta/(%)$	断面收缩率 $\psi/(%)$
$P_{av}$	209.75	329.94	628.96	24.41	41.92
$P_{rms}$	13.1111	4.7277	5.4559	0.7397	0.9963
$C_{ov}$	0.0625	0.0143	0.0087	0.0303	0.0238

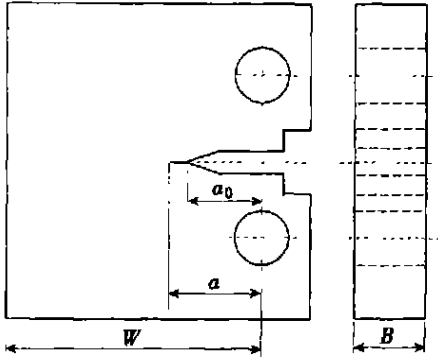


图1 CT 试样

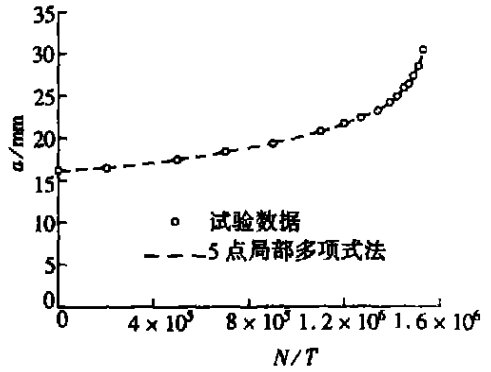


图2 5点增量二次多项式拟合典型  $a_N$  数据的效果 ( $T$  为周期)

1.2 试验与结果

试验在国产高频疲劳试验机上进行, 9 个有效试样。采用符合规范的二次多项式拟合局部  $a_N$  数据。比较 5 点、7 点和 9 点增量方案, 总体拟合误差均值  $E_{av}$ 、均方差  $E_{rms}$  和拟合相关系数  $R$  见表 3, 从表中可知, 5 点增量方案效果最好, 拟合效果见图 2。进一步可计算获得  $da/dN_{\Delta K}$  数据。9 个试样的试验  $da/dN_{\Delta K}$  数据见图 4。

表3 5点、7点和9点局部增量二次多项式拟合  $a_N$  数据误差均值  $E_{av}$ 、均方差  $E_{rms}$  和相关系数  $R$

试样 序号	数据 个数	5点法			7点法			9点法		
		$E_{av}$	$E_{rms}$	$R$	$E_{av}$	$E_{rms}$	$R$	$E_{av}$	$E_{rms}$	$R$
1	15	-0.0078	0.0623	0.999888	-0.0422	0.1303	0.999463	-0.0905	0.2563	0.997881
2	14	-0.0095	0.0825	0.999661	-0.0291	0.1611	0.998678	-0.0523	0.2267	0.997326
3	14	-0.0004	0.0832	0.999580	-0.0125	0.1445	0.998723	-0.0246	0.2217	0.996974
4	15	-0.0019	0.0669	0.999794	-0.0072	0.1028	0.999512	-0.0163	0.1350	0.999149
5	14	-0.0059	0.0673	0.999801	-0.0183	0.0796	0.999708	-0.0353	0.1070	0.999442
6	7	-0.0119	0.0988	0.999025	-0.2727	0.4190	0.973912	-0.5492	0.8629	0.885860
7	15	0.0021	0.1310	0.999177	-0.0096	0.1376	0.999086	-0.0173	0.1823	0.998389
8	14	-0.0027	0.1006	0.999579	-0.0126	0.1098	0.999491	-0.0263	0.1390	0.999165
9	14	-0.0047	0.0613	0.999821	-0.0136	0.0888	0.999616	-0.0272	0.1269	0.999198

2 扩展率方程

如图 3, 1963 年 Paris\_Erdogan<sup>[5]</sup> 提出的裂纹扩展方程  $da/dN = C(\Delta K)^m$ , 仅适用于稳定扩展阶段(阶段 II)。当已知门槛值( $\Delta K_{th}$ ) 时, 理论上宜选用:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th})^m, \quad (1)$$

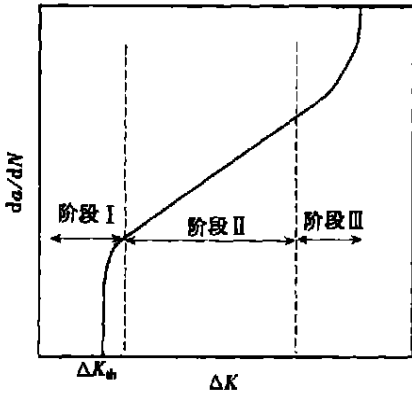
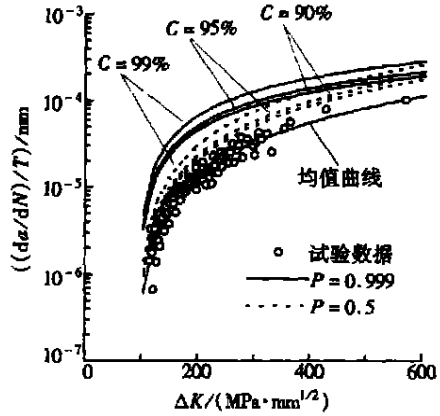


图3 一般疲劳长裂纹扩展规律

图4 LZ50 车轴钢概率  $da/dN_{\Delta K}$  曲线

但试验上很难获得  $\Delta K_{th}$  数据, 只能将  $\Delta K_{th}$  视为近门槛值附近推演获得的材料常数  $K_0$ , 反映疲劳应力强度因子范围向下趋于门槛值的现象, 即

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_0) \cdot \quad (2)$$

进一步引入平均应力影响系数  $k_m$ , 当量应力范围可表示为

$$\Delta \sigma_{eq} = \left[ 1 + \frac{1+r}{1-r} k_m \right] \Delta \sigma, \quad (3)$$

$r$  为周期比, 一般工程上取  $-1 \leq r < 1, 0 \leq k_m \leq 1$ . 因此,

$$1 \leq \left[ 1 + \frac{1+r}{1-r} k_m \right] \leq \frac{2}{1-r}.$$

引入  $k'_m$  且  $0.5 \leq k'_m \leq 1$ , 则

$$\Delta \sigma_{eq} = \frac{2k'_m}{1-r} \Delta \sigma. \quad (4)$$

以  $\Delta \sigma_{eq}$  代替  $\Delta \sigma$ , 疲劳裂纹扩展率方程可表示为

$$\frac{da}{dN} = C' \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_0}{2/(1-r)} \right]^m, \quad (5)$$

该方程同时考虑了平均应力效应和扩展率向下趋于门槛值的现象。

### 3 概率模型

#### 3.1 存活概率

考虑试验  $da/dN_{\Delta K}$  数据的分散性规律, 宜用存活概率( $P$ ) 曲线来表征。基于式(5)所示扩展率模型, 视各材料常数为相关随机变量, 可表示为:

$$\left( \frac{da}{dN} \right)_P = C'_P \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0P}}{2/(1-r)} \right]^{m_P}. \quad (6)$$

在给定  $\Delta K$  时  $da/dN$  服从对数正态分布下, 扩展率的随机性可用  $\lg(da/dN)$  的线性均值  $[ \lg(da/dN) ]_{av}$  和均方差  $[ \lg(da/dN) ]_{rms}$  方程来表征

$$\left( \frac{da}{dN} \right)_{av} = A_{av} + B_{av} \lg \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0av}}{2/(1-r)} \right], \quad (7)$$

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{\text{rms}} = A_{\text{rms}} + B_{\text{rms}} \lg \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0\text{rms}}}{2/(1-r)} \right], \quad (8)$$

式中  $A_{\text{av}} = \lg \dot{C}_{\text{av}}$ 、 $B_{\text{av}} = m_{\text{av}}$ 、 $A_{\text{rms}} = \lg \dot{C}_{\text{rms}}$  和  $B_{\text{rms}} = m_{\text{rms}}$ 。常数  $A_{\text{av}}$ 、 $B_{\text{av}}$ 、 $\Delta K_{0\text{av}}$ 、 $A_{\text{rms}}$ 、 $B_{\text{rms}}$  和  $\Delta K_{0\text{rms}}$  可由文献[9]的广义极大似然法测定, 概率模型可表示为

$$\left(\lg \frac{da}{dN}\right)_P = A_{\text{av}} + Z_P A_{\text{rms}} + B_{\text{av}} \lg \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0\text{av}}}{2/(1-r)} \right] + Z_P B_{\text{rms}} \lg \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0\text{rms}}}{2/(1-r)} \right]. \quad (9)$$

上式获得的  $da/dN_{\Delta K}$  数据, 经拟合可获得式(6)所示概率模型。

### 3.2 置信度

考虑样本数量  $n_s$  对概率评价的影响, 引入置信度  $C$  来表征 ( $C = (1 - \alpha)/100$ )。给定  $\Delta K$  下  $da/dN$  服从对数正态分布时,  $\lg(da/dN)$  的单侧置信限可表示为

$$P \left\{ \left(\lg \frac{da}{dN}\right)_C \geq \left(\lg \frac{da}{dN}\right)_{\text{av}} + d_{n_s} \right\} = 1 - \alpha, \quad (10)$$

式中  $d_{n_s}$  是与显著水平  $\alpha$ 、样本数量  $n_s$  和数据分散度有关的误差函数, 定义为

$$d_{n_s} = t_{\alpha}(n_s - 2) s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X - \bar{X})^2}{L_{XX}}}, \quad (11)$$

其中  $t_{\alpha}(n_s - 2)$  是显著水平为  $\alpha$ 、自由度为  $n_s - 2$  下的  $t$  分布函数;  $n$  是  $da/dN_{\Delta K}$  数据的对数,  $s$  是线性方程式(7)拟合试验  $da/dN_{\Delta K}$  数据的残余均方差

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \frac{L_{XX}L_{YY} - L_{XY}^2}{L_{XX}}}, \quad (12)$$

其中

$$L_{XX} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad L_{YY} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2, \quad L_{XY} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}),$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i, \quad Y_i = \lg \left[ \frac{da_i}{dN_i} \right], \quad X_i = \lg \left[ \frac{\Delta K_i - \Delta K_{0\text{av}}}{2/(1-r)} \right].$$

从式(11)可知, 拟合误差函数随着  $X$  偏离  $\bar{X}$  而增大。考虑到工程应用的有效性,  $d_{n_s}$  可表示为

$$d_{n_s} = t_{\alpha}(n_s - 2) s \sqrt{1 + \frac{1}{n}}. \quad (13)$$

这样,  $da/dN$  的置信限方程可表示为

$$\left(\lg \frac{da}{dN}\right)_C = A_{\text{av}} + t_{\alpha}(n_s - 2) s \sqrt{1 + \frac{1}{n}} + B_{\text{av}} \lg \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0\text{av}}}{2/(1-r)} \right]. \quad (14)$$

令  $\lg \dot{C}_C = A_{\text{av}} + t_{\alpha}(n_s - 2) s \sqrt{1 + 1/n}$ ,  $m_C = B_{\text{av}}$  和  $\Delta K_{0\text{av}} = \Delta K_{0C}$ , 可得概率模型

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_C = \dot{C}_C \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0C}}{2/(1-r)} \right]^{m_C}. \quad (15)$$

### 3.3 综合效应

综合考虑试验数据分散性规律和样本数量对概率评价结果的影响, 同时考虑  $P$  和  $C$ , 概率模型可表示为

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{P-C} = \left(\frac{da}{dN}\right)_{\text{av}} + Z_P \left(\frac{da}{dN}\right)_{\text{rms}} + d_{n_s} \quad (16)$$

即

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{P-C} = A_{\text{av}} + Z_P A_{\text{rms}} + t_{\alpha}(n_s - 2) s \sqrt{1 + \frac{1}{n}} +$$

$$B_{av} \lg \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0av}}{2/(1-r)} \right] + B_{rms} \lg \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0rms}}{2/(1-r)} \right]. \quad (17)$$

上式所得  $da/dN_{\Delta K}$  数据, 经拟合可得如下概率模型

$$\left( \frac{da}{dN} \right)_{P-C} = C'_{P-C} \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{0P-C}}{2/(1-r)} \right]^{m_{P-C}}. \quad (18)$$

## 4 应用

分析 LZ50 车轴钢试验数据, 获得模型参量  $n$ 、 $n_s$ 、 $A_{av}$ 、 $B_{av}$ 、 $\Delta K_{0av}$ 、 $A_{rms}$ 、 $B_{rms}$ 、 $\Delta K_{0rms}$  和  $s$  分别为 123、9、- 8.185 479、1.384 518、92.345 9 MPa·mm<sup>1/2</sup>、0.632 529、- 0.198 812、11.565 5 MPa·mm<sup>1/2</sup> 和 0.103 459。典型  $P$  和  $C$  下的曲线参量见表 4; 对试验数据的描述效果见图 4。曲线较好地表征了试验数据的分散性规律和样本数量对概率评价的影响。

## 5 结论

- 1) 发展了考虑平均应力效应和反映扩展率向下趋于门槛值的疲劳裂纹扩展率方程。
- 2) 考虑试验数据分散性规律和样本数量对概率评价的影响, 引入存活概率和置信度, 建立了疲劳裂纹扩展率的概率模型。
- 3) 测定了 LZ50 车轴钢的概率疲劳裂纹扩展率曲线, 验证了本文方法的有效性与实用性。

表 4 LZ50 车轴钢的典型概率  $da/dN_{\Delta K}$  曲线参量

$P$	$C/(%)$	$A_{P-C}$	$B_{P-C}$	$\Delta K_{0P-C}$	$C_{P-C}$	$m_{P-C}$
0.5	50	- 8.185 479	1.384 518	92.365 9	$6.52411 \times 10^{-9}$	1.384 518
	90	- 7.988 673	1.384 518	92.365 9	$1.02642 \times 10^{-8}$	1.384 518
	95	- 7.939 845	1.384 518	92.365 9	$1.14856 \times 10^{-8}$	1.384 518
	99	- 7.821 958	1.384 518	92.365 9	$1.50675 \times 10^{-8}$	1.384 518
0.9	50	- 7.833 644	1.280 304	89.887 2	$1.46675 \times 10^{-8}$	1.280 304
	90	- 7.636 838	1.280 304	89.887 2	$2.30761 \times 10^{-8}$	1.280 304
	95	- 7.588 011	1.280 304	89.887 2	$2.58220 \times 10^{-8}$	1.280 304
	99	- 7.470 123	1.280 304	89.887 2	$3.38748 \times 10^{-8}$	1.280 304
0.95	50	- 7.726 132	1.248 042	89.184 5	$1.87874 \times 10^{-8}$	1.248 042
	90	- 7.529 326	1.248 042	89.184 5	$2.95579 \times 10^{-8}$	1.248 042
	95	- 7.480 499	1.248 042	89.184 5	$3.30751 \times 10^{-8}$	1.248 042
	99	- 7.362 612	1.248 042	89.184 5	$4.33899 \times 10^{-8}$	1.248 042
0.99	50	- 7.516 145	1.184 635	87.866 4	$3.04688 \times 10^{-8}$	1.184 635
	90	- 7.319 339	1.184 635	87.866 4	$4.79359 \times 10^{-8}$	1.184 635
	95	- 7.270 511	1.184 635	87.866 4	$5.36440 \times 10^{-8}$	1.184 635
	99	- 7.152 624	1.184 635	87.866 4	$7.03681 \times 10^{-8}$	1.184 635
0.999	50	- 7.268 745	1.109 406	86.388 9	$5.38586 \times 10^{-8}$	1.109 406
	90	- 7.071 939	1.109 406	86.388 9	$8.47346 \times 10^{-8}$	1.109 406
	95	- 7.023 112	1.109 406	86.388 9	$9.48175 \times 10^{-8}$	1.109 406
	99	- 6.905 224	1.109 406	86.388 9	$1.24387 \times 10^{-7}$	1.109 406

## [参 考 文 献]

- [1] Wang G S. Intrinsic statistical characteristics of fatigue crack growth rate[J]. Eng Fract Mech, 1995, **51**(5): 787—803.
- [2] Wang K S, Chang S T, Shen Y C. Dynamic reliability models for fatigue crack growth problem[J]. Eng Fract Mech, 1996, **54**(4): 543—556.
- [3] Rocha M M, Schuëller G I. A probabilistic criterion for evaluating the goodness of fatigue crack growth models[J]. Eng Fract Mech, 1996, **53**(5): 707—731.
- [4] Liu W K, Belytschko T, Liu Y J. Three reliability methods for fatigue crack growth[J]. Eng Fract Mech, 1996, **53**(5): 733—752.
- [5] Paris P, Erdogan F. A critical analysis of crack growth laws[J]. J Basic Eng, 1963, **85**(3): 528—534.
- [6] 材料导报编辑. 铁路车辆车轴钢学术研讨会纪要[J]. 材料导报, 2000, **14**(6): 6.
- [7] 肖纪美. 铁路车轴钢 40 与 50 的比较[J]. 材料导报, 2000, **14**(6): 7—8.
- [8] 钟群鹏. 对 40、50 轴钢的几点看法[J]. 材料导报, 2000, **14**(6): 9—10.
- [9] 赵永翔, 高庆, 王金诺. 估计三种常用应力-寿命模型概率设计 S-N 曲线的统一方法[J]. 核动力工程, 2001, **22**(1): 42—52.

## Probabilistic Models for the Long Fatigue Crack Growth Rates of LZ50 Axle Steel

ZHAO Yong\_xiang, HE Chao\_ming, YANG Bing,  
HUANG Yu\_zhong, GAO Qing, WU Ping\_bo

(State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University,  
Chengdu 610031, P. R. China)

**Abstract:** Experimental study is performed on the probabilistic models for the long fatigue crack growth rates ( $da/dN$ ) of LZ50 axle steel. An equation for crack growth rate was derived to consider the trend of stress intensity factor range going down to the threshold and the average stress effect. The probabilistic models were presented on the equation. They consist of the probabilistic  $da/dN$  -  $\Delta K$  relations, the confidence\_based  $da/dN$  -  $\Delta K$  relations, and the probabilistic\_ and confidence\_based  $da/dN$  -  $\Delta K$  relations. Efforts were made respectively to characterize the effects of probabilistic assessments due to the scattering regularity of test data, the number of sampling, and both of them. These relations can provide wide selections for practice. Analysis on the test data of LZ50 steel indicates that the present models are available and feasible.

**Key words:** LZ50 steel; long fatigue crack; growth rate; average stress; threshold; probabilistic model