

文章编号: 1000\_0887(2005) 11\_1359\_06

# 惯性往复振动设备的机电耦合模型 和瞬态过程分析\*

胡继云<sup>1,2</sup>, 殷学纲<sup>2</sup>, 于翠萍<sup>3</sup>

(1. 河南工业大学 机电工程学院, 郑州 450052;

2. 重庆大学 工程力学系, 重庆 400044;

3. 河南工业大学 生物工程学院, 郑州 450052)

(我刊原编委张汝清推荐)

**摘要:** 采用建立离散系统动力学方程的矩阵法, 建立了双旋转偏重激振的惯性往复振动设备的动力学方程, 该动力学方程与两驱动电机的状态方程一起构成了惯性往复振动设备机电耦合的数学模型。通过分别对不同阻尼、不同电机功率时数学模型的数值仿真和对仿真结果分析, 揭示了惯性振动设备瞬态过程的实质, 提出了减小振动体瞬态振幅和缩短瞬态过程的新方法。为该类设备瞬态过程的智能控制和工程设计提供了可靠的数学模型。

**关键词:** 惯性往复振动设备; 瞬态过程; 矩阵法; 机电耦合

**中图分类号:** TB123; TB532 **文献标识码:** A

## 引 言

双旋转偏重激振的惯性往复振动设备被广泛地应用于矿山、冶金、化工、粮油食品等行业中的物料分级。通常旋转偏重由异步电机驱动, 且其稳态工作频率大于系统的固有频率, 在启动过程中, 振动体在其激振频率通过共振区时产生较大的瞬态振幅, 并延长机械系统的瞬态过程。目前对该类课题的研究多采用独立的机械系统模型<sup>[1~3]</sup>, 虽然结果接近工程观察和测试, 但还不能揭示该课题所研究内容的本质。本文利用建立离散系统动力学方程的矩阵法<sup>[4]</sup>建立一惯性往复振动设备的动力学方程, 再与两驱动电机的状态方程构成机电耦合的数学模型, 并通过模型的数值仿真和结果分析, 揭示该类设备瞬态过程的实质, 提出减小振动体瞬态振幅和缩短瞬态过程的途径。

## 1 力学模型

图 1 为惯性往复振动设备的力学模型。右手矢量基  $e^1 = (e_1^1 \ e_2^1 \ e_3^1)^T$  为振动体的连体基, 其基点与振动体的质心  $C_1$  重合, 基矢量  $e_3^1$  垂直于图示平面向外。取基点为  $O$  的右手矢量基  $e^0 = (e_1^0 \ e_2^0 \ e_3^0)^T$  作为系统的惯性参考基, 初始状态时  $e^0$  与  $e^1$  重合。

\* 收稿日期: 2003\_07\_29; 修订日期: 2005\_06\_24

作者简介: 胡继云(1961—), 男, 山东成武人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86\_371\_68883571; Fax: + 86\_371\_67789980; E\_mail: hujiyun@haut.edu.cn)。

振动体 3 在  $a_1, a_2, a_3, a_4$  点采用 4 组弹簧-阻尼元件支撑在基础上, 4 组元件具有相同的弹簧常数  $k$  和粘性阻尼系数  $c$ ,  $a_1, a_2, a_3, a_4$  点的位置如图 1 示。振动体可相对于  $e^0$  在  $e_1^0, e_2^0$  方向滑移, 具有 2 个滑移自由度。偏重块 1 和偏重块 2 通过轴线与  $e_3^1$  重合的转动铰安装在振动体上, 分别具有一个关于  $e_3^1$  的转动自由度。两偏重块具有相同的质量  $m_2$  和偏心距  $l$ , 相反的旋转方向, 由相同的三相异步电动机通过同样的机械传动装置分别驱动。

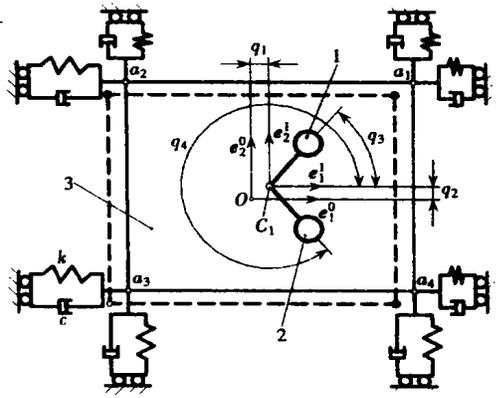


图 1 惯性往复振动设备的力学模型

振动体的支撑点  $a_1, a_2, a_3, a_4$  和质心  $C_1$  与两偏重块的质心处于同一水平面内, 故该模型为 3 个刚体、4 个自由度的平面系统。设系统的独立广义坐标阵为

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T, \quad (1)$$

式中:  $q_1$  和  $q_2$  分别表示振动体的 2 个滑移自由度,  $q_3$  和  $q_4$  分别表示偏重块 1 和偏重块 2 的转动自由度。

## 2 系统的动力学方程

设系统三刚体关于基  $e^0$  的物理坐标组成的列阵为

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8]^T, \quad (2)$$

式中:  $x_1$  和  $x_2, x_3$  和  $x_4, x_6$  和  $x_7$  分别对应于振动体和两偏重块质心沿基矢量  $e_1^0$  和  $e_2^0$  的绝对位移,  $x_5$  和  $x_8$  分别对应于两偏重块的角位移。参考图 1 得到:  $x_1 = q_1, x_2 = q_2, x_3 = q_1 + l \cos q_3, x_4 = q_2 + l \sin q_3, x_5 = q_3, x_6 = q_1 + l \cos q_4, x_7 = q_2 + l \sin q_4, x_8 = q_4$ 。

因此,  $\mathbf{x}$  可用系统广义坐标表示为

$$\mathbf{x} = [q_1 \quad q_2 \quad q_1 + l \cos q_3 \quad q_2 + l \sin q_3 \quad q_3 \quad q_1 + l \cos q_4 \quad q_2 + l \sin q_4 \quad q_4]^T, \quad (3)$$

根据矩阵法<sup>[4]</sup>, 系统的动力学方程可被直接写出

$$\mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{F} \mathbf{q} = \mathbf{J}^T \mathbf{F}, \quad (4)$$

式中:

$$\mathbf{J} = \left[ \mathbf{J}_j = \frac{\partial x_i}{\partial q_j} \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -l \sin q_3 & l \cos q_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l \sin q_4 & l \cos q_4 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

$$\mathbf{J} \mathbf{q} = \frac{d\mathbf{J}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l \dot{q}_3 \cos q_3 & 0 \\ 0 & 0 & -l \dot{q}_3 \sin q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -l \dot{q}_4 \cos q_4 \\ 0 & 0 & 0 & -l \dot{q}_4 \sin q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$M = \text{diag}[m_1 \quad m_1 \quad m_2 \quad m_2 \quad I \quad m_2 \quad m_2 \quad I], \tag{7}$$

$$F = [F_{x1} \quad F_{x2} \quad F_{x3} \quad F_{x4} \quad F_{x5} \quad F_{x6} \quad F_{x7} \quad F_{x8}]^T, \tag{8}$$

(7) 式和 (8) 式中:  $m_1$  为振动体的质量;  $I$  为两偏重块分别关于其与  $e_3^1$  平行的质心轴的转动惯量;  $F_{xi}(i = 1, 2, \dots, 8)$  分别为对应物理坐标  $x_i$  的主动力。

忽略转动铰的摩擦, 将其看成理想约束。因此, 作用于每个偏重块的主动力有重力和外力矩。设作用于偏重块 1 和偏重块 2 的外力矩关于基  $e^0$  的坐标阵分别为  $[0 \quad 0 \quad T_1]^\text{T}$  和  $[0 \quad 0 \quad T_2]^\text{T}$ , 可以得到

$$F_{x3} = 0, F_{x4} = 0, F_{x5} = T_1, F_{x6} = 0, F_{x7} = 0, F_{x8} = T_2. \tag{9}$$

作用于振动体的主动力有重力以及 4 组弹簧\_阻尼单元的弹性力和阻尼力, 4 组弹性力和阻尼力的合力关于基  $e^0$  的坐标阵为  $[-4(kq_1 + c\dot{q}_1) \quad -4(kq_2 + c\dot{q}_2) \quad 0]^\text{T}$ , 可以得到

$$F_{x1} = -4(kq_1 + c\dot{q}_1), F_{x2} = -4(kq_2 + c\dot{q}_2). \tag{10}$$

### 3 机电耦合

在起动过程中, 电机的转速和输出转矩在变化, 为了获得更精确的数学模型, 考虑机械系统瞬态过程与电机瞬态过程的耦合。

两电机的电磁转矩  $T_{e1}$  和  $T_{e2}$  分别为<sup>[5]</sup>

$$\begin{cases} T_{e1} = 0.5p_0 i_1^\text{T} \frac{\delta L_1}{\delta \theta_1} i_1, \\ T_{e2} = 0.5p_0 i_2^\text{T} \frac{\delta L_2}{\delta \theta_2} i_2, \end{cases} \tag{11}$$

式中:  $p_0$ 、 $i$ 、 $L$  和  $\theta$  分别为电机的极对数、电流阵、电感阵和转子转角。

两电机转动的动力学方程分别为

$$\begin{cases} \eta T_{e1} - \eta^2 c_d \dot{q}_3 - \eta^2 \dot{q}_3 J_d = T_1, \\ \eta T_{e2} - \eta^2 c_d \dot{q}_4 - \eta^2 \dot{q}_4 J_d = T_2, \end{cases} \tag{12}$$

式中:  $\eta$  为传动装置的传动比;  $c_d$  为电机的角阻尼系数;  $J_d$  为机电耦合系统折算到转子轴上的转动惯量。

两电机的状态方程分别为<sup>[5]</sup>

$$\begin{cases} di_1/dt = -L_1^{-1}(R + dL_1/dt)i_1 + L_1^{-1}u_1, \\ d\theta_1/dt = \eta p_0 \dot{q}_3, \\ di_2/dt = -L_2^{-1}(R + dL_2/dt)i_2 + L_2^{-1}u_2, \\ d\theta_2/dt = \eta p_0 \dot{q}_4, \end{cases} \tag{13}$$

式中:  $R$  和  $u$  分别电机的电阻矩阵和电压阵。

式(4)、式(13)和式(14)构成了机电耦合系统的数学模型, 机电系统通过电机的转矩耦合。

### 4 数值仿真

由于无法得到机电耦合系统数学模型的精确解析解, 取一特定设备, 求模型的数值解。已知系统的参数:

$$m_1 = 3\,000 \text{ kg}, m_2 = 150 \text{ kg}, l = 0.287 \text{ m}, k = 4\,500 \text{ N/m},$$

$$c = 400 \text{ N/(s/m)}, \eta = 4.5, J = 1.5 \text{ kg/m}^2, J_d = 1.1 \text{ kg/m}^2, p_0 = 3$$

电机的额定功率、电源电压和频率分别为 3.0 kw、380 V 和 50 Hz。

对模型采用 Runge\_Kutta 算法, 零初始条件起动过程数值计算的主要结果如图 2 所示。

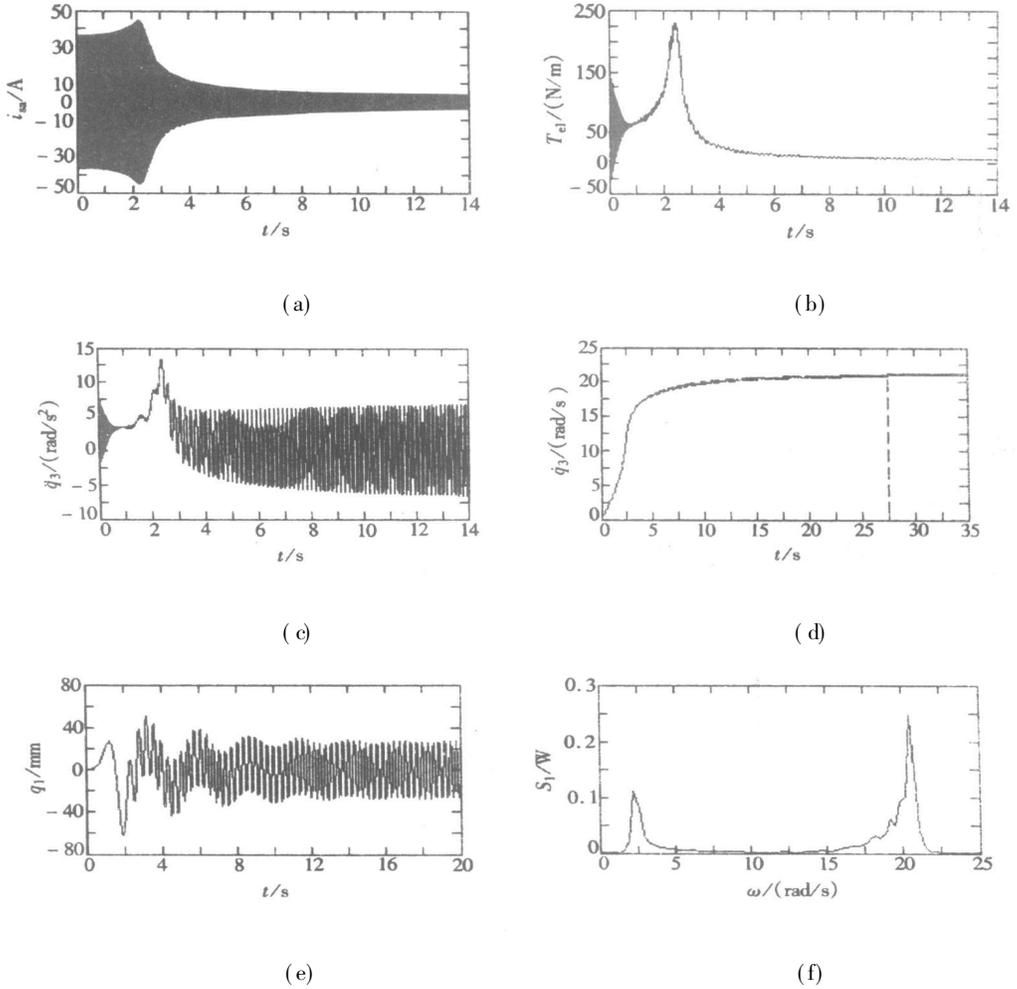


图 2 主要数值仿真结果

数值计算得到系统主要参数的稳态解为:  $q_1$ 、 $q_2$  和电机相电流  $i_s$  的稳态幅值分别为  $q_{1s} = 26.5 \text{ mm}$ 、 $q_{2s} = 0$  和  $i_{ss} = 2.3 \text{ A}$ ;  $\dot{q}_3$ 、 $\ddot{q}_3$ 、 $T_{e1}$  和  $T_{e2}$  的稳态值分别为  $\dot{q}_{3s} = 21 \text{ rad/s}$ 、 $\ddot{q}_{3s} = -21 \text{ rad/s}^2$ 、 $T_{e1s} = 2.0 \text{ N/m}$  和  $T_{e2s} = -2.0 \text{ N/m}$ 。

振动体的稳态运动为沿  $e_1^0$  方向的往复振动。

## 5 结果与讨论

图 2(a) 至图 2(d) 分别为电机 A 相电流  $i_{sa}$ 、 $T_{el}$ 、 $\ddot{q}_3$  和  $\dot{q}_3$  的响应。电机的电磁转矩  $T_{el}$  在起动过程中是变化的, 特别在通电初期以 50 Hz 的频率大幅度波动, 而电机的输出转矩直接作用于偏重块, 所以偏重块 1 的角加速度  $\ddot{q}_3$  跟随  $T_{e1}$  变化, 其角速度  $\dot{q}_3$  起动初期有小幅度波动。  $T_{e2}$  与  $T_{e1}$  的差异仅是方向相反, 所以偏重块 2 与偏重块 1 的运动差异也仅是转向相反。

电机的转速达到额定值所需要的时间  $t_d$ , 称为电机起动时间。本例中,  $t_d = 27.5 \text{ s}$ 。由

于电机的最大起动电流可达其额定电流的5倍至7倍,应尽量缩短起动时间。系统其它参数不变,不同阻尼系数  $c$  时仿真得到的  $t_d$  值见表1,可以看出阻尼对  $t_d$  影响不大。

表1 不同阻尼系数的系统仿真结果

$c/(N/(s/m))$	200	300	400	500	600	700	800	1000
$t_d/s$	26.1	26.8	27.5	28.0	28.8	29.3	30.5	31.7
$q_{1m}/mm$	67.0	64.9	62.0	58.0	56.0	54.0	52.3	48.2
$T_{e1s}/(N/m)$	1.7	2.0	2.3	2.6	2.8	3.1	3.4	4.0

图2(e)和图2(f)分别为  $q_1$  的响应和  $q_1$  在起动前20s的功率谱  $S_{11}$ 。起动过程中,  $q_1$  自由衰减振动的角频率为  $\omega_{n1} = 2.4 \text{ rad/s}$ , 而  $q_1$  的最大幅值  $q_{1m}$  出现时的  $\omega_{\beta}$  大于  $\omega_{n1}$ , 这就是位移共振的滞后现象。把  $q_{1m}$  称为振动体的共振振幅。

根据平稳、快速起动的要求,  $q_{1m}$  以及自由振动的衰减速度是系统的重要指标。显然系统阻尼是这些指标的主要影响因素。系统其它参数不变,不同阻尼系数  $c$  时仿真得到的  $q_{1m}$  和  $T_{e1s}$  如表1所示。由表1可见,增加阻尼系数  $c$  可减小  $q_{1m}$ , 但却使  $T_{e1s}$  明显增加,即增加了设备的功耗。利用诸如磁流变<sup>[6]</sup>等可控阻尼器,可使阻尼系数  $c$  在启动时增大,稳态运行时减小,这样设备既能平稳、快速启动,功耗也不会增加。

根据本例电机的稳态电流  $i_{ss}$  和转矩  $T_{e1s}$ , 1.5 kW 的电机也可满足设备稳态运行的要求。系统其它参数不变,不同电机功率时系统仿真得到的  $q_{1m}$  和  $t_d$  如表2所示。虽然更小功率的电机能满足设备稳态运行的要求,但由于起动转矩的降低,延长了电机起动时间  $t_d$  和系统通过共振区的时间,因此  $q_{1m}$  增大。当电机功率增大时,起动转矩随之提高,缩短了电机起动时间  $t_d$  和系统通过共振区的时间,因此  $q_{1m}$  减小。

表2 不同电机功率的系统仿真结果

$P_e/kW$	1.5	2.2	3.0	4.0	5.5	7.5	11.0
$q_{1m}/mm$	70.0	66.3	62.0	56.9	53.3	51.7	47.4
$t_d/s$	48.6	36.7	27.5	20.5	15.0	10.2	6.8

目前,惯性振动设备的电机功率一般按启动需求确定,因此其稳态运行效率低。减小起动过程中的转动惯量  $J_d$ , 是一个有效的解决方案<sup>[7]</sup>。

[参 考 文 献]

[1] 熊万里, 闻邦椿. 振动机械起动过程中的迟滞共振原因分析[J]. 力学与实践, 1999, 21(4): 38—39.  
 [2] 胡继云, 殷学纲, 于翠萍. 弹性杆吊挂平面回转筛启动过程的动力学分析[J]. 力学学报, 2002, 21(增刊): 218—223.  
 [3] 胡继云, 于翠萍, 殷学纲. 高方平筛启动过程的动力学分析[J]. 郑州工程学院学报, 2002, 23(4): 29—31.  
 [4] 殷学纲. 建立离散系统动力学方程的矩阵方法[J]. 重庆大学学报, 1989, 12(1): 86—97.  
 [5] 汤蕴, 史乃. 电机学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2001: 313—314.  
 [6] 廖昌荣, 陈伟民, 余淼, 等. 汽车磁流变减振器设计准则探讨[J]. 中国机械工程, 2002, 13(9): 723—726.  
 [7] 胡继云. 惯性激振器(021434883) [P]. 发明专利公报, 2003, 19, 48.

# Electromechanical Coupling Model and Analysis of Transient Behavior for Inertial Reciprocating Machines

HU Ji\_yun<sup>1,2</sup>, YIN Xue\_gang<sup>2</sup>, YU Cui\_ping<sup>3</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Henan University of Technology,  
Zhengzhou 450052, P. R. China;

2. Department of Engineering Mechanics, Chongqing University,  
Chongqing 400044, P. R. China;

3. College of Bioengineering, Henan University of Technology,  
Zhengzhou 450052, P. R. China)

**Abstract:** The dynamical equations for a inertial reciprocating machine excited by two rotating eccentric weights were built by the matrix methodology for establishing dynamical equations of discrete systems. A mathematical model of electromechanical coupling system for the machine was formed by combining the dynamical equations with the state equations of the two motors. The computer simulation to the model was performed for several values of the damping coefficient or the motor power, respectively. The substance of transient behavior of the machine is unveiled by analyzing the results of the computer simulation, and new methods are presented for diminishing the transient amplitude of the vibrating machine and improving the transient behavior. The reliable mathematical model is provided for intelligent control of the transient behavior and engineering design of the equipment.

**Key words:** inertial reciprocating machine; electromechanical coupling; matrix method; transient behavior